

調質圧延時の縦バックルの解析

小森 和武*

Analysis of Longitudinal Buckling in Temper Rolling

Kazutake KOMORI

Synopsis : In temper rolling, shape defect called “longitudinal buckling” sometimes appears, which is wrinkles like washboards. The direction of the crest line of the longitudinal buckling is parallel to the rolling direction. In this study, the analysis of the longitudinal buckling is performed using the elementary theory of buckling. First, we calculate the material-roll contact ratio by the Hertz’s formulae. Next, we calculate the stress distribution in the material at the roll gap using the punch pressure in indentation by Prandtl. Furthermore, we calculate the wavelength of the longitudinal buckling by the elementary theory of buckling. We find that the wavelength of the longitudinal buckling calculated from the analysis almost agrees with the wavelength of the longitudinal buckling in the literature obtained in the experiment. We conclude that the method of analysis is valid, and that the cause of the longitudinal buckling is the surface roughness of the roll.

Key words : rolling; plate; plastic deformation; formability; modeling.

1. 緒言

板圧延においては、板の曲げ剛性の低さのために、様々な板の座屈が発生する。ここで、板幅中央部の材料の伸びが板幅端部の材料の伸びよりも大きいことを中伸び、板幅端部の材料の伸びが板幅中央部の材料の伸びよりも大きいことを端伸びと呼ぶ。そして、中伸びや端伸びにより板が座屈することはよく知られている¹⁾。ここで、座屈した板の圧延方向における波の数は多数であるが、板幅方向における波の数は通常一つである。そこで、圧延方向に十分な長さを持つ板に適当な残留応力分布を仮定することにより、中伸びや端伸びによる板の座屈を求めた、数多くの解析的研究がある²⁻⁹⁾。

しかしながら、板圧延においては、板幅方向における波の数が一つではなく、多数であるような板の座屈がある。そのような板の座屈に、クロスバックルや縦バックルがある。Fig. 1にクロスバックルと縦バックルを示す。ここで図において、波の山あるいは谷を実線で表す。すなわち、

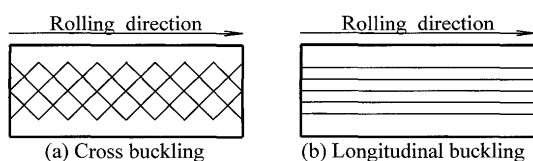


Fig. 1. Cross buckling and longitudinal buckling. (a) Cross buckling, (b) longitudinal buckling.

クロスバックルでは、山あるいは谷の稜線が圧延方向とある角度をなすが、縦バックルでは、山あるいは谷の稜線は圧延方向と平行である。従来の解析的研究²⁻⁹⁾では、圧延方向の板の長さが板幅方向の板の長さよりも十分大きい板を仮定する。その板を用いた解析において、板幅方向の波の数が多数である場合の座屈荷重は、板幅方向の波の数が一つである場合の座屈荷重よりも大きい¹⁰⁾。したがって、その板を用いた解析から、板幅方向の波の数が一つである解析結果が得られるが、板幅方向の波の数が多数である解析結果が得られない。

薄板圧延時に発生するクロスバックル及び縦バックルに関する実験的研究^{11,12)}によれば、クロスバックル及び縦バックルの形状は圧延時の前方張力に大きく依存する。そこで筆者は、座屈の初等解析法¹⁰⁾により、薄板圧延時に発生するクロスバックル及び縦バックルを解析した¹³⁾。そして、クロスバックル及び縦バックルの形状が圧延時の前方張力に大きく依存することを解析的に明らかにした。さらに、解析より得られたクロスバックル及び縦バックルの波長及びクロスバックルの稜線と圧延方向のなす角が、実験より得られたそれらと概ね一致することを確認した。以上より、クロスバックル及び縦バックルの発生機構が解析的に明らかになった。ここで、材料はロール間隙外の出口面近傍で座屈すると仮定した。そして、圧延方向に十分長い板の座屈解析を行うのではなく、圧延方向に十分短い板の座屈解析を行った。ここで、圧延方向及び板幅方向の板の

長さを未知であると仮定した。そして、板が座屈する時の圧延方向及び板幅方向の板の長さを求めることにより、クロスバックル及び縦バックルの波長及びクロスバックルの稜線と圧延方向のなす角を求めた。

調質圧延時に発生するクロスバックルに関する実験的研究¹⁴⁾によれば、クロスバックルの形状は圧延時の前方張力に大きく依存する。すなわち、調質圧延におけるクロスバックルの発生機構は薄板圧延におけるクロスバックルの発生機構と同じであると推定される。しかしながら、調質圧延時に発生する縦バックルに関する実験的研究¹⁵⁾によれば、縦バックルの形状は圧延時の前方張力に殆ど依存せず、ロールの表面粗さに大きく依存する。すなわち、調質圧延における縦バックルの発生機構は薄板圧延における縦バックルの発生機構と全く異なると推定される。

そこで本研究では、調質圧延時に発生する縦バックルを座屈の初等解析法¹⁰⁾により解析して、縦バックルの発生機構を解析的に明らかにする。

2. 解析法

2.1 概要

調質圧延では、材料の厚さ減少量はロールの表面粗さとはほぼ等しい。すなわち、ロールの凸部は材料に接触するが、ロールの凹部は材料に接触しない。そこで、調質圧延をポンチの押込みに置き換える¹⁶⁾。ここで、ロールは円筒研磨により製作されるため、ロール形状は圧延方向に変化しないと考える。Fig. 2に調質圧延における座標軸と記号を示す。圧延方向に x 軸を、板幅方向に y 軸を、板厚方向に z 軸をとる。そして、二本のロール軸を含む平面内の板幅中心及び板厚中心に原点をとる。

