



# 電磁気力を利用した溶融金属中の非金属介在物の除去

朴 焘杓\*・森平 淳志\*<sup>2</sup>・佐々 健介\*<sup>3</sup>・浅井 滋生\*<sup>3</sup>

Elimination of Non-metallic Inclusions Using Electromagnetic Force

Joon-Pyou PARK, Atusi MORIHIRA, Kensuke SASSA and Shigeo ASAI

**Synopsis :** In order to produce high quality metals, decreasing of the amount of non-metallic inclusions is indispensable. A new elimination method of non-metallic inclusions using electromagnetic force is proposed. The principle of the method is that the electromagnetic force induced in molten metal by imposing direct electric current and magnetic field, scarcely acts on the non-metallic inclusions due to the low electrical conductivity. Thus, the non-metallic inclusions move in the opposite direction to that of the electromagnetic force. In order to confirm the principle of the method, the movement of polystyrene particles suspending in a NaCl aqueous solution by electromagnetic force is visualized. Moving velocity of the polystyrene particles is compared with the theoretical one. The turbulent fluid motion caused by unevenly distributed electromagnetic force agitates the inclusions which have to be eliminated by the electromagnetic force and makes the principle of the method useless. Thus, the suppression of the turbulent motion is essential and therefore, the molten metal has to be passed through porous bricks or a bundle of thin pipes under the electromagnetic force. That is, the turbulent motion of molten metal causing in the unevenly distributed electromagnetic force is substantially suppressed so as not to influence the effect of elimination of inclusions, because the turbulent motion is bounded in small spaces such as the pore in the brick or thin pipe. The usefulness of the method is demonstrated by the experimental works using molten tin including the non-metallic inclusions of  $\text{Al}_2\text{O}_3$  or intermetallic compounds.

**Key words :** elimination of inclusions ; electromagnetic processing of materials ; steel making ; application of electromagnetic force.

## 1. 緒言

非金属介在物は材料の機械的性質に大きな影響を及ぼすことが知られている<sup>1)</sup>。これまで、種々の介在物の除去方法が提案・開発されてきたが、いまなお、多くの問題が残されている。溶融金属中の介在物の除去操作は比重差を利用して介在物を沈降あるいは浮上分離させる重力分離操作、フィルターによって介在物を捕捉する吸着・ろ過分離操作<sup>2)3)</sup>に大別できる<sup>4)</sup>。しかし、 $10\text{ }\mu\text{m}$ 以下の微小介在物の場合、重力分離操作で分離を図るには長時間を要する。一方、吸着・ろ過分離操作ではフィルターの細孔径を極めて小さくせねばならず、流通抵抗が増大して溶湯流速が低下する。そのため溶鋼のように多量処理を必要とする金属の場合には、生産性の低下は免れない。このような状況のもとで、材料のさらなる清浄化に応えるために、新たな介在物除去法の開発が必須となっている。

本報では電磁気力による溶融金属中の非金属介在物の分離法を提案する。電磁気力利用による介在物の分離に関する研究にはMartyとAlemany<sup>5)</sup>によるものがある。そこでは、水銀中に分散させた水滴を介在物と見立てて電磁気力によ

り水滴を水銀から分離する研究が行われたが、水滴の大きさが $1 \sim 2\text{ mm}$ と通常の介在物に比べて非常に大きいものとなっている。一般に不均一な流動があるといったん分離された介在物も再び溶湯に捕捉されることが考えられる。MartyとAlemanyの研究<sup>5)</sup>ではこの不均一電磁気力が印加された場合に生ずる溶融金属の流動が介在物除去に及ぼす影響については検討されていない。この再捕捉の問題は介在物と溶湯との濡れ性および流動の強度にも依存するもので対象とする系によって異なることが予想される。

本研究では不均一な溶湯流動が介在物除去に有害となる系を対象として、不均一電磁気力によって生ずる溶湯対流を抑制して溶融金属中の非金属介在物の除去を図る方法を提案するとともに、介在物除去に及ぼす電磁気力印加の効果について検討する。

## 2. 原理

電磁気力印加による介在物分離法の原理をFig. 1に示す。直流磁場内に置かれた溶融金属に電流密度 $\mathbf{J}$ の直流電流と磁束密度 $\mathbf{B}$ の磁場を印加すると(1)式で表される電磁体積力 $\mathbf{F}$

