



弾塑性有限要素法による薄鋼板の調質圧延における応力とひずみ解析

鎌田 征雄*・伊藤 正登*²

Stress and Strain Analysis in Temper Rolling for Thin Steel Sheet by Elastic–Plastic Finite Element Method
Ikuo YARITA and Masato ITOH

Synopsis : The temper rolling is applied to eliminate the stretcher strain, to improve the flatness and to control the surface roughness of rolled-sheet as the finishing process in cold rolling. However, there are some problems remain in analysis of the temper rolling. The classical rolling theory based on the rigid plastic theory, can not deal with non-uniform elastic–plastic deformation in the thickness direction, because the deformation is partly concentrated on the surface layer of the sheet. This paper presents an elastic–plastic finite element analysis of stress and strain behaviors in plane strain temper rolling for as-annealed mild steel sheet. In the analysis, the upper yield stress, the lower yield stress and yield point elongation are taken into account for the stress–strain relation of material rolled. For the contact boundary between roll and deforming material, both slipping and sticking are considered, and the Coulomb friction law is employed to represent the slipping friction. Furthermore, calculated rolling force by the EP-FEM is compared with that by the classical rolling theory as Karman's equation and that obtained by a laboratory scale rolling experiment with bright rolls or dull rolls. As the results, in the case of small friction between roll and deforming material, the rolling force obtained by Karman's equation coincide with that by EP-FEM and that by experiment.

Key words: temper rolling; mild steel sheet; elastic–plastic finite element analysis; slab analysis; stress–strain behavior; rolling force.

1. 緒言

調質圧延は圧延材料のストレッチャーストレインの防止、硬さなど機械的性質、表面粗さなどの制御、平坦度の改善のために圧延の最終工程として行われる。調質圧延では弾性変形と塑性変形が混在し、板厚方向における変形の不均一性が無視できないことや、軟鋼では上降伏点、下降伏点および降伏点伸びなどの現象が生じるため、剛塑性体を対象とし板厚方向に均一変形とした従来の古典的な冷間圧延の理論による応力や荷重の解析には困難が伴う。近年では、ロールを非円弧の半無限弾性床として両者を連立して計算した例^{1,2)}もあるが、板厚方向に一様な変形を想定したスラブ法によるものである。微小変形理論に基づく弾塑性有限要素法に流線修正法を用いることにより極軽圧下(弾性~0.5%程度)の調質圧延の解析も試みられていた³⁾。また最近では、不均一変形挙動、特にLuders帶に関しては転位の増殖も考慮した弾粘塑性有限要素法によるひずみ解析結果が報告されている⁴⁾。

本研究では、ロールと圧延材料との摩擦境界条件にslippingとstickingを考慮し、updated Lagrange表示を用いた弾塑性有限要素法⁵⁻⁷⁾により等方性材料内の応力やひずみ挙

動に及ぼす降伏点や圧下率、摩擦係数の影響を解析した。さらに、圧延荷重についてKarmanの圧延理論式をスラブ法により計算した結果およびライトロールとダルロールを用い低炭素鋼焼なまし板や高炭素鋼板をラボミルにより調質圧延した結果と比較した。弾性変形と塑性変形が混在し、板厚方向に応力やひずみが不均一な調質圧延にスラブ法解析がどの程度の適用性があるか検討した。

2. 解析の基本式

2・1 弾塑性有限要素法解析

ロールと圧延材料間の摩擦境界条件にslipping→sticking→slippingへの変化を考慮し、updated Lagrange法を用いた弾塑性有限要素法による平面ひずみ圧延解析をおこなった。