Fig. 3に解析の流れ図を示す。まず、ロールにおける、粗さ曲線の算術平均高さ（算術平均粗さ） Ra 及び粗さ曲線要素の平均長さ RSm を仮定する。次に、Hertzの公式より材料とロールの接触率を計算する。更に、Prandtlによる押込みにおけるポンチ圧力を使ってロール間隙内の材料内部の応力分布を求める。そして、単位板幅当たりの圧延荷重 P から、圧延方向における材料とロールの接触長さ x_0 を求める。最後に、座屈の初等解析法により板幅方向における座屈の波長 $2y_0$ すなわち縦バックルの波長を求める。

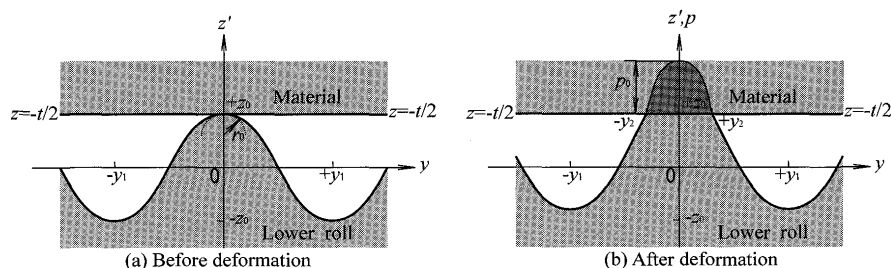


Fig. 4. Contact surface between material and lower roll. (a) Before deformation, (b) after deformation.

2.2 材料とロールの接触率

Fig. 4(a)に材料と下ロールの接触面を示す。Fig. 4(a)に変形前の接触面を示す。ロール形状が yz 平面内すなわち yz' 平面内において正弦曲線で与えられると仮定する。ここで、 z' 軸と z 軸が同軸となるように z' を定義する。そして、 $z'=0$ の点と $z=-t/2-z_0$ の点を一致させる。ここで、 t は材料の厚さであり、 z_0 はロール形状の振幅である。

ロール形状は次式で与えられる。

$$z' = z_0 \cos \frac{\pi y}{y_1} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 y_1 はロール形状の半波長である。上式より、粗さ曲線の算術平均高さ Ra 及び粗さ曲線要素の平均長さ RSm は次式で与えられる。

$$Ra = \frac{1}{2y_1} \int_{-y_1}^{+y_1} |z'| dy = \frac{2}{\pi} z_0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$RSm = 2y_1 \quad \dots\dots\dots (3)$$

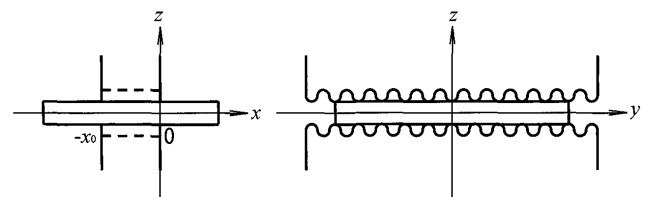


Fig. 2. Coordinates and notations in temper rolling.

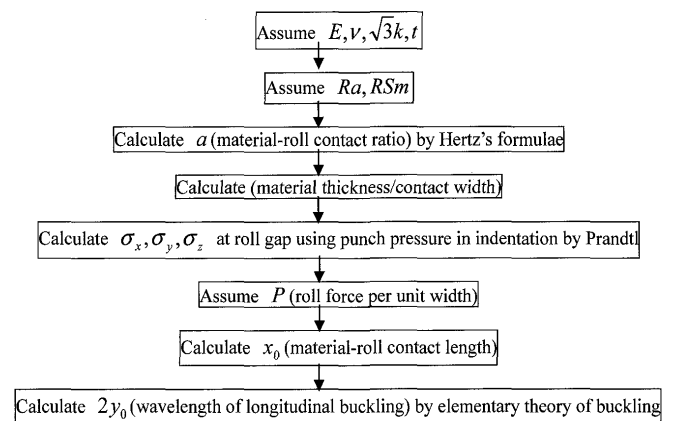


Fig. 3. Flowchart of analysis.

(1)式で与えられるロール形状を $y=0$ すなわち、ロールと材料の接触点の近傍でべき級数展開すれば次式が得られる。

$$z' \approx z_0 \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi^2 y^2}{y_1^2} \right) \equiv z_0 - \frac{1}{2r_0} y^2 \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 r_0 はロール形状を円弧で近似した時の半径であり、次式が成立する。

$$r_0 = \frac{y_1^2}{\pi^2 z_0} \quad \dots\dots\dots (5)$$

Fig. 4(b)に変形後の接触面を示す。Hertzの公式によれば、平面と円柱面が接触する場合、接触面の幅 $2y_2$ と接触面の最大圧力 p_0 の間には次式が成立する¹⁷⁾。

$$2y_2 = 8r_0 p_0 \frac{1 - \nu^2}{E} \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 E は材料及びロールの縦弾性係数、 ν は材料及びロールのポアソン比である。すなわち、材料を弾性体であると仮定する。また、接触面の平均圧力 p_m と最大圧力 p_0 の間には次式が成立する¹⁷⁾。

$$\int_{-y_2}^{+y_2} \left(\frac{p_0}{y_2} \sqrt{y_2^2 - y^2} \right) dy = 2y_2 p_m \quad \dots\dots\dots (7)$$

