

球の流動抵抗を利用した溶融金属用流速測定法

井口 学*・川端 弘俊*・出本 庸司*²・森田 善一郎*

Cold Model Experiment for Developing a New Velocimeter Applicable to Molten Metal

Manabu IGUCHI, Hirotoshi KAWABATA, Yoji DEMOTO and Zen-ichiro MORITA

Synopsis : The objective of this study is to develop a new velocimeter utilizing the drag force of a sphere which is applicable to velocity measurement of high temperature molten metal flow. Although the drag coefficient C_D is required for the evaluation of drag force, has not been studied for a fluid flow with high turbulence intensity and turbulence scale typical of ironmaking and steelmaking processes. Therefore, C_D was measured using a sphere placed in a wind tunnel equipped with turbulence generator and correlated as a function of Reynolds number Re and turbulence intensity Tu . The effect of turbulence scale was found to be negligible.

A new velocimeter using a sphere was developed and its applicability was examined in cold models such as an air jet of $Tu \approx 2\%$, a water jet of $Tu = 30 \sim 40\%$, and a water-air bubbling jet of $Tu = 40 \sim 50\%$. Agreement between the results obtained by the present velocimeter and those obtained by existing velocimeters, for example, Laser Doppler Velocimeter, hot wire anemometer and pitot tube was quite reasonable. Velocity measurement in a mercury-air bubbling jet also revealed the possibility of the usage of the present velocimeter for high temperature and high turbulence molten metal flow in metallurgical reactors.

Key words : velocimeter ; drag coefficient ; sphere ; turbulence ; bubbling jet ; molten metal ; cold model.

1. 緒言

液体の流速を測定する場合、常温付近の液体に対しては多くの流速計が開発されている。特に水をはじめとする透明もしくは半透明の流体用にはレーザードップラー流速計(LDV)が最も精度の高い流速計として知られている¹⁾。また水銀、ウッドメタルなどのキュリー点以下の比較的低温の溶融金属に対しては、磁石を利用した流速計や²⁾³⁾、熱膜流速計が用いられる。しかしキュリー点を超える高温溶融金属に対して精度よく適用できる流速計は報告されていない。そこで本研究では、球の流動抵抗を利用した高温浴内の流速測定にも適用可能な流速計を開発することを目的とする。

従来、物体の流動抵抗を利用した流速計としては、円板流速計がHsiaoらによって開発され、底吹き円筒浴内の気泡噴流の流速測定に用いられている⁴⁾。しかしながら円板の場合、流れとの傾きすなわち迎え角によって抵抗係数は大きく変化し安定性に欠ける。本研究では流れの方向依存性がない球の抵抗を利用することでこの問題を解消した。平均流速 $\bar{u}$ 、密度 ρ の流れ場に置かれた直径 D の球に働く平均抵抗 $\bar{F}_D$ を測定し、次式より平均流速 $\bar{u}$ を求める。

$$\bar{F}_D = C_D \cdot \frac{1}{4} \pi D^2 \cdot \frac{1}{2} \rho \bar{u}^2 \quad \dots\dots\dots (1)$$

これが球流速計の測定原理である。しかしながら、この球流速計の開発は原理的には可能であるが、実際上考慮すべき問題が数多くある。その中でも最も大きな問題は鉄鋼製錬プロセス等において通常みられるような、乱れが非常に大きな流れ場における抵抗係数 C_D がほとんど解明されていないことである。

本報告では、球の抵抗係数 C_D に及ぼす乱れ強さ Tu と乱れの相対的なスケール λ/D の影響を調べ、この結果を用いて球の抵抗を利用した流速計の開発に着手し、コールドモデルすなわち空気噴流場、水噴流場、水-空気系気泡噴流場、水銀-空気系気泡噴流場において、この流速計の妥当性を検証した結果について述べる。

2. 球の抵抗係数 C_D に及ぼす乱れの影響

2・1 抵抗係数に関する基礎的パラメータの定義

従来の研究によれば、抵抗係数 C_D は次式に示す関数形をとることが知られている。

$$C_D = f(Re, Tu, \lambda/D) \quad \dots\dots\dots (2)$$

平成4年11月4日受付 平成5年5月14日受理 (Received on Nov. 4, 1992; Accepted on May 14, 1993)

* 大阪大学工学部 (Faculty of Engineering, Osaka University, 2-1 Yamadaoka Suita 565)

* 2 大阪大学大学院生 (現:新日本製鉄(株)) (Graduate Student, Osaka University, now Nippon Steel Corp.)

