



平滑丸棒引張および円周切欠引張におけるくびれ成長のモデル

榎並 啓太郎*・長井 寿*・鳥塚 史郎*・井上 忠信*

The Neck Growth Model in a Smooth Round Tension and a Circumferentially Notched Tension

Keitaro ENAMI, Kotobu NAGAI, Shiro TORIZUKA and Tadanobu INOUE

Synopsis : The neck growth by plastic working was investigated by circumferentially notched tension test and smooth round tension test at room temperature. The neck ratio, defined as the radius of the neck section divided by the radius of the neck curvature, changes with the true strain. The initial notch shape affects the neck growth by plastic working before local necking but it has no effect after local necking. Therefore, changes in the neck ratio with the true strain before and after local necking were expressed by different neck growth models for the circumferentially notched tension. The neck growth models on the smooth round tension and the circumferentially notched tension are in reasonable agreement with the experimental results.

Key words : neck growth model; neck ratio; true strain; smooth round tension; circumferentially notched tension.

1. 緒言

深絞り、冷間鍛造、チューブハイドロフォーミング等の塑性加工において、場合によっては真ひずみが約1.0になるまで鋼材が変形する。塑性加工の限界を予測するため、数値シミュレーションが必要である。数値シミュレーションには、鋼材の真応力-真ひずみ関係を真ひずみが1.0まで入力する必要がある。現行の引張試験では、荷重と標点伸びを測定する。しかし、荷重-標点伸び関係を基に作図される真応力-真ひずみ関係は、局所くびれ発生まで、すなわち真ひずみが高々0.1~0.3までしか決定できない。したがって、局所くびれ以降の真応力-真ひずみ線図を真ひずみが1.0まで実測決定する方法が求められている。

ところで、円周切欠引張試験における平均応力を、荷重を時々刻々のくびれ断面積で除したものとす。平均応力と真ひずみは次式で定義される^{1,2)}。

$$\sigma = \frac{P}{\pi a^2} \quad \cdots \cdots (1)$$

$$\varepsilon = 2 \ln \frac{a_0}{a} \quad \cdots \cdots (2)$$

ここに、 σ は平均応力、 P は引張荷重、 a は時々刻々のくびれ断面半径、 ε は真ひずみ、 a_0 は初期のくびれ断面半径である。

真応力は平均応力から次式で近似される³⁾。

$$F = \frac{\sigma}{\left(1 + \frac{2R}{a}\right) \ln \left(1 + \frac{a}{2R}\right)} \quad \cdots \cdots (3)$$

ここで、 F は真応力、 R はくびれの曲率半径である。以後、 a/R をくびれ比と呼ぶ。真応力-真ひずみ線図は次式で近似される^{4,5)}。

$$F = c \cdot \varepsilon^n \quad \cdots \cdots (4)$$

ここに、 c は真ひずみが1の時の真応力、 n は加工硬化係数である。

式(2)に示す通り、くびれ断面の真ひずみはくびれ断面の直径から容易に求まる。しかし、式(3)に示す通り、くびれ断面では平均応力と真応力とは異なるので、真応力を求めることは容易でない。くびれ断面の真応力を求めるためには、くびれ比の真ひずみによる変化を正確に求める必要がある。

そこで、まず著者らは参考文献5)において、局所くびれ以降の真応力-真ひずみ関係を求めることを目的として、平滑丸棒引張及び円周切欠引張の断続試験を実施した。断続試験によってくびれの曲率半径と、くびれ断面の半径を実測決定して、真ひずみによるくびれ比の変化を求めた⁵⁾。その実験結果を近似するくびれ比の真ひずみ関数式として以下を示した⁵⁾。

$$\frac{a}{R} = \frac{a_0}{R_0} (\varepsilon \leq 2n) \quad \cdots \cdots (5-1)$$

$$\frac{a}{R} = \frac{a_0}{R_0} + \varepsilon - 2n \quad (\varepsilon > 2n) \quad \cdots (5-2)$$