平成5年9月30日受付 平成6年1月14日受理 (Received on Sep. 30, 1993; Accepted on Jan. 14, 1994)

\* 名古屋大学大学院生 (Graduate Student, Nagoya University, Furo-cho Chikusa-ku Nagoya 464-01)

\* 2 名古屋大学学生 (現:富士通VLSI) (Student, Nagoya University, now Fujitsu VLSI Limited)

\* 3 名古屋大学工学部 (Faculty of Engineering, Nagoya University)

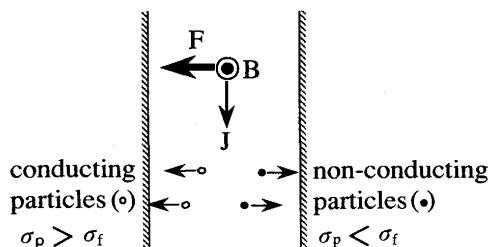


Fig. 1. Principle of the method eliminating inclusions from molten metal.

が生ずる。

介在物を含有する溶融金属に電磁気力を作用させると、電気伝導度が溶融金属より小さい場合には介在物を通過する電流密度は小さくなり、粒子に働く電磁気力は相対的に溶融金属に働く電磁気力より小さくなる。そのため、溶融金属に働く電磁気力の反作用が粒子に作用するところとなり、粒子は電磁気力の印加方向と反対方向に移動する。一方、溶融金属より電気伝導度が大きい介在物（例えば金属間化合物）に働く電磁気力は溶融金属のそれより大きくなるため介在物は電磁気力の印加方向に移動すると推察できる。すなわち、電気伝導度の差を利用する分離除去法では介在物と溶湯との密度差が小さく重力分離では長時間をする場合にも短時間での分離が可能と考えられる。

一方、溶融金属に電磁気力を印加する場合、電磁気力を系全体に均一に作用させるのは極めて難しく、不均一な電磁気力による溶融金属の流動は避けがたい。この流動は介在物の混合作用をもたらすことになる。すなわち、電磁気力を溶融金属に印加すると電磁気力による介在物の分離作用と流動による混合作用が重畠することになる。そこで、電磁気力による分離作用を顕在化させるためには溶融金属の流動を抑制する新たな工夫が必要となるが、ここでは流動抑制のために細管(フィルター等)を用いることを提案する。

### 3. 溶融金属中の非金属介在物の移動速度の解析

静止状態にある溶融金属に電磁気力 $F$ を印加した際、溶融金属中の介在物の運動方程式は次のようになる。

$$\rho_p V d\mathbf{u}/dt = \rho_f V \mathbf{g} - \rho_p V \mathbf{g} + \mathbf{F}V - (1/2) C_D \rho_f |\mathbf{u}| \mathbf{u} A \quad \dots (2)$$

電磁気力を作用させない系での終末速度 $u_\infty$ は(2)式において、 $F=0$ 、 $du/dt=0$ と置くと(3)式となる。

$$u_{\infty} = \frac{g(\rho_f - \rho_p) d^2}{18\mu} \dots \dots \dots (3)$$

ここで、介在物の形状を球とし、球形粒子の抵抗係数を $C_D = 24\mu/\rho_f ud$ とした<sup>6)</sup>。

次に、重力方向に電磁気力 $\mathbf{F}$ を印加した場合について述べる。(2)式を解くに当たり、 $u_\infty (=|\mathbf{u}_\infty|)$ の導出と同様、介在物を球形とすると(2)式は(4)式になる。

$$\frac{du}{dt} + \frac{18\mu}{\rho_p d^2} u - \left\{ \left( \frac{\rho_f - \rho_p}{\rho_p} \right) g + \frac{F}{\rho_p} \right\} = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

ここで $u$ は重力方向の速度を表す。初期条件( $t=0$ )として(3)式で示した介在物の終末速度 $u_{\infty}$ を与えて(4)式を解くと(5)式となる。

$$u = \frac{\rho_p d^2}{18\mu} \left[ \left\{ \frac{\rho_f - \rho_p}{\rho_p} \right\} g + \frac{F}{\rho_p} \left\{ 1 - \exp \left( - \frac{18\mu t}{\rho_p d^2} \right) \right\} \right] \dots \dots (5)$$