ここで Re はレイノルズ数, Tu は乱れ強さ, λ は乱れの平均スケールである。まずこれらの諸量の定義を以下に述べる。

実際の乱流場において速度 u は時々刻々変化している。その速度波形の一例を模式的に Fig. 1 に示す。ここで u の長時間にわたる平均値を平均速度 $\bar{u}$, そのまわりに変動する成分を乱れ成分 u' と呼ぶ。したがって時々刻々の速度 u はつぎのように表される。

$$u = \bar{u} + u' \quad (3)$$

また, 乱れ成分 u' の自乗平均の平方根値 (実効値) を u'_{rms} で表し, 乱れの rms 値 (root mean square value) と呼ぶ。これらの量に基づいてレイノルズ数 Re , 乱れ強さ Tu は次式で定義される。

$$Re = \bar{u}D/\nu \quad (4)$$

$$Tu = u'_{rms}/\bar{u} \quad (5)$$

ν は流体の動粘度である。

乱れの平均スケール λ は, 自己相関関数 $R(\tau)$ に着目して求める。 $R(\tau)$ は時刻 t における乱れ成分 $u'(t)$ と遅れ時間 τ 後における乱れ成分 $u'(t+\tau)$ がどの程度似ているかを示す尺度であり, つぎのように定義される。

$$R(\tau) = \frac{\overline{u'(t) \cdot u'(t+\tau)}}{\overline{u'(t)_{rms} \cdot u'(t+\tau)_{rms}}} \quad (6)$$

一般に自己相関関数 $R(\tau)$ は Fig. 2 のような分布を示す。 $\tau = 0$ のとき $R(\tau) = 1$, τ が大きくなるにつれて $R(\tau)$ は徐々に小さくなり, 0 に漸近していく。 $R(\tau)$ を $\tau = 0$ から ∞ まで積分して得られる面積を次式のように S で表す。

$$S = \int_0^{\infty} R(\tau) d\tau \quad (7)$$

Fig. 2 に破線で示したように, $R(\tau)$ の積分値 S と等しい面積をもつ長方形を考える ($S = 1 \times \tau_1$)。今, 乱れのもとになっている渦を剛体とみなしたとき, 渦の通過中は $R(\tau) = 1$, 通過後は $R(\tau) = 0$ となることより, 横軸の時間スケール τ_1 は平均的な渦の通過時間とみなしてよい。これに u'_{rms} を

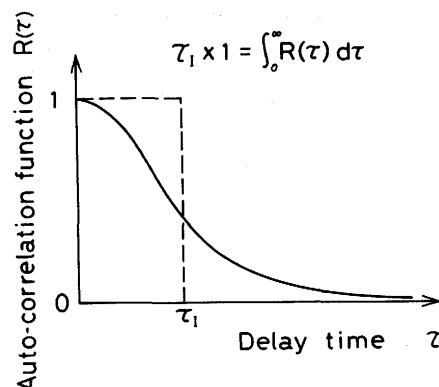


Fig. 2. Method of calculating turbulence scale.