ここに、 a_0 は初期のくびれ断面半径、 R_0 は初期のくびれの曲率半径、 n は加工硬化係数である。ここでは、 a_0/R_0 を初期くびれ比と呼ぶ。

式(5)は、真ひずみが $2n$ まではくびれ比は初期くびれ比のまま変化せず、真ひずみ $2n$ 以降で真ひずみに比例して大きくなることを示している。しかし、これでは実験結果全体を統一的に説明しきっていなかった。すなわち、 $R_0:1\text{ mm}$ の円周切欠材では、くびれ比は $2n$ 以前でも変化した。さらに同じく $R_0:1\text{ mm}$ の円周切欠材では、くびれ比が真ひずみに比例し始めるひずみは $2n$ には一致しなかった。これらのことは、 $R_0:1\text{ mm}$ の特殊性と捉えることも可能かもしれないが、より一般的な取り扱いが必要であることを示唆しているものでもある。

そこで、本報では、くびれ比の真ひずみによる変化をより統一的に把握するために、真ひずみを局所くびれの発生までと発生後の領域に分けて、それぞれ初期切欠形状の影響を考慮したモデリングを試みた。

2. 実験方法

2.1 供試材

強度特性の異なる場合のくびれ比の真ひずみによる変化を調べる目的で、異なる降伏強度を持つ供試材をいくつか用意した。Table 1に、供試材の化学成分と引張特性を示す。FP1、FP2は市販の熱間圧延板材（板厚16mm、フェライト-パーライト組織）、FC1は溝ロール圧延棒材（18mm角、フェライト-セメンタイト組織）、そしてQT1、QT2、QT3は市販の高力ボルト材（直径22mm、焼戻しマルテンサイト組織）である。参考文献⁵⁾の供試材FP1、FP2、QT1、QT2、QT3に、本報ではFC1を新たに加えた。それは、フェライト-セメンタイト組織を持つ供試材におけるくびれ比の真ひずみによる変化をフェライト-パーライト組織および焼戻しマルテンサイト組織を持つ供試材におけるそれらと比較するためである。

FC1は、SM490相当の化学組成の真空溶解鋼を供試鋼とし、熱間鍛造によって $\phi 115\text{ mm}$ 、長さ600mm（約50kg）の圧延素材を採取し、それに温間多パス溝ロール圧延を施した⁶⁾。まず圧延素材を1173Kに加熱してオーステナイト単相とした後、 Ar_3 点付近の1023~993Kの温度範囲において、最終パスが80mm角の孔型まで10パスの圧延（Stage I、累積減面率40%）を行った。続いて、圧延材を温間圧延目標温度の823Kまで空冷し、70mm角から17mm角までの孔型によって、21パスの温間圧延（Stage II、累積減面率95%）を行った。Stage IIの1パス当たりの圧下率は8~20%である。

Table 1. Chemical compositions and tensile properties of the materials tested.

(a) Chemical compositions

Material	C	Si	Mn	P	S
FP1 FP2	0.16	0.44	1.46	0.013	0.004
FC1	0.15	0.30	1.45	0.010	0.001
QT1 QT2 QT3	0.20	0.08	0.96	0.008	0.007

(b) Tensile properties

Material	σ_{YS} (MPa)	σ_{TS} (MPa)	MEL (%)	FEL (%)	Structure
FP1	251	470	20.0	34.0	F-P
FP2	341	522	18.5	34.0	F-P
FC1	921			13.4	F-C
QT1	701	763	7.1	20.0	TM
QT2	1027	1073	4.0	14.0	TM
QT3	1182	1307	3.0	14.0	TM

σ_{YS} : Yield stress, σ_{TS} : Tensile strength, MEL: Elongation at maximum load, FEL: Elongation at failure, F-P: Ferrite-Pearlite, F-C: Ferrite-Cementite, TM: Tempered Martensite

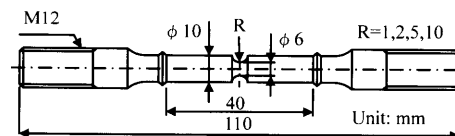


Fig. 1. An illustration of circumferentially notched tension specimen.