(5)式で、溶融金属として溶鋼( $\mu = 5.46 \times 10^{-3} \text{Pa}\cdot\text{s}$ ,  $\rho_f = 6980 \text{kg/m}^3$ )を、介在物として  $\text{Al}_2\text{O}_3$  ( $\rho_p = 3990 \text{kg/m}^3$ ,  $d = 30 \mu\text{m}$ )を想定すると、 $18\mu/\rho_p d^2 = 1.1 \times 10^6 (\text{s}^{-1})$  となる。この値は十分大きいことから初期の極く短時間除き  $\exp(-18\mu t/\rho_p d^2) \ll 1$  とみななし、(5)式でこの項を無視することができる。

次に**F**の導出について述べる。溶融金属中に置かれた微小介在物内および周りの電流分布についてはMartyとAlemanyによって詳しく解析されている<sup>5)</sup>。いま、介在物を非電導体の球と仮定すれば彼らの解析結果によれば介在物が受ける電磁気力は $\mathbf{F} = (3/4) \mathbf{J} \times \mathbf{B}$ となる。

したがって、(5)式から電磁気力作用下の粒子の終末速度が(6)式のように求まる。

$$u_{\infty,m} = d^2/18\mu \{ (\rho_f - \rho_p)g + (3/4)|\mathbf{J} \times \mathbf{B}| \} \quad \dots \dots \dots (6)$$

また、水平方向に電磁気力を印加した場合は重力の効果が作用しないので(6)式は(7)式となる。

$$u_{\infty m} = (d^2/18\mu) (3/4) |J \times B| \quad \dots \dots \dots \quad (7)$$

#### 4. 実験および考察

電磁気力による介在物除去の原理、すなわち、介在物を含有する静止流体に電磁気力を作用させると、介在物は電磁気力の印加方向と逆方向に移動し、その移動速度は(7)式で表されることを確認し、次に介在物除去に及ぼす溶融金属の流動の影響を検討するために以下の実験を行った。

#### 4・1 水モデル実験

磁束密度あるいは電流密度が溶融金属内で不均一に分布していると、不均一な電磁気力が流体中に生じ流動が生ずる。そこで、Fig. 2 に示すような装置を用いて不均一電磁気力に伴う対流運動の観察を行い、細管中で流動が及ぶ領域の距離をポリスチレン球の運動の有無で判断し、測定した。用いた電磁石の磁極は縦横  $150 \times 150\text{mm}^2$  のものであり、磁

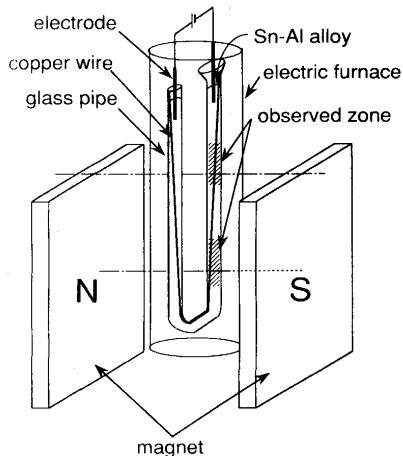


Fig. 2. Schematic view of the experimental apparatus.

極間の磁場分布の測定結果を原点を磁極の中心にしてFig. 3に示す。10Aの電流を印加した場合、均一な磁場分布領域は $125 \times 125\text{mm}^2$ の正方形内であった。食塩水に擬似介在物であるポリスチレン球(直径 $152\mu\text{m}$ 、比重1.05)を混入させ両者の比重が等しくなるように食塩水の濃度を調整した上、U字形ガラス管に注入した。印加電磁気力と流動が及ぶ領域の関係を管の内径をパラメータにとってFig. 4に示す。縦軸は磁極の端から測った距離、横軸は印加電磁気力で、各曲線とも右側が流動の見られた領域を、左側が流動の見られなかった静止領域を表している。図より、管径が小さいほど大きな電磁気力でも流動の発生が見られず、流動の及ぶ範囲は管径および電磁気力が小さいほど短くなっている。また、その領域はいずれの管径においても磁場勾配が存在する磁極の外側に広がっている。内径3.4mmのガラス管の場合、対流は印加電磁気力を $500\text{N/m}^3$ 以上にしても磁極の端から20mm以上、すなわち、Z方向に均一磁場のところまでは及ばない。このことは、X方向にも磁場勾配は少し存在するものの細管を用いたため管内はほぼ均一磁場と見なしうることを物語っている。このことから静止系での介在物