掛けたものを乱流渦の平均スケール, あるいは単に乱れのスケール λ と呼ぶ⁵⁾。

$$\lambda = \tau_1 \cdot u'_{rms} \quad (8)$$

これを球の直径 D で割って無次元化したものが, 球に対する乱れの相対的なスケール λ/D である。

2・2 実験装置および測定方法

実験は断面が $1.8\text{m} \times 1.8\text{m}$ の大阪大学大型風洞を用いて行った。速度は標準ピトー管と熱線風速計を用いて測定した。風洞内の流れに強制的に乱れを与えるために, 風洞入口に格子幅ならびに板幅の異なる 5 種類の乱流格子を設置した。球に近づいてくる流れすなわち主流の速度は, 球の前方岐点より 3 直径上流で球の影響が及ばない位置の風洞断面内において, 熱線風速計を用いて測定した。この熱線風速計の出力を AD 変換し, パソコンで処理して平均速度 $\bar{u}$, 乱れの rms 値 u'_{rms} および乱れ強さ Tu を求めた。自己相関関数もこの熱線風速計の出力を高速フーリエ変換することにより求め, 式 (8) に基づき乱れのスケール λ を計算した。

つぎに実験に使用した球とその支持棒の概要を Fig. 3 (a), (b) に示す。Fig. 3 (a) は球表面の圧力 P を測定して抵抗係数 C_D を求める装置である。直径 150mm の中空アルミニウム球の大円上に直径 1mm の圧力測定孔を 10° ごとに設けてある。圧力を球面全体にわたって積分したものが球に加わる抵抗で, これより抵抗係数 C_D が得られる。ただし摩擦抵抗は形状抵抗に比べて非常に小さいので無視しうるものとする⁶⁾。

Fig. 3 (b) は, 球に働く力をひずみゲージで直接測定して抵抗係数 C_D を求める装置の一例である。使用した 3 種類の球の直径 D は $50.1, 69.6, 100.2\text{mm}$ である。まず球と支持棒に働く合力 $\bar{F}_t$ を測る。つぎに球を支持棒からとり外して紙面に垂直な方向から別の円柱製支持棒で支持し, もとの支持棒の先端から少し上流の位置に離して置く。この状態でもとの支持棒に働く力 $\bar{F}_s$ を測定し, 球に働く力 $\bar{F}_D = \bar{F}_t - \bar{F}_s$ を測定する。この実験装置では主として乱れのスケールの影響を調べた。

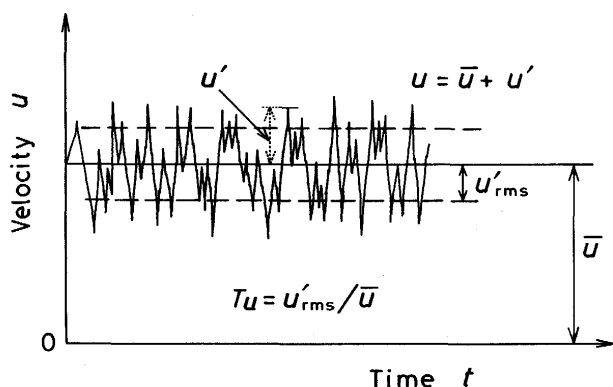


Fig. 1. Velocity waveform in turbulent regime.

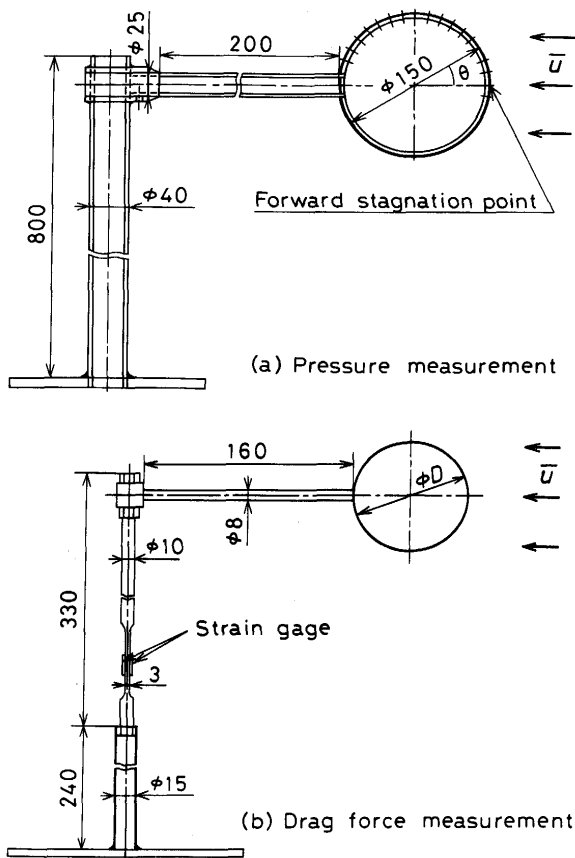


Fig. 3. Test sphere for determining C_D .
(a) Pressure measurement (b) Drag force measurement