同一化学成分で強度の異なる供試材を用意するため、熱処理を行った。FP1は、FP2を1200°Cで60分保持後、炉冷したものである。ボルト材は、焼入れ条件は一定とし、焼戻し条件を変えた。すなわち、880°Cで60分保持後、水焼入れを行った。その後、焼戻し温度をQT1では550°C、QT2では405°C、QT3では290°Cとして90分保持後、水冷した。

2.2 引張試験方法

平滑丸棒引張試験では、平行部の直径8mm、標点距離40mmのJIS 14A号試験片を用いた。一方、円周切欠引張試験では、Fig. 1に示す試験片を用いた。標点距離40mm、くびれ断面の直径6mmとし、くびれの曲率半径を1, 2, 5, 10mmの4条件とした。すべての試験片を、試験片の長手方向が供試材の圧延方向と一致するようにして採取した。引張試験は室温で行い、試験機のストローク速度は0.02 mm/sとした。引張試験は断続的に行い、試験機を止めている間に荷重とくびれ断面の直径の関係を記録した。くびれ断面の直径は、ノギスにより測定した。実験方法の詳細は、別報に述べてある⁵⁾。試験終了後、破断させなかった試験片及び破断後につなぎ合わせた試験片の、くびれ断面の曲率半径についても光学顕微鏡写真から実測決定

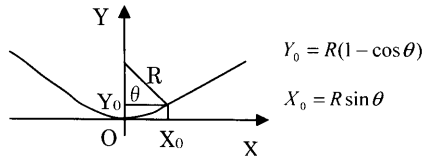


Fig. 2. Evaluation method for the radius of the neck curvature.

した。Fig. 2に示すように、くびれの底部を原点に取り、試験片の長手方向にX軸を、径方向にY軸を取る。そして、くびれの投影線上の座標 X_0 と Y_0 を測定する。幾何学的な関係から、くびれの曲率半径は次式で求められる。

$$R = \frac{X_0^2 + Y_0^2}{2Y_0} \quad \text{.....(6)}$$

ここで、 R はくびれの曲率半径である。測定のため、 Y_0 は0.2mmで一定とした。

3. 実験結果および考察

3.1 局所くびれ以前のくびれ比の真ひずみ関数モデル

初期の切欠形状により、局所くびれ以前の真ひずみの増加によってくびれ比が減少する場合と増加する場合がある。本報では、 $R_0:1, 2\text{mm}$ の切欠材でくびれ比は減少し、 $R_0:5, 10\text{mm}$ の切欠材でくびれ比は増加した（参考文献5参照）。そこで、 $R_0:1, 2\text{mm}$ の切欠材と $R_0:5, 10\text{mm}$ の切欠材とで異なるモデル化を行った。

Fig. 3(a)に、 $R_0:1, 2\text{mm}$ の円周切欠材の塑性加工による切欠形状の変化モデルを示す。ここで、 R_0 は初期のくびれの曲率半径、 a_0 はくびれ断面の初期半径、 R は時々刻々のくびれの曲率半径、 a は時々刻々のくびれ断面の半径、 u はくびれ断面半径の減少量である。

経験的に、切欠端部伸びの半長はくびれ断面半径の減少量 u にほぼ等しいことが分かっている。そこで、切欠半径は円弧形状を保ちながら大きくなると仮定すると、 R と a は次式で表される。

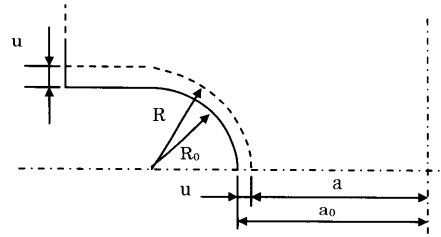
$$R = R_0 + u \quad \text{.....(7)}$$

$$a = a_0 - u \quad \text{.....(8)}$$

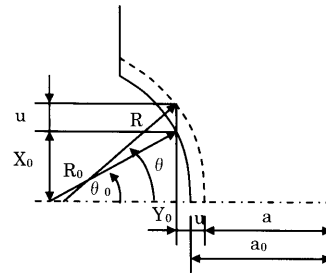
式(2)、(7)、(8)より、 u を消去するとくびれ比は真ひずみの関数として次式で表される。

$$\frac{a}{R} = \frac{a_0}{R_0} \frac{1}{\exp\left(\frac{\epsilon}{2}\right) + \frac{a_0}{R_0} \left(\exp\left(\frac{\epsilon}{2}\right) - 1\right)} \quad \text{.....(9)}$$

Fig. 3(b)に、 $R_0:5, 10\text{mm}$ の切欠材の塑性加工による切欠形状の変化モデルを示す。式(6)より、 R は次式で表さ



(a) 1R, 2R



(b) 5R, 10R

Fig. 3. Model of the notch shape change by plastic working; (a) 1R or 2R notched specimen; (b) 5R or 10R notched specimen.