そして、上式より次式が得られる。

$$p_m = \frac{\pi}{4} p_0 \quad \dots\dots\dots (8)$$

さて、Prandtlによる押込みにおけるポンチ圧力¹⁸⁾から次式を仮定する。

$$p_m = (2 + \pi)k \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで、 k は材料のせん断降伏応力である。(2)式から(9)式までより、材料とロールの接触率は次式で与えられる。

$$a \equiv \frac{2y_2}{2y_1} = \frac{16(2 + \pi)}{\pi^4} \cdot \frac{(1 - \nu^2)k \cdot RSm}{E \cdot Ra} \quad \dots\dots\dots (10)$$

2・3 材料内部の応力分布

調質圧延時に発生する縦バックルに関する実験的研究¹⁵⁾において、圧延後の材料の板幅方向伸びは0.2%程度であり、圧延方向伸びは0.1%程度であった。そこで、圧延中の材料の板幅方向ひずみ及び圧延方向ひずみが無いと仮定する。

弾性体の応力とひずみの関係式¹⁹⁾において、 $\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0$ を代入すれば、次式が得られる。

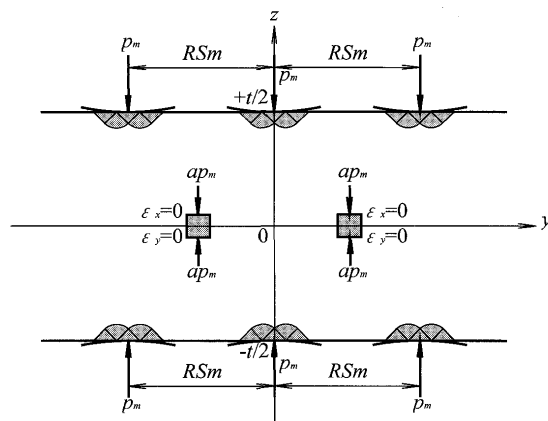


Fig. 5. Stress and strain at inside of material.

$$\sigma_x = \sigma_y = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \varepsilon_z \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\sigma_z = \frac{(1 - \nu)E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \varepsilon_z \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここで、せん断成分を無視する。(12)式を(11)式に代入すれば、次式が得られる。

$$\sigma_x = \sigma_y = \frac{\nu}{(1 - \nu)} \sigma_z \quad \dots\dots\dots (13)$$

Fig. 5に材料内部の応力とひずみを示す。Prandtlによるポンチの押込みの解¹⁸⁾によれば、塑性変形域の厚さはポンチの幅の約71%である。したがって、塑性変形域の厚さは材料の厚さに比べて十分小さい²⁰⁾。そこで、材料表面から十分離れた領域における応力分布は、(9)式及び(13)式より次式で与えられる。

$$\sigma_z = -a(2 + \pi)k \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$\sigma_x = \sigma_y = -\frac{\nu}{1 - \nu} a(2 + \pi)k \quad \dots\dots\dots (15)$$

2・4 材料とロールの接触長さ

圧延方向における材料とロールの接触長さ x_0 は、(14)式を用いて次式で与えられる。

$$x_0 = -\frac{P}{\sigma_z} = -\frac{P}{a(2 + \pi)k} \quad \dots\dots\dots (16)$$

ここで、 P は単位板幅当たりの圧延荷重である。すなわち、圧延方向にわたり応力 $(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ が一定であると仮定する。この仮定はかなり大胆である。しかしながら次節で示すように、座屈の初等解析法を用いて解析を行うためには、一様な応力状態が必要である。そこで、この仮定を採用する。

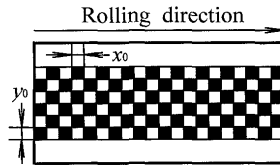


Fig. 6. Model of cross buckling.

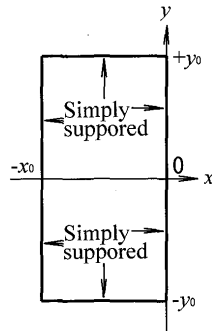


Fig. 7. Plate for buckling analysis and boundary conditions.

2・5 縦バックルの波長

本節の解析法の考え方は、先駆的なクロスバックルの実験的研究である田中・吉識の論文²¹⁾の考え方に基いている。そこでまず、田中・吉識の考え方を以下に述べる。Fig. 6にクロスバックルのモデルを示す。ここで、座屈した板の山の部分を黒で、谷の部分を白で表す。クロスバックルの発生時に、図に示した座屈が起こる。そして、隣接する山と山及び隣接する谷と谷が結合することにより、最終的にFig. 1(a)に示した座屈が起こる。

以上の考え方に基いて、筆者は既報¹³⁾においてクロスバックル及び縦バックルの解析を行った。ここで、ロールにより板の座屈が妨げられる場合、クロスバックルではなく縦バックルが発生する考えた。

既報¹³⁾においては、圧延中に材料とロールは完全に接触した。そこで、圧延後の材料の残留応力を用いて座屈解析を行った。一方、本解析においては、圧延中に材料とロールはほとんど接触しない。言い換えると、材料とロールの接触率は0.1~0.2程度である。そこで、圧延中の材料の応力を用いて座屈解析を行う。すなわち、圧延中に材料が座屈すると仮定する。