2・1・1 弾塑性基礎式

以下に主となる基礎方程式⁸⁾を記す。

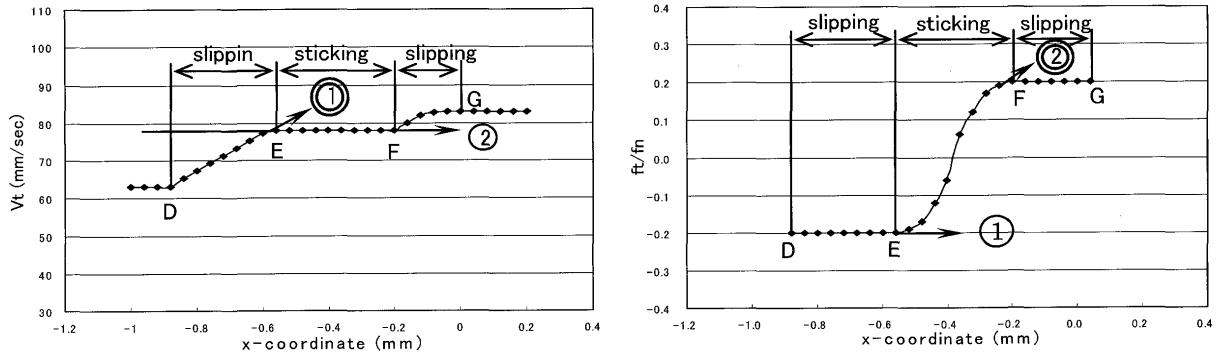
(1) 降伏条件式

等方性金属材料に関してひずみ硬化を考慮したMisesの降伏条件を用いる。

平成20年1月25日受付 平成20年5月19日受理 (Received on Jan. 25, 2008; Accepted on May 19, 2008)

* 千葉工業大学機械サイエンス学科 (Department of Mechanical Science & Engineering, Chiba Institute of Technology, 2-17-1 Tsudanuma Narashino 275-0016)

*2 千葉工業大学(大学院)機械サイエンス専攻(現:(株)オシキリ) (Graduate School of Mechanical Sciente & Engineering, Chiba Institute of Technology, now Oshikiri Machinery Co., Ltd.)

Fig. 2. Changes of tangential velocity and f_t/f_n along boundary between deforming material and roll.(4) EF 上 (sticking 域) $v_n=0, v_t=\omega R$

$$(|f_t| < \mu |f_n|, f_n < 0)$$

(5) FG 上 (出側 slipping 域) $v_n=0, f_t=\mu f_n$

$$(f_t=\mu f_n, f_t < 0, f_n < 0)$$

ここで、 v_n : y 方向速度成分、 v_p, v_n : それぞれ接線方向と法線方向の速度成分 f_t, f_n : それぞれ接線方向と法線方向の節点力、 \dot{f}_t, \dot{f}_n : 節点力の速度成分、 ω : ロールの角速度、 R : ロール半径、 μ : slipping 域の摩擦係数である。

圧延材料の表面節点はロールに接触し、摩擦条件が slipping から sticking、さらに slipping へと変化し、自由境界に出ていく。この境界条件の変化、すなわち点 D, E, F, G の判定は以下のように行った。

(1) 点 D : $(x-P_3)^2+(y-P_7)^2=R^2$,(2) 点 E : $v_t=\omega R$,(3) 点 F : $f_t=\mu f_n < 0$,(4) 点 G : $f_n=0$

ここで、 P_3, P_7 はそれぞれロールの中心における、 x, y 座標である。これにより、Fig. 2 に示すように、境界点は自動的に決定される。

なお、Coulomb 則が成り立つ摩擦境界では、 f_t は不定であり、 f_n が求められて初めて決定される。ここでは、時間 T と $T+\Delta T$ における mid-step における $f_n(T+\Delta T/2)$ を考え、前回の増分値 $\Delta f_n(T)$ を補正し、Predictor-Corrector 法により計算する。

2・2 スラブ法解析

Karman の微分方程式に代表される初等板圧延理論は、扱いが容易であり、実圧延での荷重予測やマクロ的な現象解析には広く用いられている。この手法は、Fig. 3 に示すように、圧延材料を剛塑性体とし、板厚方向に応力やひずみを均一として、ロール接触弧内の塑性変形域のみの力の釣合い条件による微分方程式を解いている。接触弧の入側や出側の材料の弾性変形は荷重補正の対象として取り扱われる。当然ながら、塑性域は幾何学的な境界条件から決定される。また、材料に発生するせん断応力はロールと圧延材料との接触面のみ考慮し、主応力は圧延方向 (x 方向) 応力と板厚方向 (y 方向) 応力と仮定した近似降伏条件により解析される。

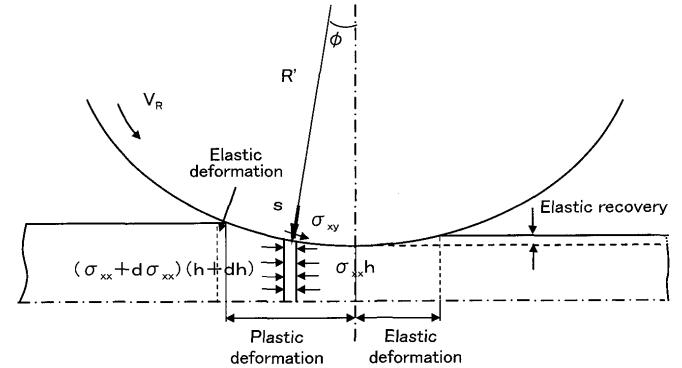


Fig. 3. Geometry and equilibrium in roll bite for slab method.