れる。

$$R = \frac{(X_0 + u)^2 + (Y_0 + u)^2}{2(Y_0 + u)} \quad \text{.....(10)}$$

$$X_0 = R_0 \sin \theta_0 \quad \text{.....(11)}$$

$$Y_0 = R_0(1 - \cos \theta_0) \quad \text{.....(12)}$$

式(2)、(8)、(10)より、 u を消去するとくびれ比は真ひずみの関数として次式で表される。

$$\frac{a}{R} = \frac{2 \exp\left(-\frac{\epsilon}{2}\right) \cdot \left[\frac{Y_0}{a_0} + 1 - \exp\left(-\frac{\epsilon}{2}\right)\right]}{\left\{ \left[\frac{X_0}{a_0} + 1 - \exp\left(-\frac{\epsilon}{2}\right)\right]^2 + \left[\frac{Y_0}{a_0} + 1 - \exp\left(-\frac{\epsilon}{2}\right)\right]^2 \right\}} \quad \text{.....(13)}$$

試験終了後、破断させなかった試験片の目視観察の結果、5R、10R切欠材においては、塑性加工を受けて変形の集中する部分は、切欠底を中心として試験片の長手方向に約4mmと見積もられた。そこで、 $a_0=3\text{mm}$ 、 $X_0=2\text{mm}$ と固定し、式(11)、(12)より5R材の場合 $Y_0=0.417\text{mm}$ 、10R材の場合 $Y_0=0.202\text{mm}$ として、これらの値を式(13)に代入し、くびれ比と真ひずみの関係を求めた。

3.2 局所くびれ発生ひずみの定式化

式(9)、(13)に示すくびれ比の真ひずみ関数モデルは、局所くびれの開始する真ひずみまで有効であるので、次には異なる初期切欠形状において局所くびれ発生ひずみを

定式化する必要がある。ところで、円周切欠引張でも平滑丸棒と同様に局所くびれが発生する。そこで、応力状態は異なるが、二軸引張の薄板における局所くびれの発生条件を、円周切欠引張の場合に適用してみることにした。二軸引張の薄板における局所くびれ発生条件は、次式で表される^{7,8)}。

$$\frac{dF}{d\varepsilon} = F \cdot g \quad \dots\dots\dots(14)$$

$$g = \left[\frac{1 + \sigma_2 / \sigma_1}{2 \sqrt{1 - \sigma_2 / \sigma_1 + (\sigma_2 / \sigma_1)^2}} \right] \quad \dots\dots\dots(15)$$

ここに、 F は真応力、 g は係数、 σ_1 は軸応力、 σ_2 はそれと直角方向の応力である。式(4)を式(14)に代入すると、局所くびれ発生条件は次式で表される。

$$\varepsilon = \frac{n}{g} \quad \dots\dots\dots(16)$$

円周切欠引張の場合、応力状態が薄板とは異なるが、くびれ断面中央での軸応力及びそれと直角な半径方向応力はそれぞれ次式で表される³⁾。

$$\sigma_z = F \left\{ 1 + \ln \left(1 + \frac{a}{2R} \right) \right\} \quad \dots\dots\dots(17)$$

$$\sigma_r = F \ln \left(1 + \frac{a}{2R} \right) \quad \dots\dots\dots(18)$$

ここに、 σ_z は軸応力、 σ_r 半径方向応力である。 $\sigma_1 = \sigma_z$ 、 $\sigma_2 = \sigma_r$ として、式(17)、(18)を式(15)に代入すると、 g をくびれ比の関数として表すことができる。その結果得られる式は複雑なので、Fig. 4に、くびれ比と係数 g の逆数の関係を具体的に示す。図に示す通り、くびれ比が大きくなると係数 g の逆数は小さくなる。Fig. 4と式(16)より、局所くびれ発生時の真ひずみは、平滑材、10R、5R、2R、1R切欠材の場合でそれぞれ2.0n、1.7n、1.5n、1.3n、1.2nとなる。以後、これらの局所くびれ発生時の真ひずみを ε_1 と記す。 ε_1 を式(9)、(13)に代入すると、局所くびれの開始する時のくびれ比は次式で示される。

$$1R, 2R: \frac{a_1}{R_1} = \frac{3}{R_0} \frac{1}{\exp\left(\frac{\varepsilon_1}{2}\right) + \frac{3}{R_0} \left(\exp\left(\frac{\varepsilon_1}{2}\right) - 1 \right)} \quad \dots\dots\dots(19)$$