Fig. 7に座屈解析のための板と境界条件を示す。ここで、圧延方向における板の長さは、(16)式で与えられる接触長さ x_0 である。一方、板幅方向における板の長さ $2y_0$ は、計算により得られる座屈の波長であり未知である。また、面内応力である σ_x 及び σ_y は、(15)式で与えられる。既報¹³⁾においては、 $x=0$ 面において材料とロールが完全に接触したため、 $x=0$ 面を固定端であると仮定した。一方、本解析においては、 $x=0$ 面において材料とロールがほとんど接触しないため、 $x=0$ 面を回転端であると仮定する。そして、図の境界条件より、次式に示すたわみ $w^{10)}$ を仮定する。

$$w = \sin \frac{\pi x}{x_0} \sin \frac{\pi y}{y_0} \dots\dots\dots (17)$$

座屈条件すなわち安定が中立となる条件は次式で与えられる¹⁰⁾。

$$\begin{aligned} \delta^2 \Phi = \int_{-x_0}^0 \int_{-y_0}^{+y_0} & \left(D \left(\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 2\nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right. \right. \\ & \left. \left. + 2(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right) + \sigma_x t \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \sigma_y t \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right) dx dy = 0 \end{aligned} \dots\dots\dots (18)$$

ここで、 $D = Et^3/12(1-\nu^2)$ は板の曲げ剛性であり、 t は板の厚さである。

(18)式に(17)式を代入して、多少煩雑な計算を行えば、次式が得られる。

$$\frac{\pi^2 D}{x_0^4} + \frac{\pi^2 D}{y_0^4} + \frac{2\pi^2 D}{x_0^2 y_0^2} + \frac{\sigma_x t}{x_0^2} + \frac{\sigma_y t}{y_0^2} = 0 \dots\dots\dots (19)$$

板の縦横比 x_0/y_0 は板の応力比 σ_x/σ_y のみに依存する¹⁰⁾。そこで、 x_0/y_0 と σ_x/σ_y の関係を求めるために、次式の α と β を定義する。

$$\alpha = \frac{\sigma_x}{\sigma_y}, \quad \beta = \frac{x_0}{y_0} \dots\dots\dots (20)$$

(20)式を(19)式に代入すれば次式が得られる。

$$x_0 = \sqrt{\frac{\pi^2 D}{t \sigma_x} \frac{\beta^4 + 2\beta^2 + 1}{1 + \frac{\beta^2}{\alpha}}} \dots\dots\dots (21)$$

(15)式より板の応力比 $\alpha = \sigma_x/\sigma_y = 1$ である。その時、上式から次式が得られる。

$$2y_0 = \frac{2}{\sqrt{-\frac{t \sigma_x}{\pi^2 D} - \frac{1}{x_0^2}}} \dots\dots\dots (22)$$

すなわち、上式から板幅方向における座屈の波長 $2y_0$ が求まる。既報¹³⁾と同様に、ロールにより板の座屈が妨げられるため、クロスバックルではなく縦バックルが発生すると考える。すなわち、 $2y_0$ が縦バックルの波長になる。

2・6 板厚中央が塑性変形しない条件

(14)式及び(15)式で示された応力は、板厚中央が弾性変形する場合に有効であり、板厚中央が塑性変形する場合に無効である。(14)式及び(15)式の応力を使って、縦バックルの波長を求める。そのため、板厚中央が塑性変形する場合に、(22)式より求めた縦バックルの波長は無効である。さらに、板厚中央が塑性変形すれば、(14)式及び(15)式で

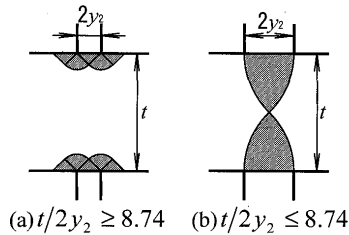


Fig. 8. Plastic deformation region. (a) $t/2y_2 \geq 8.74$, (b) $t/2y_2 \leq 8.74$.

示された応力が開放されるため、縦バックルが発生しないと考えられる。

Fig. 8に塑性変形領域を示す¹⁸⁾。図において、塑性変形領域は灰色である。図(a)にPrandtlによるポンチの押込みの解を示す。図(a)より、板厚 t を接触面の幅 $2y_0$ で割った $t/2y_2$ が8.74よりも大きい場合、板厚中央が弾性変形する。一方、図(b)より、 $t/2y_2$ が8.74よりも小さい場合、板厚中央が塑性変形する。そこで、板厚中央が弾性変形する条件、すなわち、(22)式より求めた縦バックルの波長が有効である条件は、次式で与えられる。

$$\frac{t}{2y_2} \geq 8.74 \quad \dots\dots\dots (23)$$

(3)式及び(10)式を上式に代入すれば、上式は次式のように書き換えられる。

$$\frac{\pi^4}{16(2+\pi)} \cdot \frac{E \cdot Ra \cdot t}{(1-\nu^2)k \cdot RSm^2} \geq 8.74 \quad \dots\dots\dots (24)$$