ここでは、弾性変形と塑性変形が混在し、板厚方向に応力やひずみが不均一な調質圧延についてスラブ法解析結果が弾塑性 FEM 解析結果との程度の相違があるか検討した。スラブ法解析は Alexander の解法¹⁰⁾を基本にして行った。

以下に基本式の概要を示す。

(1) 力の釣合い式

$$d[h(s-2k \mp \sigma_{xy} \tan \phi)]d\phi = 2R'(s \sin \phi \pm \sigma_{xy} \cos \phi) \dots \dots \dots (10)$$

(2) 近似降伏条件

$$\sigma_{yy} - \sigma_{xx} = 2k \Rightarrow \sigma_{xy} = s - 2k \mp \sigma_{xy} \tan \phi \dots \dots \dots (11)$$

(3) 幾何学的関係式 (接触弧内の板厚)

$$h = h_2 + 2R'(1 - \cos \phi) \dots \dots \dots (12)$$

$$(4) 加工硬化式 \quad Y = Y_0(1 + B\bar{\epsilon})^n \dots \dots \dots (13)$$

$$(5) 圧延荷重 \quad P = P_p + P_{el1} + P_{el2} \dots \dots \dots (14)$$

①塑性域

$$P_p = R' \int_0^{\phi_1} s \cos \left(\phi - \frac{1}{2} \phi_1 \right) d\phi + R' \left\{ \int_{\phi_1}^{\phi_N} \sigma_{xy} \sin \left(\phi - \frac{1}{2} \phi_1 \right) d\phi - \int_0^{\phi_N} \sigma_{xy} \sin \left(\phi - \frac{1}{2} \phi_1 \right) d\phi \right\} \dots \dots \dots (15)$$

Table 1. Computing conditions in EP-FEM and slab method.

Items			Low carbon steel	High carbon steel
Material datas	Young's modulus	E	206GPa	202GPa
	Bulk modulus	K	172GPa	168GPa
	Poisson's ratio	v	0.3	0.3
	EP-FEM:Y		Tensile test shown in Fig. 3	
	Yield stress	Y ₀	298MPa	444MPa
		B	21	36
		n	0.24	9.24
Rolling conditions	Initial thickness	H ₀	0.606mm	0.615mm
	Reduction	r	1.0, 2.0, 4.0, 8.0 %	1.0, 2.0, 4.0, 6.0 %
	Roll radius	EP-FEM:R	Deformed R's calculated by slab method	
		Slab-M:R	65mm (Undeformed roll radius)	
	Coefficient of friction	EP-FEM: μ	0.1, 0.2, 0.3, 0.4 in slipping, and all sticking	
		Slab-M: μ	0.1, 0.2, 0.3, 0.4	
Element	EP-FEM	Number of element		8×200
	Element		Dilatation quadrilateral (integration pt.:4)	
	Slab-M	Number of slab		1500

②弾性域

$$\text{入側: } P_{el} = \frac{(1-v^2)h_1}{4} \sqrt{\frac{R'}{h_1 - h_2}} \frac{(2k_1 - t_{el})^2}{E} \quad \dots \dots \dots (16)$$

$$\text{出側: } P_{e2} = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{R' h_2 (1-v^2)}{E}} (2k_2 - t_{e2})^{3/2} \quad \dots \dots \dots (17)$$

(6) 偏平ロール半径

$$R' = R \left[1 + \frac{16(1-v^2)P}{\pi E \{ \sqrt{(\delta + \delta_{e2} + \delta_t) + \sqrt{\delta_{e2}}} \}^2} \right] \quad \dots \dots \dots (18)$$