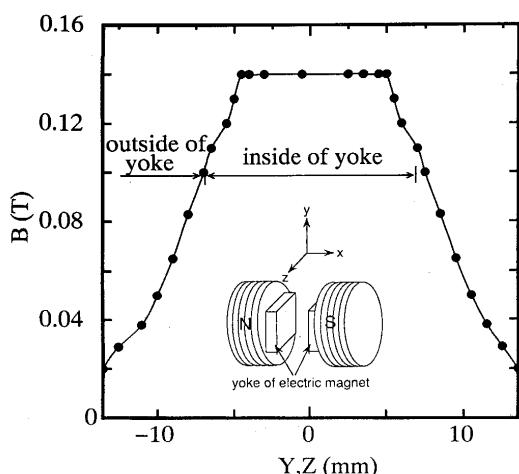


Fig. 3. Distribution of magnetic flux density.

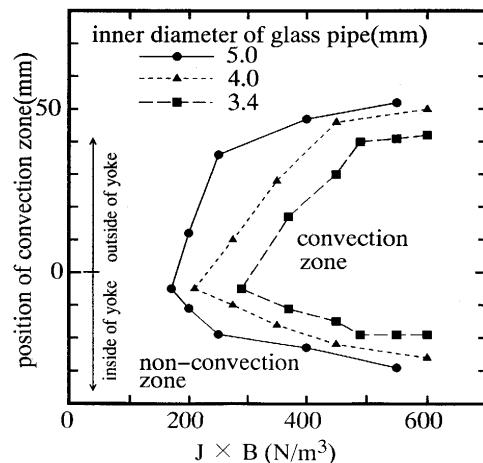


Fig. 4. Influence of electromagnetic force on the convection zone of fluid.

移動挙動の観察は内径3.4mmのガラス管を用いて磁極端から20mm以上入った場所で行えばよいことがわかる。

Fig. 2に示した装置を用いて電流印加の方向を変化させてポリスチレン球の移動挙動を調べた。直径3.4mmのU字管を用い、磁束密度 $B = 0.14\text{T}$ 、電流密度 $J = 990\text{A/m}^2$ を30s印加した後のU字管内のポリスチレン粒子の偏在の様子をFig. 5に示す。(a)は電磁気力を印加しなかった場合、(b)は電磁気力を平行に並んだガラス管の外側壁向きに、(c)は平行に並んだガラス管の内側壁向きに、それぞれ印加したものである。(a)の場合、ポリスチレン球はガラス管内に均一に分散分布している。(b)、(c)の場合は電磁気力の方向と反対方向の管壁にポリスチレン球が移動し付着している。またガラス管の一方の壁に粒子を移動させた後、図の右端に模式的に示したように印加電流の方向を実線の左向きから点線の右向きに変えることにより電磁気力の印加方向を変え、その際粒子が反対側の壁に到達するのに要する時間を測定して管径より移動速度を求めた。ガラス管の管径を変化させた場合の印加電磁気力とポリスチレン球の移動速度

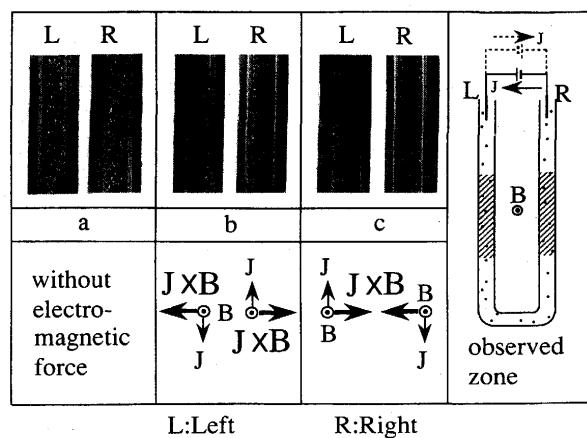


Fig. 5. Adhesion of polystyrene particles in the different conditions of imposing electromagnetic force.

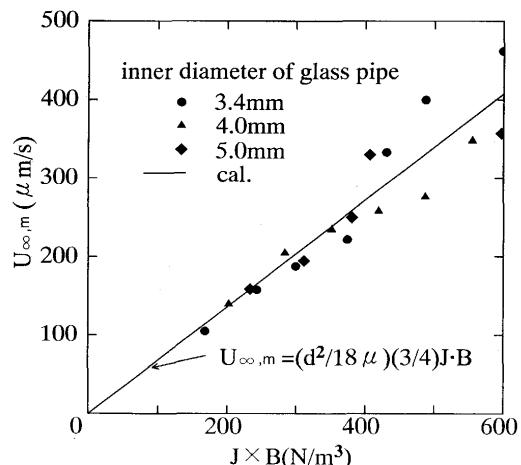


Fig. 6. The comparison between the observed velocities of a polystyrene particle in NaCl aqueous solution and the theoretical one.