2・3 実験結果および考察

2・3・1 圧力測定により求めた抵抗係数 C_D

Fig. 3 (a)に示した装置を用いて測定した球表面の圧力係数 $C_p = [(P - P_\infty) / (\rho u^2 / 2)]$ の分布の一例をFig. 4に示す。ここで P_∞ は球に近づく流れの静圧である。図中の破線は流体が非粘性の場合の分布であり、次式で与えられる。

$$C_p = (1/4) \cdot (9 \cos^2 \theta - 5) \dots\dots\dots (9)$$

C_p の測定値がこの分布に近づくにつれて抵抗係数 C_D は0に漸近することになる。ただし C_D には摩擦力の寄与もあるもので、厳密には C_D は0にならない。

圧力係数 C_p は、乱れ強さ Tu の増加とともに非粘性の分布に近づいている。すなわち Tu の増加とともに抵抗係数 C_D は著しく減少することになる。

圧力測定の結果を用いて求めた抵抗係数 C_D とレイノルズ数 Re の関係を乱れ強さ Tu をパラメータとしてFig. 5に示す。実線は Tu が極めて小さい流れ場において得られた多くの実験結果に基づいて定められた標準抵抗曲線である⁹⁾。標準抵抗係数 C_{Ds} は $Re=10^4$ から 3×10^5 付近までは0.4~0.5の値を取るが、 $Re=3 \times 10^5$ あたりから急激な減少を示し、およそ 4×10^5 で最小値をとったのち再び増加する。この急激な減少は、球の前方岐点（よどみ点）から形成された層流境界層が剥離したのち乱流に遷移し、これが再び球に付着し、

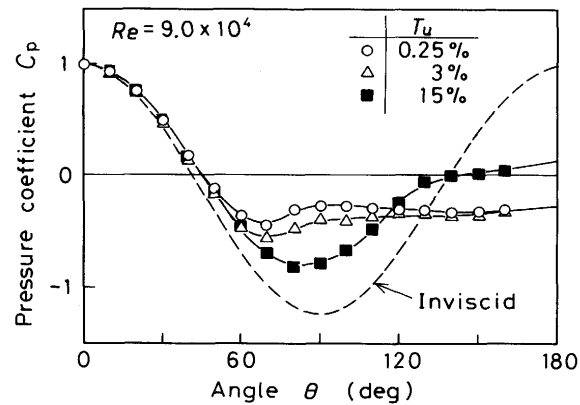


Fig. 4. Pressure coefficient around the sphere for various Tu .

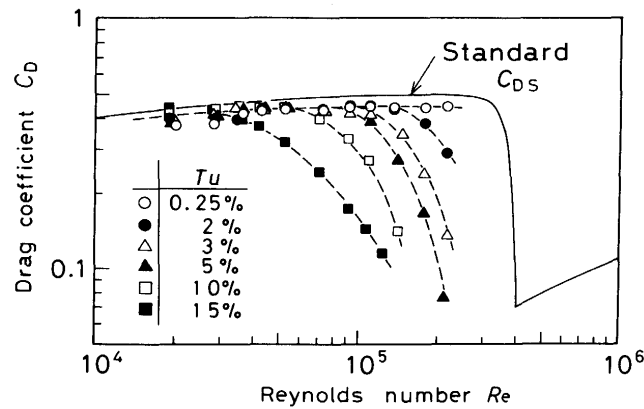


Fig. 5. Drag coefficient of sphere as a function of Re and Tu .