ここで $t_{el} = t_1 - 2\mu P_{el}/h_1$, $t_{e2} = t_2 - 2\mu P_{e2}/h_2$, $\delta = h_1 - h_2$, $\delta_{e2} = (1-v^2)(2k_2 - t_{e2})h_2/E$, $\delta_t = v(1+v)(h_2t_2 - h_1t_1)/E$, h : 板厚, h_1 : 入側板厚, h_2 : 出側板厚, R : ロール半径, s : 法線方向圧延圧力, σ_{xx} : 圧延方向応力, σ_{yy} : 板厚方向応力, σ_{xy} :せん断応力, ϕ : 接触弧内の任意位置の接触角, ϕ_1 : 入側における接触角, ϕ_N : 中立点角度, k : せん断降伏応力, Y : 単軸引張り降伏応力, Y_0, B, n : 降伏応力を表す材料定数, $\bar{\varepsilon}$: 相当ひずみ, t_1 : 入側張力, t_2 : 出側張力。

なお、本解析では接触弧内はslipping摩擦とした。

3. 解析結果

3・1 計算条件

Table 1に計算に使用した圧延材料データおよび圧延条件を示す。

(1) EP-FEM

Fig. 4に引張り試験から求めた圧延材料の真応力-真ひずみ線図を示す。計算には応力-ひずみ線のデジタルデータそのものを用いる。ロール半径はそれぞれの計算圧下率において、スラブ法解析から得た偏平ロール半径を用い、

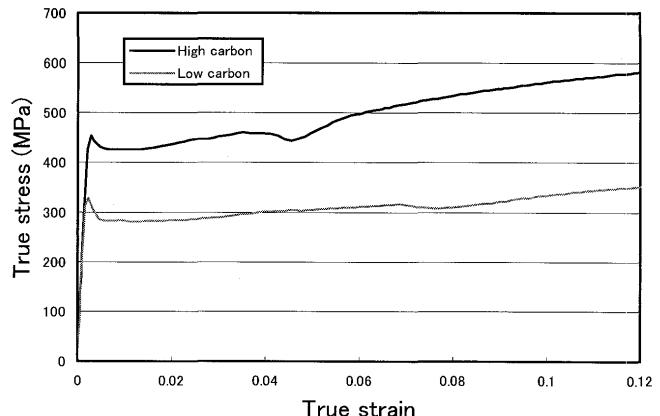


Fig. 4. True stress-true strain relation of materials to be rolled.

剛体ロールとして計算した。要素は4積分点を有する4角形要素で、8×200のネットワークである。板厚方向に上下対称とし、上半分のみ解析した。圧延条件は、slipping域での摩擦係数は0.1, 0.2, 0.3および全面stickingについて、圧下率は降伏点伸び領域の1.0, 2.0, 5.0と降伏点伸びを超えた8.0%について行った。

(2) スラブ法

材料の弾性特性、板厚、ロール径、ロール材質、摩擦係数は弾塑性FEM解析条件とほぼ同じである。全面stickingは計算不能のため行っていない。降伏応力は、FEM解析と同様に、引張り試験から求めたFig. 3を用い、降伏点伸び領域と加工硬化領域に分けて(19)式のように数式表示した。なお、上降伏点は無視し、降伏点伸び領域における平均値を Y_0 とした。

降伏点伸び領域: $Y = Y_0$,

加工硬化領域: $Y = Y_0(1+B\bar{\varepsilon})^n \quad \dots \dots \dots (19)$

3・2 弾塑性有限要素法による解析結果例

ここでは、主に低炭素鋼板について応力分布とひずみ分布の挙動について計算例を示す。計算は材料の先端非定常部の影響が接触弧内に及ばなくなるまで行っている。

圧下率4%，slipping域の摩擦係数 $\mu=0.1$ と 0.3 の場合を例にとりEP-FEMによる解析結果を示す。Fig. 5に応力分布 σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{xy} の計算結果を示す。

摩擦係数 $\mu=0.1$ ではフリクションヒルもほとんどみられず、板厚方向に比較的一様な応力分布になっている。また、板厚表面層での垂直応力 σ_{yy} をみると、接触弧入側域で上降伏点や降伏点伸びの影響が現れている。 $\mu=0.3$ では板厚方向の応力差も大きくなり、上降伏点の影響はみられない。圧下率や摩擦係数が大きくなるとこの影響は徐々に小さくなる。