上式の左辺に粗さ曲線の算術平均高さ Ra 及び粗さ曲線要素の平均長さ RSm が含まれるが、単位板幅当たりの圧延荷重 P が含まれないことに注意して欲しい。

3. 解析結果

3・1 解析結果と実験結果の比較

解析結果を実験結果¹⁵⁾と比較する。Table 1に解析条件を示す。ここで、実験では粗さ曲線要素の平均長さ RSm を測定していない。そこで、実験に使用されたロールとほぼ同等のロールの RSm の概略値²²⁾を解析に使用する。Table 1の RSm の値以外の値は、実験より求められた。Fig. 9に座屈後の形状を示す。解析から得られる縦バックルの波長は、図(a)において91 mm、図(b)において15 mm、そして図(c)において13 mmである。一方、実験より得られた縦バックルの波長は、図(a)において明確ではないが、図(b)において15 mm程度、そして図(c)において15 mm程度であった。すなわち、図(b)及び(c)において、解析より得られる縦バックルの波長は実験より得られた縦バックルの波長と良く一致する。一方、図(a)において、実験より得られた縦バックルの波長が明確ではないため、解析より得られる縦

Table 1. Analytical conditions.

	(a)	(b)	(c)
Young's modulus E (GPa)	200	200	200
Poisson's ratio ν	0.3	0.3	0.3
Yield stress $\sqrt{3}k$ (MPa)	650	650	650
Material thickness t (mm)	0.16	0.16	0.16
Roll force per unit width P (kN/mm)	1.67	3.33	6.66
Arithmetical mean deviation of roughness profile Ra (μm)	1.10	1.10	1.10
Mean width of roughness profile elements RSm (μm)	100	100	100

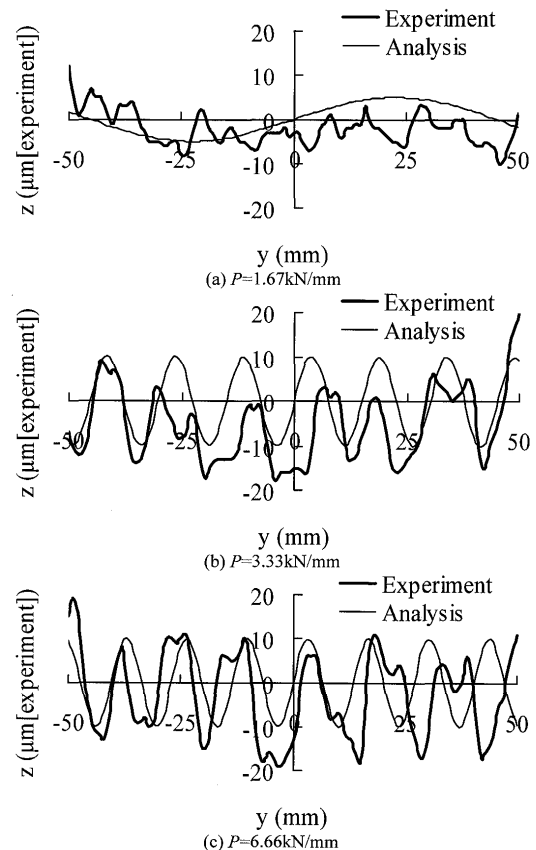


Fig. 9. Buckled shape. (a) $P=1.67$ kN/mm, (b) $P=3.33$ kN/mm, (c) $P=6.66$ kN/mm.

バックルの波長と実験より得られた縦バックルの波長が異なるとは言えない。なお、本解析法により、座屈時の解析を行えるが、座屈後の解析を行えない。従って、解析より縦バックルの波長は求まるが、縦バックルの振幅は求まらない。

実験¹⁵⁾において、前方張力は縦バックルの発生に殆ど影響を及ぼさなかった。本解析法において、前方張力は縦バックルの発生に全く影響を及ぼさない。したがって、本解析法において前方張力が縦バックルの発生に及ぼす影響と、実験において前方張力が縦バックルの発生に及ぼす影響は概ね一致する。

実験¹⁵⁾において、粗さ曲線の算術平均高さは縦バックルの発生に影響を及ぼした。Fig.10に表面粗さと（材料厚さ／接触幅）の関係を示す。ここで、Table 1の E , ν , $\sqrt{3}k$, t

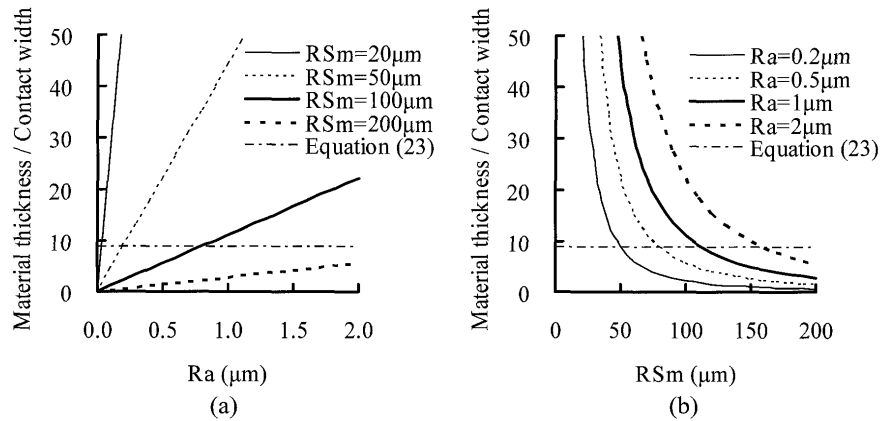


Fig. 10. Relationship between surface roughness and ratio of material thickness to contact width. (a) Effect of arithmetical mean deviation of roughness profile, (b) effect of mean width of roughness profile elements.