その結果球後部の逆循環部が非常に小さくなるためである⁹⁾。また C_{Ds} が極小値をとったのち再び増加するのは、乱流に遷移した境界層の遷移位置が Re の増加とともに球の前方岐点側へ移動し、乱流による摩擦損失が増加するためである。

本測定値はおよそ $Re=2 \times 10^5$ までの範囲に存在するが、これは装置の制約によるものである。乱れ強さが極めて小さい $Tu=0.25\%$ の場合、 C_D は標準抵抗曲線によく従っている。 Tu が2%程度においては $Re=1.2 \times 10^5$ あたりまでは標準抵抗曲線に従ったのち、減少が始まる。減少の始まる Re は Tu の増加とともに小さくなっていく。この傾向は Tu が数%以下で行われたDrydenらの実験結果¹⁰⁾に一致している。減少の度合は Tu が小さいときは急激に、 Tu が大きくなるにつれて緩やかになる。 Tu が小さい場合の C_D の急激な減少は、主流中の比較的小さな乱れ（乱れの渦の周波数が高い）が剥離せん断層の乱流遷移を早め、これによって剥離せん断層が球の後部に再付着し、その結果としてあたかも境界層の剥離がさらに球後方まで抑えられたのと同じ様な状態がもたらされたことによるものと考えられる。さらに Tu が大きくなると、主流中の比較的大きな乱れ（乱れの渦の周波数が低い）によって剥離せん断層の乱流遷移が間欠

的になり、球の後部に剥離せん断層が再付着する場合や再付着しない場合が交互に現れる。したがって、抵抗係数 C_D はこの様な現象の中で時間平均して求められているため緩やかに減少したものと考えられる。

2.3.2 抵抗測定により求めた抵抗係数 C_D

Fig. 6 に球に働く流動抵抗から求めた C_D の測定結果の一例を示す。球の直径 D が異なっても、 C_D は互いによく一致しており、乱れの相対的なスケール λ/D の C_D への影響はほとんどないと言ってよい。乱れ強さ Tu が異なる場合についてもこれとほぼ同様の結果が得られた。

Tu が数%のとき、抵抗係数 C_D に及ぼす乱れの相対的なスケール λ/D の影響は乱れ強さ Tu の影響に比べて非常に小さいとされている¹¹⁾。また球の周りの熱伝達に関する報告においても、 λ/D が小さいとき、その影響は無視してよいと言われているが、例えば Tu が約10%で λ/D が0.8程度のときでさえも、 λ/D の影響は無視できるという報告もある¹²⁾。本実験条件下では、 $\lambda/D \leq 0.4$ であるから、 C_D に及ぼす乱れの相対的なスケールの影響はないという本実験結果は従来の実験結果とも矛盾しない。

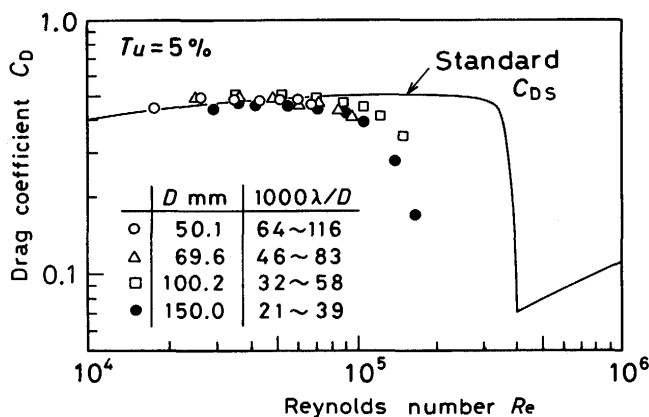


Fig. 6. Drag coefficient of sphere as a function of Re and λ/D .