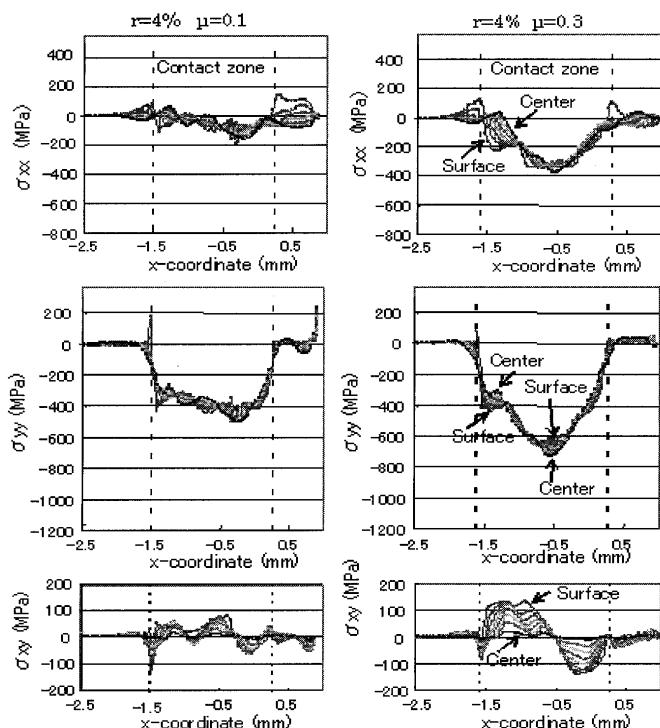


Fig. 5. Calculated examples of stress distributions for σ_{xx} , σ_{yy} and σ_{xy} .

Fig. 6に相当塑性ひずみ $\bar{\epsilon}^p$ および材料内部の負荷状態を示す。摩擦係数 $\mu=0.1$ では接触弧内の相当塑性ひずみ $\bar{\epsilon}^p$ は板厚報告にほぼ一様で均一変形している。また、接触弧内ではsticking域の表層の微小部分のみに除荷がみられるのみで、全域でほぼ全域で負荷状態にある。 $\mu=0.3$ では板厚表層部のひずみが大きくなり、不均一な変形になる。接触弧内での除荷域もより顕著にみられる。

3・3 EP-FEM とスラブ法との解析結果の比較

3・3・1 摩擦係数の影響

低炭素鋼板で圧下率が2.0%の場合の摩擦係数 μ が0.1~0.4まで変化させたときのEP-FEMおよびスラブ法による垂直方向応力 σ_{yy} の分布をFig. 7に示す。スラブ法による応力は塑性域のみの応力である。

両解析結果とも摩擦係数の増大とともにフリクションヒルが顕著に現れ、板厚方向の応力差も増大する。応力の最大値はスラブ法による値のほうが徐々に大きくなる。また、前述のように、摩擦係数が小さい場合には降伏点近傍の挙動が顕著となる。

3・3・2 圧下率の影響

Fig. 8に摩擦係数 $\mu=0.2$ の場合に圧下率1%, 2%, 4%, 8%における垂直方向応力の分布を示す。摩擦係数 $\mu=0.2$ の場合には各圧下率でEP-FEMの結果とスラブ法の結果には大きな差はない。圧下率1%, 2%ではスラブ法の結果は応力がやや高めで、4%, 8%になると逆にやや低めである。調質圧延のように低圧下率では降伏点近傍の材料の応力-ひずみ挙動が大きな影響を及ぼすことがわかる。

3・3・3 鋼種の影響

圧下率2%，摩擦係数 $\mu=0.2$ の場合の低炭素鋼板および高炭素鋼板の垂直方向応力 σ_{yy} の分布をFig. 9に示す。両材料とも、応力の大きさを除けば、EP-FEMによる結果とスラブ法による結果は傾向的には一致している。高炭素鋼板ではスラブ法の結果のほうがやや高い応力となり、最大応力点がより接触弧の入側に位置する。

