

実ラインでは、板温度と炉霧囲気温度に違いがあるとロール幅方向に温度偏差ができるヒートクラウンが発生する。温度分布は放物線型で、板道端側の温度変化が大きいと考えられる。それをFig. 1 bのようにテーパ部板幅(b-c)/2だけに直線分布の温度差 ΔT_r がある台形の分布形で近似すると、ヒートクラウン γ_h は、

$$\gamma_h = \Delta R_h / ((b-c)/2) = 2R\alpha_r\Delta T_r / (b-c) \quad \dots \dots \dots (2)$$

となる。ここで α_r はロールの線膨張係数。以後、テーパ部の傾き角 γ を、

$$\gamma = \gamma_t + \gamma_h \quad \dots \dots \dots (3)$$

として、ロールクラウンには熱の影響も含めて考える。

2・2 実験方法と結果

Fig. 2 に示す実験装置でアルミニウム箔を用い、室温で実験をおこなった。箔の弾性係数 E=70GPa、降伏応力 σ_e =40MPaで、 σ_e は実ラインの代表的条件の鋼板の値に近い。この箔を用いれば、温度偏差も形状不良もない状態のシミュレーションになっていると考えられる。箔は厚さ h=30, 50 μm 、幅 b=100~170mmで、装置の寸法は実ラインの1/10の縮尺である。1本のロールを評価用クラウンロールとし、他は円筒ロールとした。評価用ロールの円筒部の幅 c=70 mm、半径 R=40mm、テーパ角度 γ =0~8mradの範囲で、参考に凹ロールも用いた。張力は箔におもりをぶら下げて与え、巻き取りロールで箔を巻き上げ、評価用ロールでの疵発生状況を観察した。

凸クラウンロールの場合、ロールを回転させると、ロール間にぼんやりしたしわが発生するが、低張力では疵にならなかった。張力を順次高くしてゆくと、ある張力から、Fig. 3 に示すようにロール間のしわが、ロール上で明確な半円筒状のしわとなり、ロールを通過した後には、実ラインでのヒートバックル疵とほとんど同じ形をした絞り込み疵となった。

この疵が始める張力を、絞り込み疵発生限界張力 σ_{t-cr} と呼ぶ。実ラインでは σ_{t-cr} より低張力側が操業可能範囲となるが、低張力では板に片波の形状不良があると蛇行しやすくなるので、 σ_{t-cr} は高い方が望ましい。

テーパ角 γ の異なるロールについて、 σ_{t-cr} を箔の厚さ、幅を変えて測定した結果をFig. 4 に示す。

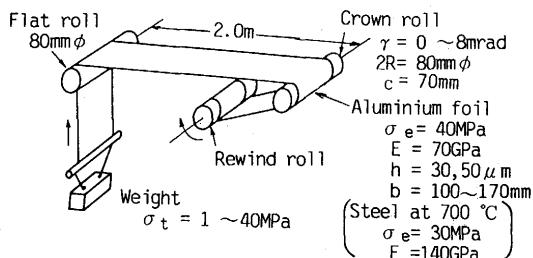


Fig. 2. Experimental apparatus.

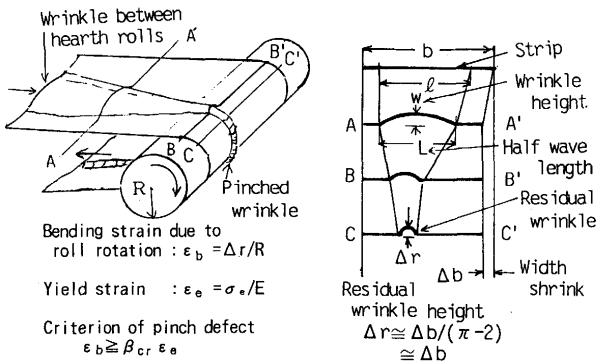


Fig. 3. Plastic deformation of wrinkle left on strip at hearth roll. (Model of heat buckle defect)

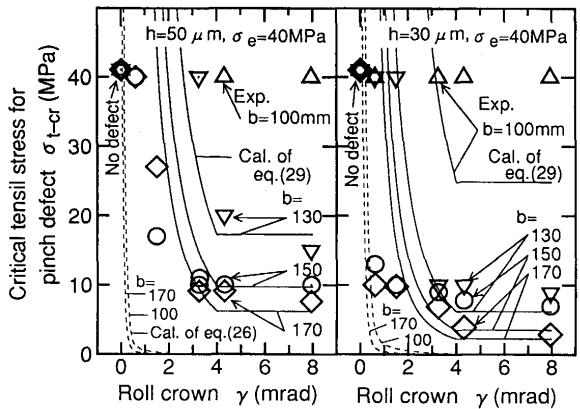


Fig. 4. Effect of roll crown on critical tensile stress for pinch-defect.