との関係をFig. 6に示す。測定した移動速度の値は実線で示した理論式(7)式と良く一致している。印加電磁気力が大きくなるほどポリスチレン球の移動速度にばらつきが見られるが、これはポリスチレン球の移動速度が速くなって測定誤差が大きくなつたためであると考えられる。

#### 4・2 溶融Snを用いた実験

電磁気力印加による非金属介在物の分離除去の可能性が水モデル実験で確認できたので、本法の溶融金属への適用を試みた。溶銅からの $\text{Al}_2\text{O}_3$ 介在物除去を想定してモデル系としてSn-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>系を選んだ。溶融Sn中に $\text{Al}_2\text{O}_3$ 介在物を均一生成・分散させる方法を次に述べる。Fig. 7に示すような装置を用いて、573Kに保った溶融SnにSn-Al合金を添加して約2wt%Alの溶融合金を作った後、空気を吹き込む方法(以後A法と呼ぶ)と、あらかじめ、Sn浴に空気を吹き込み酸化錫を生成させた後、Sn-Al合金を投入しAr雰囲気下で攪拌を行い $\text{Al}_2\text{O}_3$ の生成を図る方法(以後B法と呼ぶ)の二つ

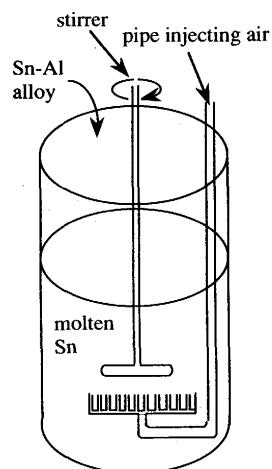


Fig. 7. Schematic view of the experimental apparatus for making the molten metal including  $\text{Al}_2\text{O}_3$  inclusions.

の方法を試みた。得られた溶融金属をガラス管に吸引し、水中急冷後、試料の顕微鏡観察およびEPMAと抽出法による介在物の同定を行った。SEM像およびイメージ写真で調べたところA法で得られた試料中には $\text{Al}_2\text{O}_3$ 介在物以外にもSnの酸化物が認められたが、B法で得られた介在物はほとんど $\text{Al}_2\text{O}_3$ であった。B法で得られた介在物のSEM像およびAl, O, Snのイメージ写真をFig. 8に、抽出法によって得られた介在物の形状をFig. 9に示す。これらの写真より本実験系で生成した介在物は $\text{Al}_2\text{O}_3$ であり、そのサイズは5~30μm程度のものであることがわかった。Fig. 9(a)の5~10μmのものは球形が多いが、(b)~(d)に示した10μm以上のものには角形あるいは凝集粗大化したと思われるものも見られる。介在物分離に及ぼす電磁気力の効果を明確にするためには同一種の介在物を生成させることが肝要である。そのため、ここではB法を採用した。なお、B法においても少量のSnの酸化物の混入は避けられなかった。

水平に保持した内径3.4mmのガラス管に介在物を含有した溶融Snを注入し、573Kに保温した状態で電流密度 $10^6\text{A}/\text{m}^2$ 、磁場0.2Tを30s重力方向に印加した。得られた試料の断面写真をFig. 10(a)に、電磁気力を印加しない場合のものを

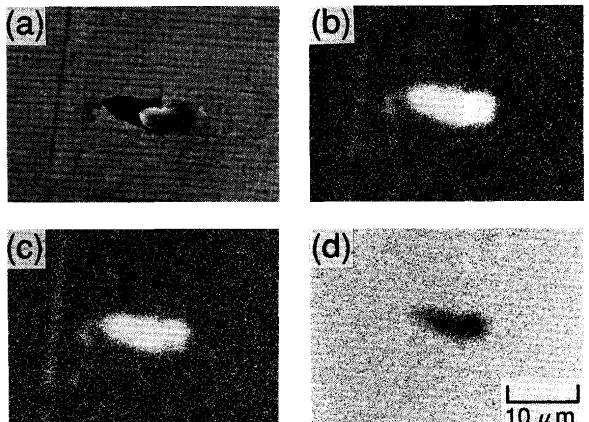


Fig. 8. SEM and image mappings of an inclusion.  
(a) COMPO, (b) Al image, (c) O image, (d) Sn image.