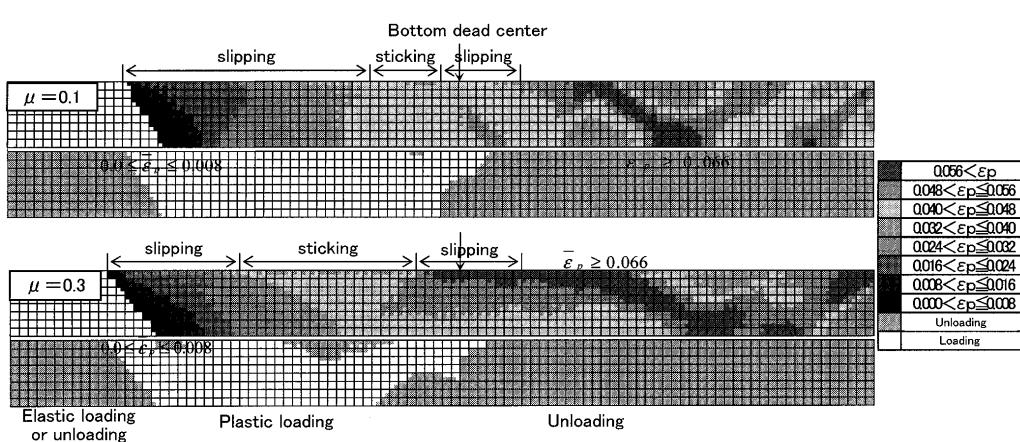


Fig. 6. Calculated example of equivalent plastic strain distribution and loading behavior.

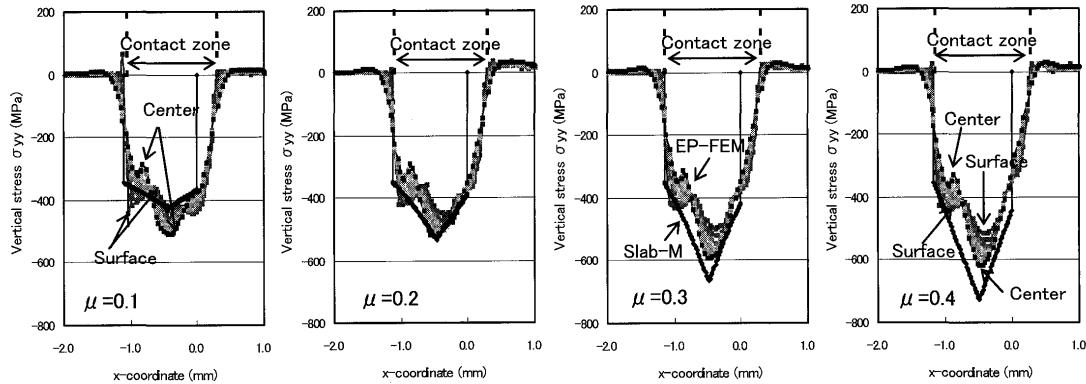


Fig. 7. Effect of coefficient of friction on vertical stress calculated by EP-FEM and slab method.

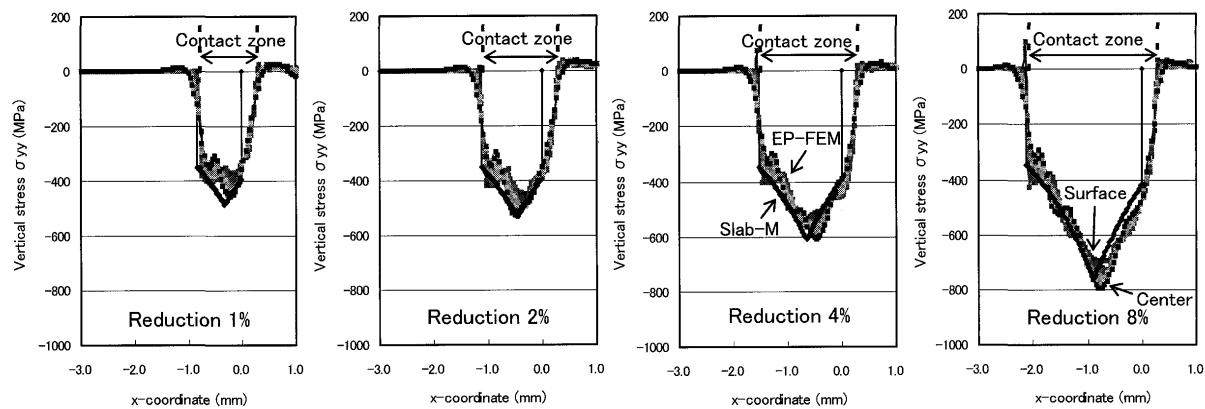


Fig. 8. Effect of reduction on vertical stress calculated by EP-FEM and slab method.