(Comparison between experimental result and equation (26), (29). $\mu_d=0.3$, $\gamma_c=4mrad$, $a=2000mm$, $a'=3B$, $E=70GPa$, $R=40mm$, $c=70mm$, $\sigma_e=40MPa$, $K=3.9\times 10^6$)

疵は板厚が薄く、幅広い箔ほど発生しやすく σ_{t-cr} は低下する。板厚が厚く幅狭の箔でも、 $\gamma > 0$ の場合、降伏応力まで張力をあげると疵が発生する。 σ_{t-cr} はテーパ角 γ に反比例する傾向を示し、 γ が大では、より低張力側で疵が発生し、 $\gamma=0$ の円筒ロールや、 $\gamma < 0$ の凹ロールでは、張力が板の降伏応力を越えても疵は発生しなかった。 $\gamma \geq 4mrad$ では σ_{t-cr} が一定値に飽和する傾向を示した。以上をまとめると、

- ①しわが疵に先立って発生する。
- ②ロール間のしわが大きいときに、張力をかけてロールを回転させると絞り込み疵となる。
- ③テーパ角 γ に依存し、 γ 大で飽和する力が働く。

3. ヒートバックル疵発生限界の定式化

前項の実験事実を説明するため、疵が次の2段階のメカニズムを経て発生していると考えた。

仮説(a)：ロール間に何らかの理由でしわが発生する。

仮説(b)：絞り込み疵は、このしわがふすま貼りの気泡残りのようにロール上に取り残され、ロール回転による曲げひずみを受けて発生する。

ロール上に巻きついた板の座屈と考えると、ロール間での座屈に比べて極端に大きい圧縮力が必要になり、しわ数も多くなりすぎる⁹⁾ので、仮説(a)を採用した。

以下のヒートバックル疵の解析の手順としては、まず、仮説(b)のロール間にしわがあるときの疵の発生限界を求めておく。次に、疵の引き金となる仮説(a)のロール間にしわが発生する条件を原因別に検討する。

3・1 疵発生限界の定式化

本項に用いた計算上の前提（仮定）は、

仮定(1)：ロール間の幅縮み量＝ロール上の幅縮み量。

仮定(2)：取り残されたしわ形状は半円管状である。

仮定(3)：疵発生条件 曲げひずみ \geq 係数 \times 降伏ひずみ。

Fig. 3 に示した絞り込み疵発生状況のスケッチをもとに、ロール間のしわが疵になる各段階を考察する。

(1) Fig. 3 の A-A' 段階 ロール間の板幅方向に半波長 L で高さ w のしわがあるとする。平坦な長さ l の板を $\Delta l (=l-L)$ 縮めて、面外変形させるとこのようになる。しわの急峻度 $\lambda (=w/L)$ と Δl の関係は、

$$\lambda = (2/\pi) \sqrt{\Delta l / L} \quad (4)$$

である¹⁰⁾。同一形状のしわが半波数 n ケ発生すると、1 半波ごとに Δl ずつ縮むので、板幅 b は縮み量 Δb ,

$$\Delta b = n \Delta l = n (\pi/2)^2 \lambda^2 L \quad (5)$$

だけ縮んだ状態になる。

(2) B-B' 段階 板は薄く幅広なのでロール間のしわは、仮定(1)のようにロールに乗り上げたときに幅縮み量 Δb のままでロール上に取り残されるであろう。ロール上に残るしわ形状を半径 Δr の半円管状と考え、数を n' と仮定する。 Δr と幅縮み量 Δb には、半円管の周と直径の差、 $n'(\pi-2)\Delta r = \Delta b$ となる関係と、 $\pi-2=1$ から、

$$\Delta r = \Delta b / n' \quad (6)$$

が成立する。耳波のような板端のしわでは $\Delta b = \Delta r = 0$ 。

(3) C-C' 段階 高さ Δr の半円管状のしわが半径 R のロールで曲げられると、しわ頂点はロール表面より高い位置を通過するため、余計な曲げひずみ ε_b がはいる。