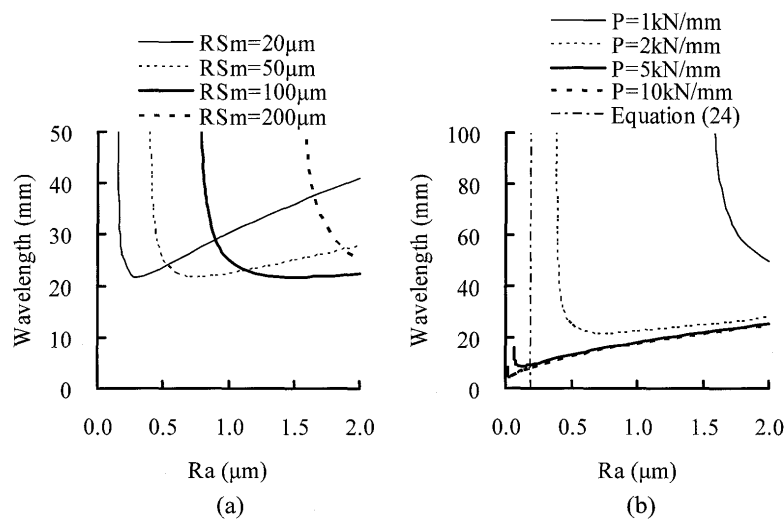


Fig. 11. Effect of arithmetical mean deviation of roughness profile on wavelength of longitudinal buckling. (a) Effect of mean width of roughness profile elements ($P=2\text{ kN/mm}$), (b) effect of roll force ($RSm=50\text{ }\mu\text{m}$).

の値を用いて解析する。図に(23)式を補足する。すなわち、図において一点鎖線より下の領域では、縦バックルが発生しない。また、一点鎖線より上の領域では、縦バックルが発生する。図(a)より RSm が一定の場合、 Ra の増加と共に (材料厚さ/接触幅) $t/2y_2$ は増加する。すなわち、縦バックルは発生し易くなる。一方、図(b)より Ra が一定の場合、 RSm の増加と共に (材料厚さ/接触幅) $t/2y_2$ は減少する。すなわち、縦バックルは発生し難くなる。

実験¹⁵⁾において、 $Ra=0.41\text{ }\mu\text{m}$ の場合及び高前方張力下の $Ra=0.65\text{ }\mu\text{m}$ の場合に縦バックルが発生しなかった。一方、 $Ra=1.10\text{ }\mu\text{m}$ の場合及び低前方張力下の $Ra=0.65\text{ }\mu\text{m}$ の場合に縦バックルが発生した。もし実験において $RSm=100\text{ }\mu\text{m}$ であったと仮定する。その場合 Fig.10(a) より、 $Ra=0.41\text{ }\mu\text{m}$ 、 $0.65\text{ }\mu\text{m}$ の時に縦バックルが発生しない。一方、 $Ra=1.10\text{ }\mu\text{m}$ の時に縦バックルが発生する。すなわち、解析より得られる縦バックルの発生の有無と、実験より得られた縦バックルの発生の有無は概ね一致する。しかしながら、実験において Ra が変化するにも関わらず RSm が変化しない保証はない²²⁾。

実験¹⁵⁾において、 Ra の増加と共に縦バックルは発生し易くなった。解析において、 Ra の増加と共に縦バックルは発生し易くなる。したがって、本解析法において Ra が縦バックルの発生に及ぼす影響と、実験において Ra が縦バックルの発生に及ぼす影響は概ね一致する。

3・2 ロールの表面粗さの影響

Table 1 の E 、 ν 、 $\sqrt{3}k$ 、 t の値を用いて、ロールの表面粗さの影響を解析する。

Fig.11 に粗さ曲線の算術平均高さ Ra が縦バックルの波長に及ぼす影響を示す。 Ra がゼロの時、縦バックルの波長は無限大である。すなわち、縦バックルは発生しない。 Ra の増加と共に、縦バックルの波長は有限値になる。すなわち、縦バックルは発生する。図(a)より、 RSm が大きいほど、縦バックルが発生する Ra が大きい。図(b)より、単位板幅当たりの圧延荷重 P が大きいほど、縦バックルが発生する Ra が小さい。縦バックルの発生後、 Ra の増加と共に、縦バックルの波長は減少して、その後に増加する。図(a)より、 Ra が十分大きい時、 RSm が大きいほど縦バックルの波長は小さい。図(b)より、 Ra が十分大きい時、 P

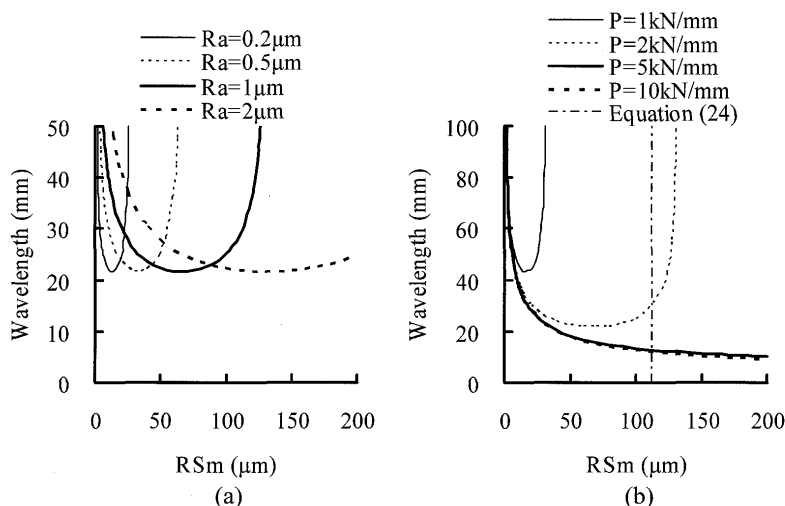


Fig. 12. Effect of mean width of roughness profile elements on wavelength of longitudinal buckling, (a) Effect of arithmetical mean deviation of roughness profile ($P=2$ kN/mm), (b) effect of roll force ($Ra=1 \mu m$).