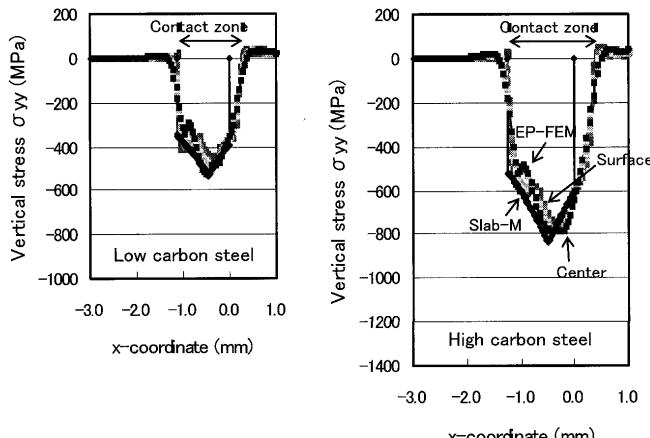


Fig. 9. Comparison of calculated vertical stress between low carbon steel and high carbon steel sheets.

4. 圧延荷重の比較

4.1 調質圧延実験条件

Table 1に示した低炭素鋼板(0.08 wt%)と高炭素鋼板(0.65 wt%)の焼なまし材を供試材とし、Table 2に示す圧延条件により調質圧延を行い、圧延荷重について前述のEP-FEMおよびスラブ法による解析結果と比較した。ロールはライトロール(0.12 μm Ra)およびダルロールとしてショットダルロール(4.1 μm Ra、以後SDR)と放電ダル

ロール(2.5 μm Ra、以後EDR)を用いた。潤滑はDry(無潤滑)、実際の圧延に用いられている低粘度の水溶性調質圧延液および粘度の高い鉱物油を用い、ロール表面に塗布した。

4.2 実験結果

Fig.10に調質圧延実験より得られた各圧延条件における圧延荷重と圧下率の関係を示す。圧下率が高くなると、EP-FEMおよびスラブ法から荷重から逆算される摩擦係数は大きくなり、ダルロールほど顕著になることが推測される。低圧下率ではスラブ法による計算荷重は高く、高圧下率になるとEP-FEMによる計算荷重が若干高い程度で大差ない。

ライトロールの場合には、両板材ともにいずれの圧下率においても、潤滑剤による荷重低減効果は顕著には現れていない。低炭素鋼、高炭素鋼の両板材とともに弾塑性有限要素法解析結果とスラブ法解析結果とほぼ一致し、摩擦係数 $\mu=0.1$ 程度で全ての圧下率において実験から得られた圧延荷重にもよく一致している。これは、Fig. 6に示したように、圧延材料とロールとの摩擦係数が小さいときには、接触弧内における板厚方向のひずみがほぼ均一に分布していることで、入側および出側における弾性域の補正を行なえば古典圧延理論も有効であることを示唆している。

SDR、EDRどちらのロールでも、両板材ともに潤滑剤に

Table 2. Rolling mill specifications and rolling conditions.

Rolling mill	Mill type	2-high
	Roll size	$\phi 130\text{mm} \times 160\text{wmm}$
	Roll material	SUJ2
	Roll hardness	Hs 93° up
	Roll roughness	Bright roll: 0.12 μmRa
		Shot dull roll: 4.1 μmRa
		Electric-discharged roll: 2.5 μmRa
Rolling condition	Load capacity	25 tonf
	Rolling speed	4.2 m/min
	Tension	0 MPa
Lubrication	Aimed reduction	1.0, 2.0, 4.0, 6.0 or 8.0%
	Dry	
	Soluble oil (0.69 mm ² /s at 313K)	
	Mineral oil (4.21 mm ² /s at 313K)	

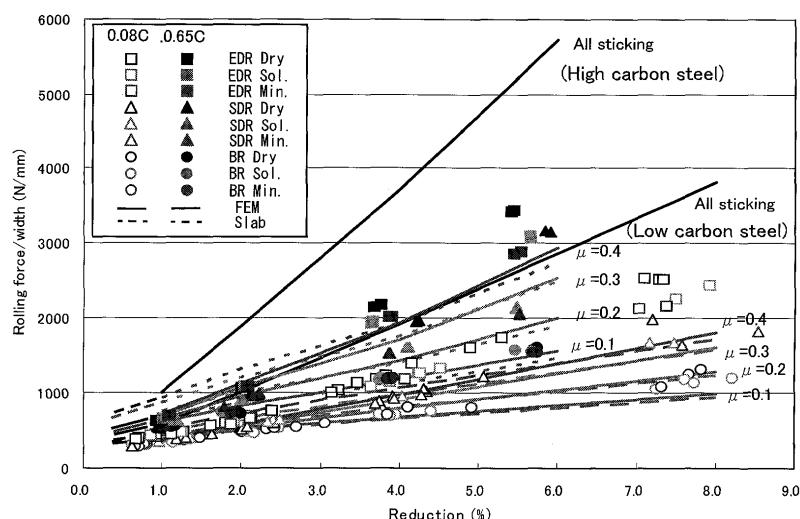


Fig. 10. Comparison of rolling forces obtained by EP-FEM, slab method and experiment.