$$\varepsilon_b = \Delta r / R \quad (7)$$

絞り込み疵は塑性変形を伴う永久変形である。疵として認識されるのは、仮定(3)のように ε_b が板の降伏ひずみ $\varepsilon_e (= \sigma_e/E)$ の何倍かになった場合であろう。この係数を β_{cr} として、絞り込み疵発生条件は次式となる。

$$\varepsilon_b \geq \beta_{cr} \varepsilon_e \quad (8)$$

(7) 式に入れて絞り疵の限界しわ高さ Δr_{cr} 、および、ロール間の幅縮み量の限界 Δb_{cr} が

$$\Delta r_{cr} = \Delta b_{cr} / n' = \beta_{cr} R \sigma_e / E \quad (9)$$

と求められる。

また、ロール間のしわが疵となる限界の幅方向急峻度 λ_{cr} も(4)～(8)式から求めることができる。

$$\lambda_{cr} = (2/\pi) \sqrt{\beta_{cr} n' R \sigma_e / n L E} \quad (10)$$

n, n' は幅方向しわ数で通常 1～3 で $n' \leq n$ である。

この β_{cr} は測定可能な値である。発生した疵の中の最小の幅 d を測定すれば、 $d = 2\Delta r$ 程度なので、(7)(8)式より、次のように求められる。

$$\beta_{cr} = d E / 2 R \sigma_e \quad (11)$$

Fig. 2 のアルミニウム箔実験では、 $d = 1.5\text{mm}$ 程度だったので $\beta_{cr} = 33$ が得られた。

実ラインの経験では $d = 4\sim 8\text{mm}$ なので Fig. 2 に示した代表的条件に入れて推定すると $\beta_{cr} = 23\sim 47$ である。

また、(10)式からも β_{cr} の推定ができる。実ラインの形状不良材の通板限界急峻度 λ は 2～4% ので、代表条件、 $L = b = 1.5\text{m}$, $R = 0.4\text{m}$, $E = 140\text{GPa}$, $\sigma_e = 30\text{MPa}$, $n = n' = 1$ を入れると $\beta_{cr} = 17\sim 69$ と見積もれる。これら 3 通りに得た β_{cr} はオーダー的に一致している。後の検討には数値を丸めて、 $\beta_{cr} = 30$ とした。

3・2 しわの発生条件

しわ発生は従来通りの座屈理論で検討する。しわを作る原因として、①張力で板幅が縮む、②張力が幅方向で不均一、③板温度が幅方向で不均一、④凸クラウンロールが回転する、⑤長手方向の板温度の勾配が大、の各場合について、すでに検討されている²⁾⁶⁾⁸⁾。

①②は張力が板の降伏応力近くで影響が出てくるが⁸⁾、実ラインでは、板幅縮みと板破断防止のため降伏応力より低張力で操業するので無視する。⑤について、ロール冷却法のような急速冷却には合致する⁶⁾が、通常の炉の加熱部、ガス冷却部の温度勾配程度では影響が少ないし、温度が長手位置の 1 次式で変化するときは、熱応力が発生しない¹¹⁾こともあって、本報では扱わなかった。本報では③④について定式化する。

3・2・1 温度偏差によるしわ発生と疵の発生

板の幅方向温度偏差を Fig. 5a のように幅中央と端の温度差が ΔT の直線分布とする。

ΔT が大きいと、幅中央の長手方向ひずみは圧縮ひずみとなる。圧縮ひずみとなる部分の幅を L とし、幅 L で長さ a の板の座屈問題として解くと Fig. 5b に示す幅方向に半波長 L で、長手方向には L ごとに凹凸となる中伸びの座屈形状が得られる⁹⁾。この座屈応力は、曲げ剛性を $D = Eh^2/12(1-\nu^2)$ として、

$$\sigma_{cr} = 4\pi^2 D / L^2 = 3.6E(h/L)^2 \quad (12)$$

と小さいので圧縮ひずみが少しでもあれば、ほとんどすべ

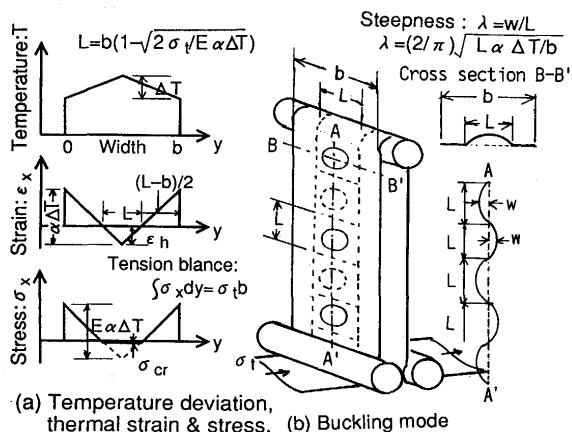


Fig. 5. Center buckling of strip with temperature deviation.