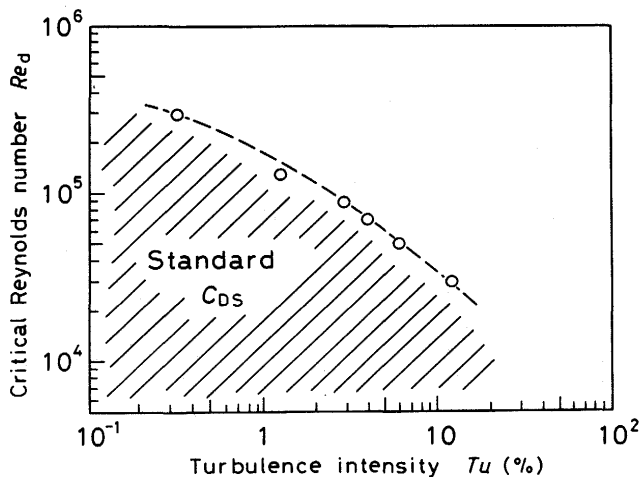


Fig. 7. Relation between Re_d and Tu .

2.4 C_D に及ぼす乱れの影響のまとめ

抵抗係数 C_D が減少し始めるレイノルズ数を Re_d として、 Re_d と Tu の関係をFig. 7に示す。図中の斜線部は抵抗係数 C_D が標準抵抗曲線にはば従う領域であり、斜線部以外の領域では Tu と Re により抵抗係数 C_D がFig. 5に示したように複雑に変化することになる。

3. 溶融金属用球流速計の測定原理と概要

Fig. 8 に球流速計の概要を示す。本流速計は一次元流速計であり、流れの方向が特定できる場合にしか適用できない。この流速計を流れの中に挿入して、球に働く流動抵抗をひずみゲージを用いて直接測定する。ただし支持棒に働く抵抗分は、球を取り外して求める。これらの平均抵抗の差を球に働く平均抵抗 $\bar{F}_D$ として式(1)に代入し平均流速 $\bar{u}$ を求める。この場合、球の直径の選択に際しては次の3つの点に注意する必要がある。(1)できれば乱れのスケールよりも大きなサイズの球を選ぶ。(2)流動抵抗が比較的精度よく測定できる範囲において、できるだけ小さい直径の球を用いて局所の流速を測定できるようにする。(3)球の抵抗係数 C_D が標準抵抗係数 C_{DS} に従うレイノルズ数範囲になるように球の直径を選ぶ。すなわち主流中に乱れ強さ Tu がある程度存在してもFig. 7の斜線部にレイノルズ数 Re がくるように球の直径 D を選ぶ。なお C_{DS} は平均流速 $\bar{u}$ をパラメータとして含むので、平均抵抗 $\bar{F}_D$ から $\bar{u}$ を求めるには式(1)を繰り返し計算する必要がある。

4. 流速測定結果および考察

4.1 水噴流ならびに水-空気系気泡噴流の中心軸上の平均流速 $\bar{u}$ と乱れ強さ Tu

水噴流ならびに水-空気系気泡噴流の水の平均流速および乱れの測定は、レーザードップラー流速計(LDV)を用いて行った¹³⁾。

水噴流において、ノズル出口から中心軸上の距離 z が200 mmと300 mmにおける平均流速 $\bar{u}$ と乱れのrms値 u'_{rms} の関係

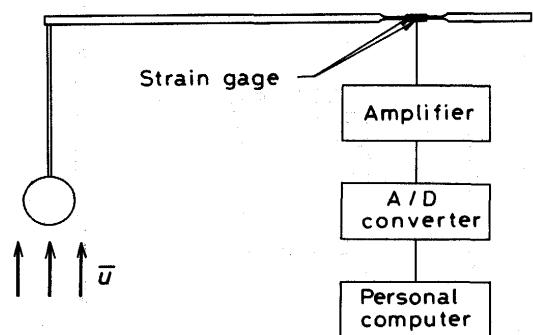


Fig. 8. Velocity probe and the data acquisition system.