$$5R, 10R: \frac{a_1}{R_1} = \frac{2 \exp\left(-\frac{\varepsilon_1}{2}\right) \cdot \left[\frac{Y_0}{3} + 1 - \exp\left(-\frac{\varepsilon_1}{2}\right) \right]}{\left\{ \left[\frac{2}{3} + 1 - \exp\left(-\frac{\varepsilon_1}{2}\right) \right]^2 + \left[\frac{Y_0}{3} + 1 - \exp\left(-\frac{\varepsilon_1}{2}\right) \right]^2 \right\}} \quad \dots\dots\dots(20)$$

ここで、 a_1/R_1 は局所くびれ発生時のくびれ比とする。

このように、局所くびれ発生時の真ひずみは、 n 値の関数として定式化でき、しかも初期切欠形状の影響も考慮できた。しかし、真ひずみ自体を知る必要があるため、 n 値の決定方法についても検討する。塑性不安定（最高荷重点）の開始条件は次式で示される⁹⁾。

$$\frac{dF}{d\varepsilon} = F \quad \dots\dots\dots(21)$$

ここに、 F は真応力、 ε は真ひずみである。式(4)を式(21)に代入すると、次式が得られる。

$$\varepsilon = n \quad \dots\dots\dots(22)$$

従って、 n 値は最高荷重点の真ひずみと等しいので、次式が導かれる。

$$n = \ln(1 + MEL) \quad \dots\dots\dots(23)$$

ここに、MELは最高荷重点伸びである。

Table 1(b)に示す最高荷重点伸びを式(23)に代入すると、 n 値はFP1、FP2、QT1、QT2、QT3の場合でそれぞれ0.18、0.17、0.07、0.04、0.03となる。この n 値の求め方は一般性を有すると思われるが、FC1の場合、荷重-標点伸び線図の形状が特殊であり、上降伏点の荷重が最大となったため、最高

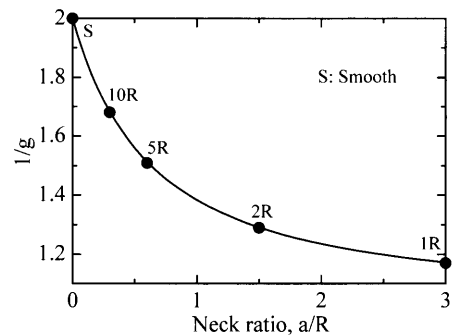


Fig. 4. Relationship between the neck ratio, a/R and the inverse of coefficient, g in Eq. (15).

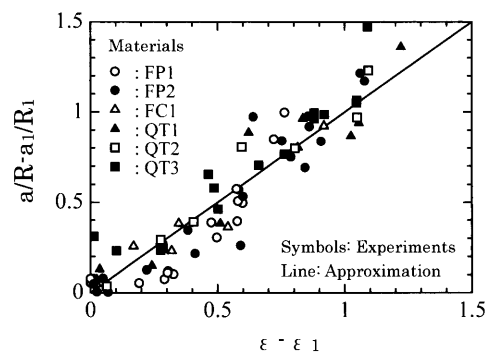


Fig. 5. Change in $a/R - a_1/R_1$ with $\varepsilon - \varepsilon_1$ in smooth round tension and notched tension after local necking. a/R : neck ratio. a_1/R_1 : neck ratio at local necking. ε : true strain. ε_1 : true strain at local necking. Symbols: experimental data. Lines: calculation.

荷重点伸びから n 値は決定できない。この場合は、断続試験法⁵⁾による真応力-真ひずみ関係に式(4)を当てはめて、FC1の n 値を0.08と決定した。これらの n 値から、各初期切欠形状における局所くびれ発生真ひずみ(ε_1 とする)を具体的に決定できる。

3・3 局所くびれ以後のくびれ比の真ひずみ関数モデル

平滑丸棒引張および円周切欠引張における、局所くびれ以降の真ひずみ増分とくびれ比の増分の実測値の関係をFig. 5に示す。供試材毎に異なるシンボルで示してある。真ひずみ増分は、式(2)より実測した真ひずみから前節で

Table 2. Summary of the neck growth model in smooth round tension and circumferentially notched tension tests.