てがしわとして顕在化する。幅全体での張力釣り合いを考慮すると、幅Lと、最高温度部の圧縮ひずみ ϵ_h が次式のように計算できる。 $\Delta T \geq 2\sigma_t/E\alpha$ の範囲で、

$$L/b = 1 - \sqrt{(2\sigma_t/E\alpha\Delta T)} \quad (13)$$

$$\epsilon_h = -(L/b)\alpha\Delta T \quad (14)$$

急峻度λとの関係(4)式では $\Delta l/L = |\epsilon_h|$ なので、

$$\lambda = (2/\pi)\sqrt{L\alpha\Delta T/b} \quad (15)$$

である。この結果を実ラインの代表的数値を入れて計算し、Fig. 6に示す。福島の実機データ¹¹⁾は(15)式の計算値に近く、この方法での計算は妥当と考えられる。

中伸びは正方形に座屈するモードなので幅方向にも同じ急峻度となる。(15)式のλを(10)式の疵発生の判定基準に入れて、疵が発生する温度偏差 ΔT_{cr} は、

$$\Delta T_{cr} = \beta_{cr} R b \sigma_e / L^2 \alpha E \quad (16)$$

しわ数 $n, n' = 1$ である。右辺のLには(13)式のように左辺の ΔT_{cr} が含まれるので、(16)式は繰り返し計算で求める必要がある。実ラインの操業範囲では中伸びが発生すると $L \sim 0.7$ b程度になるので、近似解として、

$$\Delta T_{cr} = 2\beta_{cr} R \sigma_e / b \alpha E \quad (17)$$

なる温度偏差の許容限界が求まる。

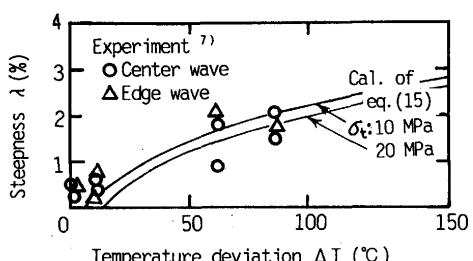


Fig. 6. Relationship between temperature deviation and steepness of strip.

この理論解析の実用上の価値は、式を逆用し、温度偏差 ΔT のある板は、見かけ上 σ_e が低下し、疵が発生やすくなると計算できることにある。見かけの降伏応力の低下量 $\Delta\sigma_e$ は、計算の容易な(17)式から、

$$\Delta\sigma_e = bE\alpha\Delta T/2\beta_{cr}R \quad (18)$$

宮前ら⁵⁾は、幅中央が高くなる温度偏差 ΔT を板に与えたとき、中伸びが発生し、絞り込み疵が $\Delta T=0$ の場合より発生しやすくなると報告している。

3・2・2 凸クラウンロール回転によるしわ発生と疵の発生

本項のモデルを定式化するために次の仮定を置く。

仮定(1)：座屈した後も、板幅方向圧縮応力がある場合、圧縮応力に比例して板幅縮みが発生する。

仮定(2)：板とロール間の摩擦力は、鉄道車両におけるレールと車輪に働く力と同種のものとする。

仮定(3)：ロールからの力をロール近傍の板が分担する。

仮定(1)について。座屈理論だけでは、座屈後のしわの大きさが計算できない。したがって、このような大胆な仮定を立てた。この関係式を、後の議論のために座屈応力 σ_{cr} と、元の板幅bで無次元化し、

$$-\sigma_y/\sigma_{cr} = g\Delta b/b \quad (19)$$

とおいた。ここで、 σ_y は圧縮応力、 Δb は投影幅縮み量、gは実験で求める比例係数。

仮定(2)について。凸クラウンロールには板の蛇行防止効果がある。Fig. 7aにおいて、テーパ部の板には、板進行方向とロール回転方向がテーパ角γだけ異なるために、微小な滑りを伴いながら幅中央への求心力が働き、これが蛇行防止力となっている。この力を鉄道車両の知見を借用して定量化する。前沢の文献¹²⁾では、テーパ角γの車輪がレール上を転がるときの幅方向の力(粘着力)はFig. 7bのようにモデル化でき、γ小では面圧とテーパ角γに比例し、γ大で飽和し通常の摩擦力に移ることが示されている。仮定によ