が大きいほど縦バックルの波長は小さい。

(24)式より縦バックルの発生の有無は P に依存しない。従って、Fig.11(a)における縦バックルの発生の有無はFig.10(a)より評価できる。また、Fig.11(b)において(24)式は Ra が一定の直線で表せる。すなわち、一点鎖線より左の領域では縦バックルが発生しない。

Fig.12に粗さ曲線要素の平均長さ RSm が縦バックルの波長に及ぼす影響を示す。 RSm がゼロの時、縦バックルの波長は無限大である。すなわち、縦バックルは発生しない。 RSm の増加と共に、縦バックルの波長は有限値になる。すなわち、縦バックルは発生する。Fig.12(a)より、 Ra が大きいほど、縦バックルが発生する RSm が大きい。Fig.12(b)より、単位板幅当たりの圧延荷重 P が大きいほど、縦バックルが発生する RSm が小さい。縦バックルの発生後、 RSm の増加と共に、縦バックルの波長は減少して、その後に増加する。Fig.12(a)より、 RSm が十分大きい時、 Ra が大きいほど縦バックルの波長は小さい。Fig.12(b)より、 RSm が十分大きい時、 P が大きいほど縦バックルの波長は小さい。

(24)式より縦バックルの発生の有無は P に依存しない。従って、Fig.12(a)における縦バックルの発生の有無はFig.10(b)より評価できる。また、Fig.12(b)において(24)式は RSm が一定の直線で表せる。すなわち、一点鎖線より右の領域では縦バックルが発生しない。

3・3 解析法の妥当性の検証

本研究では弾性座屈を仮定した。この仮定の妥当性を、平面ひずみ状態を仮定した2次元弾塑性FEMによる工具の押込みの解析により検証する。

Fig.13に解析のための領域と境界条件を示す。対称性より、解析領域の板幅方向長さを $RSm/2$ 、板厚方向長さを $t/2$ にする。また、材料表面を含む辺以外の辺において、材料の法線方向変位をゼロにする。Table 1の P 以外の値を用いて解析する。ここで、次式で示す相当応力 $\bar{\sigma}$ と相当塑性ひ

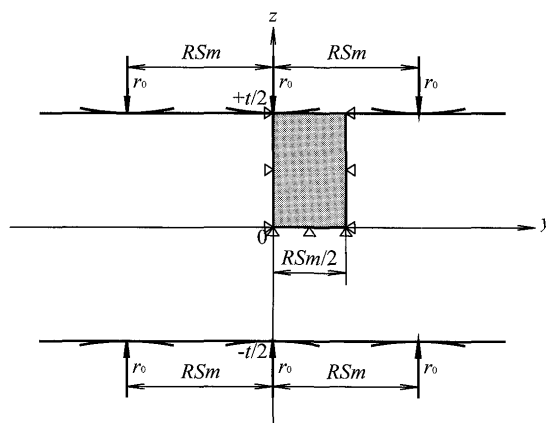


Fig. 13. Region and boundary condition for simulation.

ずみ $\bar{\epsilon}$ の関係を仮定する。なお、材料と工具の間の摩擦を無視する。

$$\bar{\sigma} = 681(\bar{\epsilon} + 0.01)^{0.01} \text{ (MPa)} \quad (25)$$

Fig.14に解析結果を示す。ここで、工具の押込み量は簡単のため $t/2$ の0.5%である。なお、(10)式より求まる材料とロールの接触率 a は13.1%であり、FEM解析により求まる接触率 a は13.3%である。また、(9)式の両辺に材料とロールの板幅方向の接触長さを掛けて求まる圧延荷重は25.3 N/mmであり、FEM解析により求まる圧延荷重26.3 N/mmはである。図(a)より、塑性変形領域が材料表面近傍に限定されている。また図(b)より、板厚中心($z=0$)近傍において板幅方向の垂直応力 σ_y は一様である。さらに図(c)より、板厚中心($z=0$)におけるの各方向の垂直応力 σ_x , σ_y , σ_z は、(14)式あるいは(15)式より求まる σ_x , σ_y , σ_z と概ね一致する。以上より、弾性座屈の仮定の妥当性が検証された。