Specimen	Neck ratio, a/R		True strain at local necking, ε_1	Neck ratio at local necking, a_1/R_1
	Before local necking	After local necking		
Smooth round	0	Eqn.(24)	$2.0n$	0
R_0 :1mm notched	Eqn.(9)	Eqn.(24)	$1.2n$	Eqn.(19)
R_0 :2mm notched	Eqn.(9)	Eqn.(24)	$1.3n$	Eqn.(19)
R_0 :5mm notched	Eqn.(13)	Eqn.(24)	$1.5n$	Eqn.(20)
R_0 :10mm notched	Eqn.(13)	Eqn.(24)	$1.7n$	Eqn.(20)

n : strain hardening exponent, R_0 : initial radius of the neck curvature

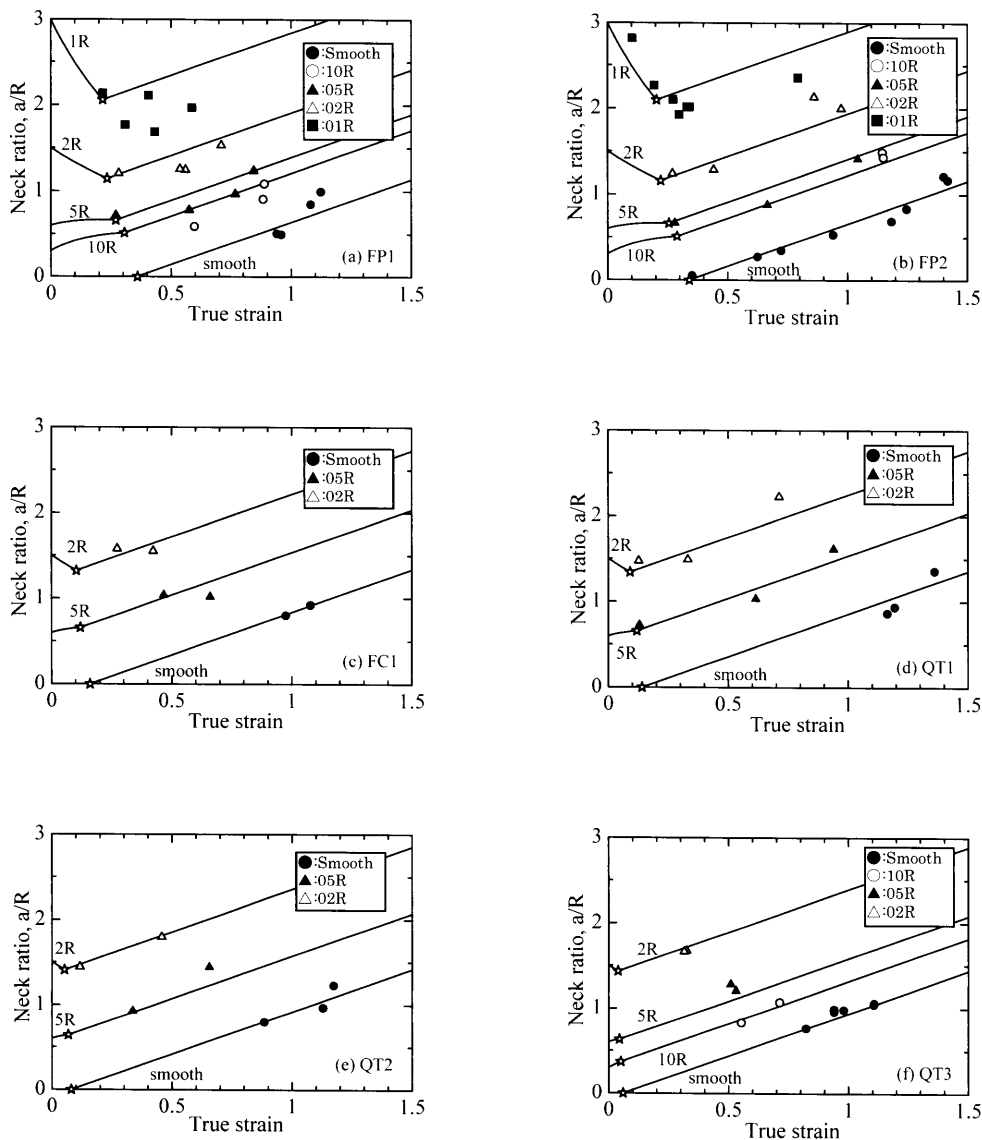


Fig. 6. Change in neck ratio, a/R with true strain together with its approximation models in the circumferentially notched tension and smooth round tension. Symbols: experimental data. Lines: calculation based on the models.