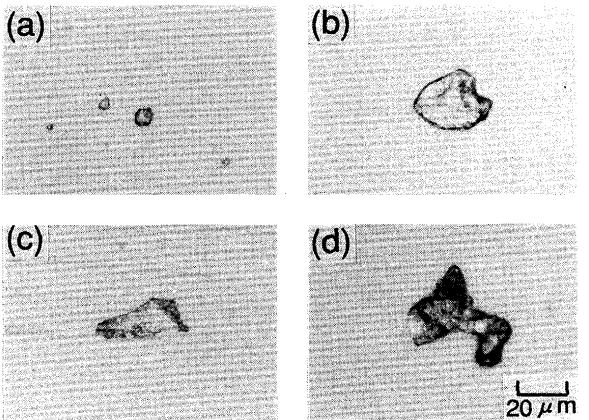


Fig. 9. Shapes of an  $\text{Al}_2\text{O}_3$  inclusion.

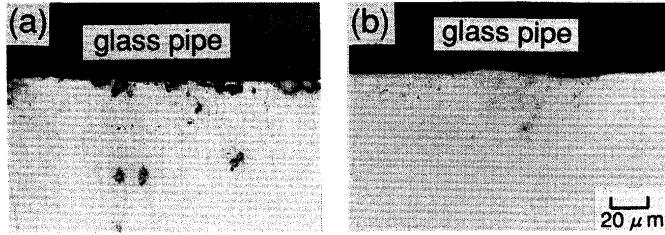


Fig. 10.  $\text{Al}_2\text{O}_3$  inclusions entrapped by electromagnetic force on the wall of the glass pipe.  
(a) with electromagnetic force, (b) without electromagnetic force.

Fig. 10(b)に示す。直径 $5\text{ }\mu\text{m}$ の $\text{Al}_2\text{O}_3$ 介在物が管内径である3.4mmの距離を浮上するのに要する時間は電磁気力を印加しない場合は120s、上述の条件の下で電磁気力( $2 \times 10^5\text{ N/m}^3$ )を印加した場合は約20sと計算できる。(a)の電磁気力を30s印加したものは非金属介在物が電磁気力の印加方向と反対の上側ガラス面近傍に凝集している。一方、(b)の電磁気力を印加しないものには浮上した介在物は見られない。

次に、Fig. 2に示した磁極間に内径30mmの円筒形電気炉を設置し、その中に内径3.4mmのU字ガラス管を設置した。このガラス管中に錫をコーティングした0.8mm径の銅線を張り、Arガス雰囲気下でSn-2wt%Al合金を注入後、所定時間保持して電磁気力印加の効果を調べた。その後、ガラス管ごと急冷凝固させ試料の顕微鏡観察およびEPMAとX線による金属間化合物の同定を行った。実験温度573K、磁極中心における印加磁束密度0.14T、印加電流密度 $5.5 \times 10^5\text{ A/m}^2$ 、保持時間1800sの条件で得られた試料の断面写真をFig. 11に示す。なお、保持時間については系内で銅線が溶解し、金属間化合物を生成せしめるのに十分なように1800sと長めにとった。(a)、(b)は電磁気力を印加しない場合の、(c)、(d)は電磁気力を印加した場合の結果であり、電磁気力の印加方向は図中に示すとおり、紙面に向かって左から右の方向となっている。また、(a)、(c)は磁極上端部であるU字管の上部、すなわち、磁場勾配が存在する部分に、(b)、(d)は磁極中心部で磁場勾配が存在しない中心部の試料の写真である。EPMAおよびX線による成分同定の結果から黒く見える小さな物質はCu-37at%Alの $\gamma_2$ 金属間化合物(融点959K)であることがわかった。一方、灰色をした針状の析出物はCu-47at%Snの $\eta$ 金属間化合物(融点688K)と同定した。(a)、(b)の電磁気力を印加しない場合には金属間化合物が試料全体に分散分布している。また、電磁気力を印加しない(a)、(b)の写真には矢印で示すように未溶解銅線が見られる。一方、電磁気力を印加した(c)、(d)の場合は電流印加に伴うジュール発熱により銅線が融解されたものと考えられ、未融解の銅線は見られない。均一な電磁気力が印加された(d)では、生成した $\gamma_2$ 金属間化合物は電磁気力の作用を受け電磁気力方向である右側に寄っている。しかし、 $\eta$ 金属間化合物は電磁気力の影響を受けていないように見受け