座屈時に塑性変形領域が無ければ、座屈後に応力が解放されれば、座屈前の平坦な板が得られる。しかし、座屈時

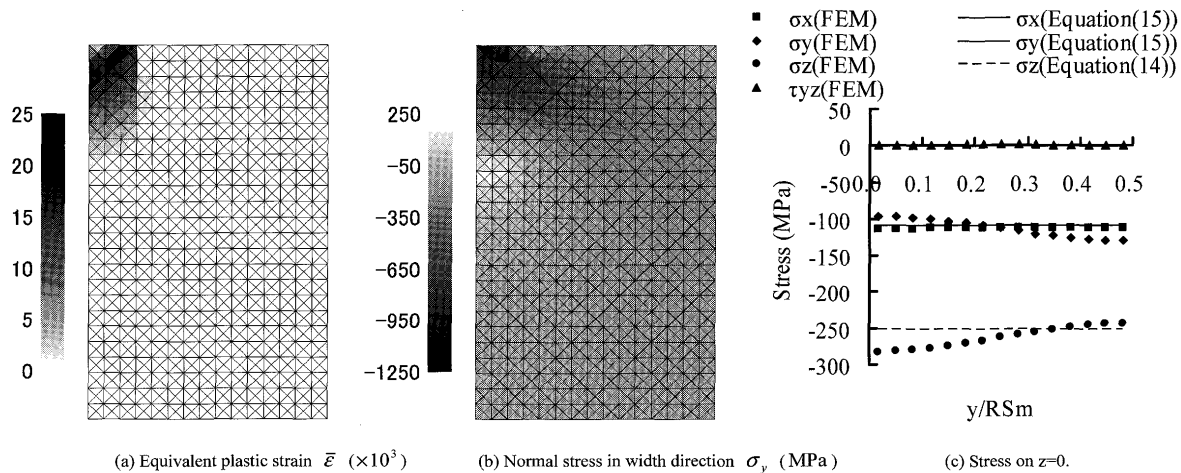


Fig. 14. Simulation result. (a) Equivalent plastic strain $\bar{\epsilon}$ ($\times 10^3$), (b) normal stress in width direction σ_y (MPa), (c) stress on $z=0$.

に塑性変形領域が有れば、座屈後に応力が解放されても、座屈前の平坦な板が得られない。すなわち、縦バックルのある板が得られる。以上の議論は定性的である。定量的な議論を行うためには、より厳密な解析が必要である。

4. 結言

調質圧延時に発生する縦バックルを座屈の初等解析法を用いて解析した。得られた結果を以下に要約する。

(1) Hertzの公式より材料とロールの接触率を計算する方法、Prandtlによる押込みにおけるポンチ圧力を使ってロール間隙内の材料内部の応力分布を求める方法、そして座屈の初等解析法により縦バックルの波長を求める方法を提案した。

(2) 解析より得られた縦バックルの波長が、公表されている実験より得られた縦バックルの波長と概ね一致した。

(3) 縦バックルが発生する原因が、ロールの表面粗さであることを明らかにした。

最後に、貴重な資料を御提供頂いたJFEスチール(株)の木島秀夫氏に感謝致します。

文 献

- 1) 板圧延の理論と実際, 日本鉄鋼協会編, 東京, (1984), 89.
- 2) N.Yukawa, T.Ishikawa and Y.Tozawa: *J. Jpn. Soc. Technol. Plast.*, **28** (1987), 251.

- 3) N.Yukawa, T.Ishikawa and Y.Tozawa: *J. Jpn. Soc. Technol. Plast.*, **28** (1987), 726.
- 4) F.D.Fischer, F.G.Rammerstorfer, N.Fiedl and W.Wieser: *Int. J. Mech. Sci.*, **42** (2000), 1887.
- 5) F.G.Rammerstorfer, F.D.Fischer and N.Fiedl: *Trans. ASME J. Appl. Mech.*, **68** (2001), 399.
- 6) F.D.Fischer, F.G.Rammerstorfer and N.Fiedl: *Trans. ASME J. Appl. Mech.*, **70** (2003), 84.
- 7) A.Bush, R.Nicholls and J.Tunstall: *Ironmaking Steelmaking*, **28** (2001), 481.
- 8) Z.Zhou, P.F.Thomson, Y.C.Lam and D.D.W.Yuen: *Proc. Inst. Mech. Eng. B*, **221** (2007), 241.
- 9) Z.Zhou, P.F.Thomson, Y.C.Lam and D.D.W.Yuen: *Proc. Inst. Mech. Eng. C*, **221** (2007), 143.
- 10) S.P.Timoshenko and J.M.Gere: *Theory of Elastic Stability*, McGraw-Hill, New York, (1961), 348.
- 11) K.Yasuda, K.Narita and S.Shida: *J. Jpn. Soc. Technol. Plast.*, **32** (1991), 320.
- 12) K.Yasuda, K.Narita, K.Kobayashi and I.Maeno: *ISIJ Int.*, **31** (1991), 594.
- 13) K.Komori: *Int. J. Mech. Sci.*, **40** (1998), 1235.
- 14) H.Kijima, K.Kenmochi and M.Kitahama: *J. Jpn. Soc. Technol. Plast.*, **43** (2002), 199.
- 15) H.Kijima and M.Kitahama: *J. Jpn. Soc. Technol. Plast.*, **43** (2002), 150.
- 16) K.Masui: *Proc. 27th Japanese Joint Conf. Technol. Plast.*, (1976), 84.
- 17) W.C.Young: *Roark's Formulas for Stress and Strain*, McGraw-Hill, New York, (1989), 647.
- 18) R.Hill: *The Mathematical Theory of Plasticity*, Oxford, Oxford, (1950), 254.
- 19) S.P.Timoshenko and J.N.Goodier: *Theory of Elasticity*, McGraw-Hill, New York, (1970), 1.
- 20) M.P.F.Sutcliffe: *Int. J. Mech. Sci.*, **30** (1988), 847.
- 21) E.Tanaka and T.Yoshiki: *J. Jpn. Inst. Met.*, **20** (1956), 597.
- 22) H.Kijima: private communication.