決定した局所くびれ発生時の真ひずみ ε_l を引いたものである。また、くびれ比の増分は、断続試験で実測決定したくびれ比から前節で決定した局所くびれ発生時のくびれ比 a_l/R_l を引いたものである。なお、平滑材では $a_l/R_l=0$ とする。図に示す通り、供試材、平滑材・切欠材に関わらず、局所くびれ以降のくびれ比の増分は、真ひずみ増分に比例（傾き1）する。この実験結果を説明する、局所くびれ以降のくびれ比の真ひずみ関数モデルは次式に単純化できる。

$$\frac{a}{R} = \frac{a_l}{R_l} + \varepsilon - \varepsilon_l \quad (\varepsilon > \varepsilon_l) \quad \cdots \cdots (24)$$

以上より、局所くびれ以前・以後のくびれ比の真ひずみ関数モデルを整理すると Table 2 のようになる。

さて、平滑材及び円周切欠材における局所くびれ以前・以後のくびれ比と真ひずみの関係（実測値）を、Fig. 6 に供試材毎に異なったシンボルで示す。さらに、以上の検討結果を整理した Table 2 に基づき、くびれ比の真ひずみ関数モデルを実線で示した。分かりやすくするために、各モデルから求まる、局所くびれ発生時の真ひずみにおけるくびれ比を☆印で示した。平滑材・切欠材に関わらず、くびれ比の真ひずみ関数モデルは実測値と概ね一致しており、十分に満足できるモデル化が達成できた。本報で達成したモデル化の真ひずみ範囲は、各素材で1を超えており、今後、平滑及び円周切欠材によらず、荷重-くびれ断面直径関係を実測できれば、式(3)に基づき真ひずみで1を越える領域まで、真応力すなわち真応力-真ひずみ関係を近時良く決定できることになる。だが、本モデル化には例えば、FP1の1R切欠材ではモデルと実測値とのずれが多少大きいと言う問題が残る。

4. 結論

円周切欠引張試験および平滑丸棒引張試験（室温）におけるくびれ比の真ひずみによる変化のモデル化を試みた。その結果、

(1) 局所くびれ発生前は、初期の切欠形状に応じくびれ比は真ひずみにより増加または減少する。そこで、初期の切欠形状に応じた、くびれ比の真ひずみ関数モデル化を行った。

(2) 局所くびれの発生する真ひずみの初期切欠形状による定式化を行った。その定式化によれば、局所くびれの発生する真ひずみは切欠形状により異なる。

(3) さらに、断続試験の実測値を基に、局所くびれ発生後のくびれ比の真ひずみ関数モデル化を行った。

(4) これらを組み合わせたモデルは実測値をよく表現できており、本報のくびれ比の真ひずみ関数モデルを適用することにより、荷重-くびれ断面直径関係から作図したくびれ断面の平均応力-真ひずみ関係を基に、真応力-真ひずみ関係を真ひずみが約1.0まで決定できる。

文 献

- 1) J.W.Hancock and A.C.Mackenzie: *J. Mech. Phys. Solids*, **24** (1976), 147.
- 2) A.C.Mackenzie, J.W.Hancock and D.K.Brown: *Eng. Fract. Mech.*, **9** (1977), 167.
- 3) P.W.Bridgman: *Studies in Large Plastic Flow and Fracture*, McGraw-Hill, New York, (1952), 16.
- 4) K.Enami and K.Nagai: *Tetsu-to-Hagané*, **91** (2005), 285.
- 5) K.Enami and K.Nagai: *Tetsu-to-Hagané*, **91** (2005), 712.
- 6) A.Ohori, S.Torizuka, K.Nagai, K.Yamada and Y.Kogo: *Tetsu-to-Hagané*, **89** (2003), 781.
- 7) Y.Bao: *Eng. Fract. Mech.*, **72** (2005), 505.
- 8) F.A.McClintock and Z.M.Zheng: *Int. J. Fract.*, **64** (1993), 321.
- 9) R.Hill: *The Mathematical Theory of Plasticity*, Oxford University Press, London, (1960), 276.