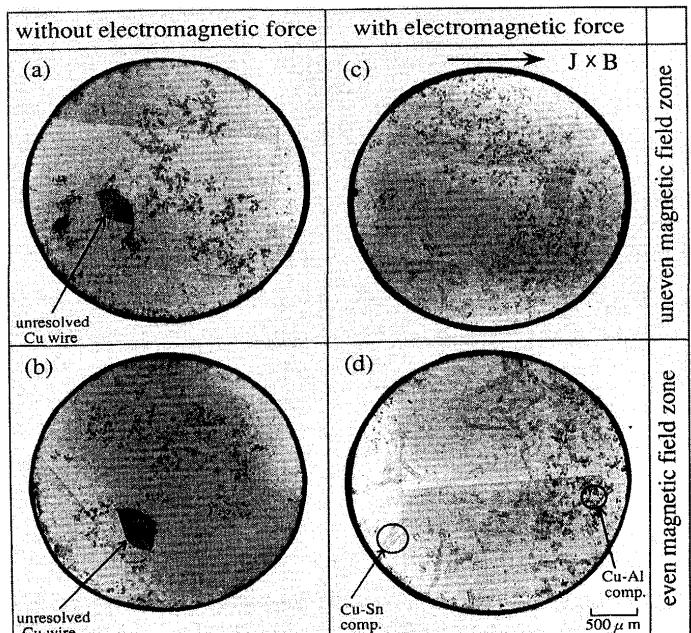


Fig. 11. The distribution of intermetallic compounds under the different conditions.  
(a) and (b) without electromagnetic force, (c) with unevenly distributed electromagnetic force, (d) with evenly distributed electromagnetic force.

られる。 $\gamma_2$ 金属間化合物だけが電磁気力の作用を受けた理由については次のように推察した。 $\gamma_2$ 金属間化合物の融点(959K)は本実験温度である573Kより十分高く、保持中、固体粒子として存在し電磁気力の作用を受ける。一方、 $\eta$ 金属間化合物の融点(688K)は $\gamma_2$ 金属間化合物の融点と同様、実験温度より高いものの、より実験温度に近い。すなわち、金属間化合物析出の駆動力は $\gamma_2$ の方が $\eta$ より大きいと考えられる。そのため実験時間内で $\eta$ 金属間化合物は十分析出できず電磁気力印加終了後、凝固中に析出したため電磁気力の影響が見られなかったのであろう。また、 $\gamma_2$ 金属間化合物が印加電磁気力の方向に移動していることから、 $\gamma_2$ 金属間化合物の電気伝導度は溶融錫のそれより大きいものと推察できる。なお、 $\gamma_2$ 金属間化合物の電気伝導度の正確な値を文献で見つけることはできなかった。磁場勾配が存在したところに置かれた(c)の試料の場合、電磁気力を印加しない場合((a)と(b))と同様に金属間化合物が試料全体に分散分布している。これは電磁気力の不均一分布によって溶融錫中に流動が生じ、電磁気力による金属間化合物分離の効果が溶湯の流動による混合作用によって打ち消されたためと考えられる。

溶融Sn中の $\gamma_2$ 金属間化合物の分離を行った本実験系では、流動の発生は介在物除去には悪影響を及ぼすことが確認できた。また、本電磁分離法は金属間化合物の分離除去にも有効であることもわかった。このことは、電気伝導度の異なる混合物の分離法として本法が有効であることを示唆するものである。

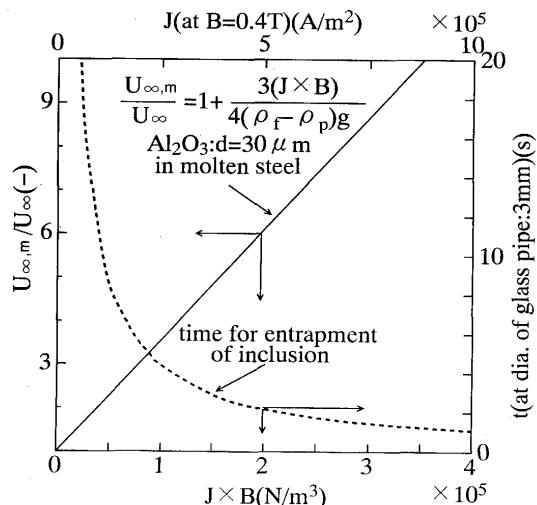


Fig. 12. The relation between the terminal velocity of an  $\text{Al}_2\text{O}_3$  particle with  $30\mu\text{m}$  diameter and electromagnetic force and that between entrapment time of the particle and electromagnetic force.