による荷重低減効果は圧下率の増大にともない顕著に現れていく。しかし、通常の調質圧延における圧下率1.0~3.0%の領域では、潤滑状態に関わらず同程度の摩擦係数を示す。高圧下率では、高粘度潤滑剤を用いた場合の方が低粘度潤滑液を用いた場合に比べ、摩擦係数は小さく、荷重低減効果は大きい。また、低炭素鋼板の方が高炭素鋼板に比べ圧延荷重が低いが、摩擦係数ではほぼ同程度の値となる。

実験圧延荷重は圧下率に応じてほぼ線形に増大し、その増大の勾配は弾塑性有限要素法解析から得られた圧延荷重の増大勾配とほぼ一致している。スラブ法解析は摩擦係数を実際の摩擦係数ではなく、ひとつの変数として実際の圧延荷重と一致するように調整することで、調質圧延時の圧延荷重予測へ適用することが可能と考えられる。なお、Dry潤滑状態においても圧延材とロール間の摩擦は完全なsticking状態には至っていないことが分かる。

5. 結論

Updated Lagrange表示を用いた弾塑性有限要素法により、低炭素鋼焼なまし板および高炭素鋼板の調質圧延時の応力やひずみ挙動を解析するとともに、Karmanの圧延理論式をスラブ法により解析した結果と比較した。また、ライトロールとダルロールを用いたラボスケールの圧延実験を行い、圧延荷重について解析結果と実験結果を比較した。その結果、以下の知見を得た。

- (1) 摩擦係数が小さい場合には、板厚方向にひずみが均一化するため、スラブ法解析から得られた垂直応力と圧延荷重は弾塑性FEMから得られた結果にほぼ一致する。摩擦係数が増大するにつれて、スラブ法による垂直応力は弾塑性FEMから得られた応力より大きくなるが、圧延荷重は弾性補正により大差なくなる。
- (2) 調質圧延のように低圧下率の範囲では、スラブ法解析から得られた垂直応力は弾塑性有限要素法から得られた応力よりも高い値になり、圧延荷重も高くなる。しかし、

圧下率の増大とともに両者はほぼ一致する。低圧下率では材料の降伏点近傍の応力-ひずみ挙動を考慮することが望ましい。

(3) 実験圧延荷重は圧下率に応じてほぼ線形に増大し、その増大の勾配は弾塑性有限要素法解析から得られた圧延荷重の増大勾配とほぼ一致している。摩擦係数が小さい場合には、スラブ法による圧延荷重は弾塑性有限要素法による結果とほぼ一致する。

なお、生産部門冷延部会からは実験材料（低炭素鋼板、高炭素鋼板の焼なまし材）を提供していただくとともに、本研究会の遂行にあたり有益な助言と協力を賜りました。

文 献

- 1) N.A.Fleck, K.L.Johnson, M.E.Mear and L.C.Zhang: *Proc. Inst. Mech. Eng.*, **206** (1992), 119.
- 2) H.Matsumoto: *CAMP-ISIJ*, **18** (2005), 1218.
- 3) T.Tamano: *J. Jpn. Soc. Technol. Plast.*, **14** (1973), 776.
- 4) S.Yoshida and S.Yamamoto: *CAMP-ISIJ*, **18** (2005), 1219.
- 5) I.Yarita, R.L.Mallet and E.H.Lee: *Steel Res.*, **56** (1985), 255.
- 6) I.Yarita and Y.Satoh: Preprint of JSME/ASME Int. Conf. on Materials and Processing 2002, Vol. 2, (2002), 373.
- 7) I.Yarita and Y.Funakura: *CAMP-ISIJ*, **17** (2004), 1001.
- 8) E.H.Lee, R.L.Mallett and R.M.McMeeking: Numerical Modeling of Manufacturing Processes, (1977), 19.
- 9) J.H.Argyris, J.St.Doltsinis, P.M.Piements and H.Wustenberg: *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.*, **32** (1982), 3.
- 10) J.M.Alexander: *Proc. R. Soc. (London)* **A326** (1972), 535.