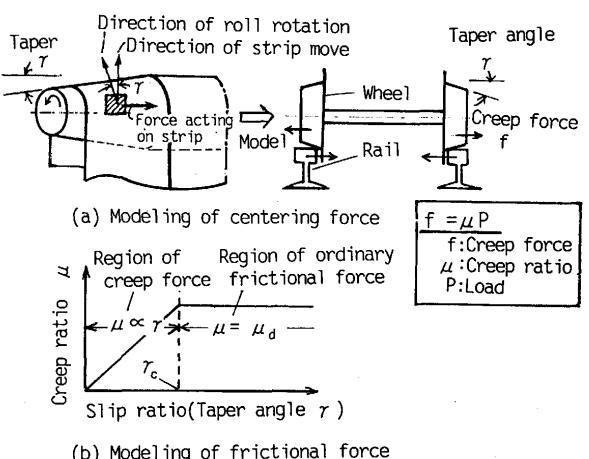


Fig. 7. Modeling of centering force and frictional force between strip and roll.

り、この関係がテープロールと板間の摩擦力にも適用できると考える。摩擦係数(粘着係数) μ は粘着力が飽和する限界テープ角 γ_c と滑り摩擦係数 μ_d を用いて、次のように書ける。

$$\begin{aligned}\mu &= \mu_d \gamma / \gamma_c \quad (\gamma < \gamma_c \text{ の範囲}) \\ &= \mu_d \quad (\gamma \text{ が大 : } \gamma > \gamma_c \text{ の範囲})\end{aligned}\quad (20)$$

μ_d は、幅方向の摩擦係数であるが、長手方向の摩擦を代用することにし、板をロールへ巻き付け、入り側と出側との張力差を変えたときの滑り限界から求める。アルミニウム箔の実験では $\mu_d = 0.3$ である。 γ_c はロールテープ角度 γ に対して疵発生張力が飽和する角度として求められる。Fig. 4 の実験では $\gamma_c = 4\text{mrad}$ と推定される。

仮定(3)について。ロールから受けた力を、ロールより a' の範囲の板が分担すると考える。局部応力が緩和されるサンプナンの原理やロールテープ肩部の局部的なしわが、ロール間の大きいしわに吸収される長さなどの観察から、板幅 b の3倍の範囲で力を分担するとする。

$$a' = mb, \text{ ここで } m = 3 \quad (21)$$

(1) 座屈応力の見積り

ロール間に働く力をFig. 8 のような長手方向に引張応力 σ_x (=張力 σ_t)、幅方向に圧縮応力 σ_y が均一にかかった単純モデルで考え、座屈を検討する¹⁾。

たわみの微分方程式を、ロール、板端の境界条件のもとで解き、実ラインでは幅 b くロール間隔 a などを考慮すると、長手方向は1半波数に座屈し、幅方向には、 n ケの半波に座屈するモードが得られる¹⁾。半波数 n は、

$$n = b(\sigma_x/a^2\pi^2D)^{1/4} \quad (22)$$

に近い整数で、実ラインの操業範囲では $n=1 \sim 3$ である。圧縮応力 $-\sigma_y$ の最小値、すなわち座屈応力 σ_{cr} として、

$$\sigma_{cr} = (2\pi/a)\sqrt{D\sigma_x} \approx (2h/a)\sqrt{E\sigma_t} \quad (23)$$

が得られる。

(2) クラウンロールの回転によるしわの発生

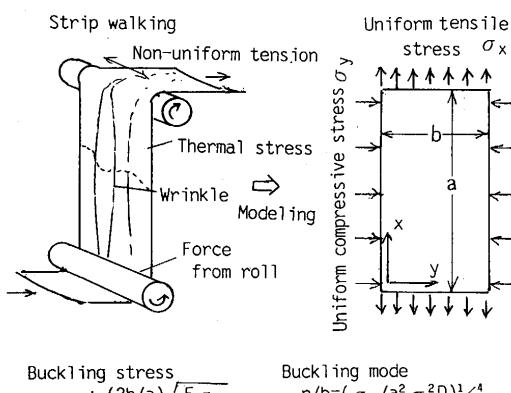


Fig. 8. Modeling of stress condition between rolls.