## 5. 本プロセスの活用

本プロセスを鉄鋼精錬に適用することを想定として、その一具体例をFig.12に示す。溶鋼中に存在する直径 $30\mu\text{m}$ のアルミナ介在物を対象に選び、印加電磁気力と介在物の運動速度(電磁気力を印加しない場合の介在物の終末速度 $u_\infty$ で無次元化した速度),  $u_{\infty,m}/u_\infty$ との関係を(7)式より求めて実線で示した。内径3mmの細管約1000本を束ねたものを鉛直に立て、電磁気力が水平方向に作用するように0.4Tの磁場を水平方向に、電流を鉛直方向に印加する装置を想定した。下段の横軸に示した電磁気力を生じせしめるのに必要な電流密度の値を上段の横軸に示す。また、管の内径である3mmの距離を $30\mu\text{m}$ のアルミナが移動するに要する介在物捕捉時間(右縦軸)と電磁気力の関係を破線で示す。電流密度 $5 \times 10^5 \text{ A/m}^2$ を印加した場合には電磁気力は $2 \times 10^5 \text{ N/m}^3$ となり、 $u_{\infty,m}/u_\infty = 6$ 、介在物捕捉時間は約2.2sと求まる。すなわち、介在物の管内滞留時間(溶鋼が管内を通過する時間にはほぼ等しい)を2.2s以上に採れば、 $30\mu\text{m}$ の介在物の捕捉が可能ということになる。

## 6. 結言

新しい介在物電磁分離法の提案を行い、その妥当性を確認するために、水および溶融Snを用いた実験を行った。得

られた結果を以下に示す。

水モデル実験により

(1) 擬似介在物であるポリスチレン球が電磁気力印加によって移動することを確認した。また、その速度は理論解析結果とよい一致を示した。

(2) 不均一電磁気力が印加された場合には流動が生ずる。この流動は管径が小さい程抑制される。

溶融Snを用いたモデル実験により

(1)  $\text{Al}_2\text{O}_3$ を含有する溶融Snを作るには、溶融Snに空気を吹き込み酸化錫を作製した後、Sn-Al合金を投入して攪拌を行う方法が有効である。

(2) 不均一電磁気力の印加は水モデル実験の結果(2)から予測されるとおり、溶融Snの流動を生じせしめ、本系の場合、介在物分離除去に悪影響を及ぼす。

(3) 均一電磁気力の印加は非金属介在物に限らず溶融金属と電気伝導度が異なる金属間化合物の分離除去を可能にする。

## 記号

A: 介在物の断面積( $\text{m}^2$ )

B: 磁束密度(T)

$C_D$ : 球形粒子の抵抗係数(−)

d: 介在物粒子径(m)

F: 電磁気力( $\text{N/m}^3$ )

g, g: 重力加速度( $\text{m/s}^2$ )

J: 電流密度( $\text{A/m}^2$ )

t: 時間(s)

u, u: 介在物の浮上速度( $\text{m/s}$ )

V: 介在物の体積( $\text{m}^3$ )

$\mu$ : 媒体の粘性係数( $\text{Pa}\cdot\text{s}$ )

$\rho_f$ : 媒体の密度( $\text{kg/m}^3$ )

$\rho_p$ : 介在物の密度( $\text{kg/m}^3$ )

添字 m: 電磁気力印加時, ∞: 定常状態

## 文 献

- 市橋弘行: 第126回西山記念技術講座(日本鉄鋼協会編), (1988), p.221
- 市橋弘行, 川島康弘, 池田隆果: 鉄と鋼, 71 (1985), p.705
- L.Xintian, Z.Yaohe and J.Weiming: Ironmaking and Steel-making, 19 (1992), p.221
- 梅沢一誠, 塗嘉夫: 鉄と鋼, 75 (1989), p.15
- P.Marty and A.Alemany: Proceedings of a Symposium of IUTAM, (1984), p.245 [The Metal Society]
- 流体力学ハンドブック(日本流体力学会編), (1987), p.227 [丸善]