テープロール上の板は径の太い側の速度が大きいためにロール回転と共に径の太い側に這い上がるとする。つまり、テープ上の板は、ロールから幅中心向きの求心力を受けており、定常状態では、幅中央部の板剛性と釣り合う位置で幅中央の板を圧縮し続けている。

この求心力 F_0 は、仮定(2)より(20)式の摩擦係数(粘着係数) μ と、板をロールに押しつける力 N との積である。 N は、張力による面圧 $p = \sigma_t h/R$ とテープ部に乗った板幅 $(b-c)/2$ と巻き付き長さ πR の積なので、

$$F_0 = \mu N = \pi \mu \sigma_t h (b-c)/2 \quad (24)$$

F_0 を、仮定(3)からロール近傍 a' の範囲が分担するので、板幅方向断面積 ah で割り算し、平均圧縮応力に換算した式を得る。

$$-\sigma_y = \pi \mu \sigma_t (b-c) / 2a' \quad (25)$$

(25)式の σ_y と(23)式の σ_{cr} において、 $\sigma_{cr} = -\sigma_y$ とすれば、しわの発生する限界張力 σ_{t-cr} が求まる。

$$\sigma_{t-cr} = 1.6 E (h/\mu(b-c))^2 (a'/a)^2 \quad (26)$$

(26)式の σ_{t-cr} は、ロール間のしわ発生の限界張力を示すが、絞り込み疵の発生張力を求める式ではない。

(26)式に $\mu_d = 0.3$, $\gamma_c = 4\text{mrad}$, $a' = 3b$ とFig. 4 の実験条件を入れて求めた結果をFig. 4 に示す。実験と傾向は一致するが、計算値は大幅に低目である。つまり、しわが絞り込み疵になるのは、もっと張力が高くなつてからであるという実験の要請に一致する。

(3) ロール回転による絞り込み疵の発生限界

仮定(1)より、幅圧縮応力と板幅の縮み量の関係(19)式が $-\sigma_y/\sigma_{cr} = g\Delta b/b$ と与えられるので、 $-\sigma_y$ に(25)式、 σ_{cr} に(23)式を入れ、さらに(9)式の幅縮みが疵となる条件式 $\Delta b_{cr} = \beta_{cr} n' R \sigma_e / E$ を代入することで、疵発生張力は、

$$\sqrt{\frac{\sigma_t}{E}} = \left(\frac{4n'g\beta_{cr}}{\pi} \right) \left(\frac{Ra'}{ba} \right) \left(\frac{\sigma_e}{E} \right) \left(\frac{h}{\mu(b-c)} \right) \quad (27)$$

となる。式の両辺を2乗し、(21)式の $a' = mb$ と、 γ が小さいとして(20)式の $\mu = \mu_d \gamma / \gamma_c$ を入れ、すべての係数をまとめて、

$$K = (4mn'g\beta_{cr}\gamma_c/\pi)^2 \quad (28)$$

とおく。 σ_t を絞り込み疵の発生限界張力 σ_{t-cr} と書き直して整理すると、最終的に次の式が得られる。

$$\sigma_{t-cr} = \frac{KR^2}{a^2} \left(\frac{\sigma_e^2}{E} \right) \left(\frac{h}{\gamma\mu_d(b-c)} \right)^2 \quad (29)$$

ここで係数 K の値は(28)式から得られる形になっているが、(19)式で導入した係数 g を直接求める方法が見出せなかつたので、(29)式が実験・実測にあうように係数 K を求め、 g は

Kを元に、結果として得られる。

Fig. 4 の実験の $h=50\mu\text{m}$, $b=150\text{mm}$ の条件について、 $\gamma_c=4\text{mrad}$ として $\gamma > \gamma_c$ での σ_{t-cr} の平均値が(29)式を満たすようになると、 $K=3.9 \times 10^6$ を得る。(28)式から $g=4.3 \times 10^3$ が得られる、 $-\sigma_y=\sigma_{cr}$ のとき、つまり、しわ発生直後の板幅縮みが $\Delta b=b/g$ になり(4)式から $\lambda \sim 1\%$ 程度の形状不良として観測できることが示される。

Fig. 4 には、 $h=50\mu\text{m}$, $b=150\text{mm}$ の条件から求めた係数 K を用いて、他の条件の σ_{t-cr} を計算した結果も示す。 σ_{t-cr} に対するテーパ角 γ 、板幅 b 、板厚 h の影響が、細かい所に不一致はあるが、定性的に再現できている。

板に温度偏差 ΔT があるときは、板の降伏応力が、見かけ上(18)式の $\Delta \sigma_e$ だけ減少したとして換算でき、

$$\sigma'_e = \sigma_e - bE\alpha\Delta T / 2\beta_{cr}R \quad \dots \dots \dots (30)$$

と(29)式の σ_e を σ'_e で置き換える。

焼鈍温度は E 、 σ_e の変化、板と雰囲気温度の差はヒートクラウン変化、板速度は μ_d の変化として取り込む。

4. 応用例

(29)式の応用として、新規な材料（薄物・広幅・軟質）の製造可否が次のような手順で検討できる。

①実機ヒートバックル発生データから係数 K を求める。 $(\mu_d$ の測定値がなければ K/μ_d^2 を込みに) ②検討したい板の寸法、高温での材質を(29)式に入れ、蛇行限界などから決まる目標張力が σ_{t-cr} と等しくなる限界テーパ角 γ_{cr} を求める。③ロールの初期クラウン γ_i と比較。④ $\gamma_i \geq \gamma_{cr}$ なら、目標通板張力を下げるか、ロールテーパを切り直さない限り通板不可。⑤ $\gamma_i < \gamma_{cr}$ なら、ロールのヒートクラウン γ_h は $\gamma_h < \gamma_{cr} - \gamma_i$ まで通板可。⑥ γ_h が前記の条件に入らないときは、厚物広幅のウォーム材を先に通板してヒートクラウンを平滑化しておく。

新日本製鉄(株)名古屋製鉄所の連続焼鈍ライン、亜鉛めつきラインの設計では本論文をもとに炉内張力目標、ロー

ルのヒートクラウン制御機構などが検討できた。

操業においては、疵発生限界式を微分形に展開し、各要因の影響係数を実機データで調整し、ラインの張力制御をおこなう方法で、ヒートバックル疵起因の板破断を大幅に減少させることができている¹³⁾。

5. むすび

連続焼鈍ラインで発生するヒートバックル疵を検討した。ロール間でのしわの発生とロール上での疵発生を区別して考え、いくつかの仮定をもとに、熱とロールクラウンの影響を定式化した。疵発生限界式には、凸クラウンロールの回転を考慮して、ロールと板の摩擦、クラウンのテーパ角、材料の降伏応力影響などを取り込んでいる。本式は、比例係数を実ラインの疵発生限界から求めておく必要があるが、未経験の材質、寸法の鋼板の製造可否の検討、ヒートクラウンの上限や板温度の不均一分布限界の検討などに用いることができる。

文 献

- 1) 的場 哲、青木 至：第32回塑性加工連合講演会(1981), p.579
- 2) 的場 哲、阿高松男、青木 至、辺見直樹：鉄と鋼, 71 (1985), S1183
- 3) 佐々木徹、比良隆明、阿部英夫、柳島章也、下山雄二、田原紘一：川崎製鉄技報, 16 (1984), p.37
- 4) 純田良之、益居 健、安藤功司、小峰一晃、森野久和：材料とプロセス, 5 (1992), p.1463
- 5) 宮前 収、小野田正巳、松浦源宣：材料とプロセス, 3 (1990), p.1482
- 6) 吉原直武、福田脩三、上野 康：鉄と鋼, 74 (1988), p.839
- 7) 福島丈雄：第88回西山記念講座(日本鉄鋼協会編), (1983), p.157
- 8) 的場 哲、阿高松男、青木 至：材料とプロセス, 5 (1992), p.1459
- 9) S.P.Timoshenko and J.M.Gere, 長谷川節訳：弾性安定の理論(下), (1974), p.329[ブレイン図書出版]
- 10) 日比野文雄ほか著：矯正加工(日本塑性加工学会編), (1992), p.9 [コロナ社]
- 11) 関谷 壮、齊藤 渥：薄板構造力学, (1968), p.302 [共立出版]
- 12) 前沢成一郎：数理科学, 148 (1975), p.65
- 13) 鶴 博彦、柴田哲典、岩城正和、的場 哲：鉄と鋼, 71 (1985), S1182