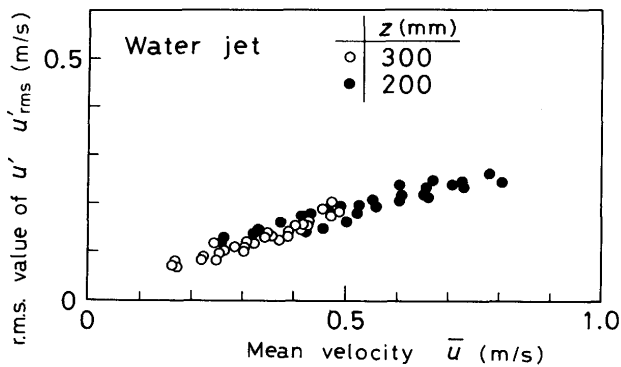


Fig. 9. Relation between $\bar{u}$ and u'_{rms} for water jet.

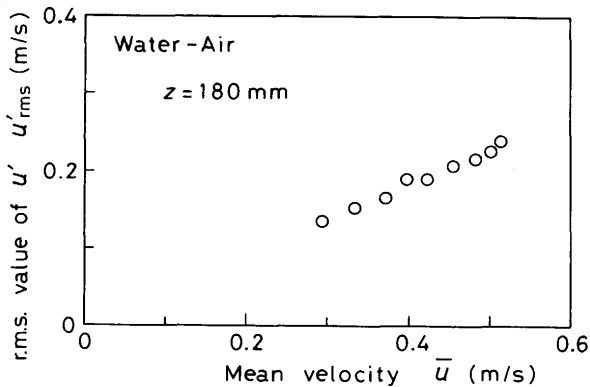


Fig. 10. Relation between $\bar{u}$ and u'_{rms} for water-air bubbling jet.

Table 1. Gas holdup α_{cl} for water-air and Hg-air bubbling jets.

Water-Air ($z=180\text{mm}$)		Hg-Air ($z=100\text{mm}$)	
$Q_g (\text{cm}^3/\text{s})$	$\alpha_{cl} (\%)$	$Q_g (\text{cm}^3/\text{s})$	$\alpha_{cl} (\%)$
20.6	5.6	11.1	7.1
30.9	6.3	15.7	7.9
41.4	6.6	22.1	8.8
62.6	7.7	40.6	10.2
82.6	8.3	81.1	12.6
100.0	8.8	90.6	15.4
120.0	9.3	112.0	16.0
140.0	9.7		
160.0	9.9		

をFig. 9に示す。平均流速 $\bar{u}$ の増加にともない乱れのrms値 u'_{rms} も比例して大きくなり、乱れ強さ Tu はおおよそ30~40%の値をとる。水-空気系気泡噴流の場合の結果($z=180\text{mm}$)をFig.10に示す。乱れ強さ Tu は40~50%にも達し、非常に乱れた場であることがわかる。またこの場合の中心軸上における流速測定位置($z=180\text{mm}$)でのガスホルドアップ α_{cl} の測定結果を、水銀-空気系気泡噴流の結果($z=100\text{mm}$)とあわせてTable 1に示す。水-空気系気泡噴流では、どの流量 Q_g においても α_{cl} は約10%以下である。一方、水銀-空気系気泡噴流では Q_g が大きくなると α_{cl} は10%以上にもなっている。

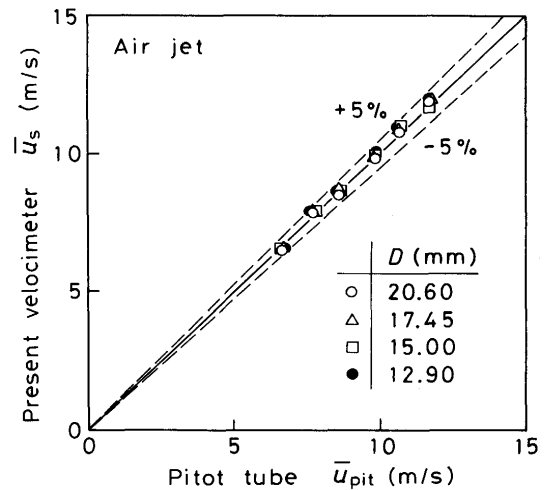


Fig. 11. Relation between $\bar{u}_s$ and $\bar{u}_{pit}$ for air jet.

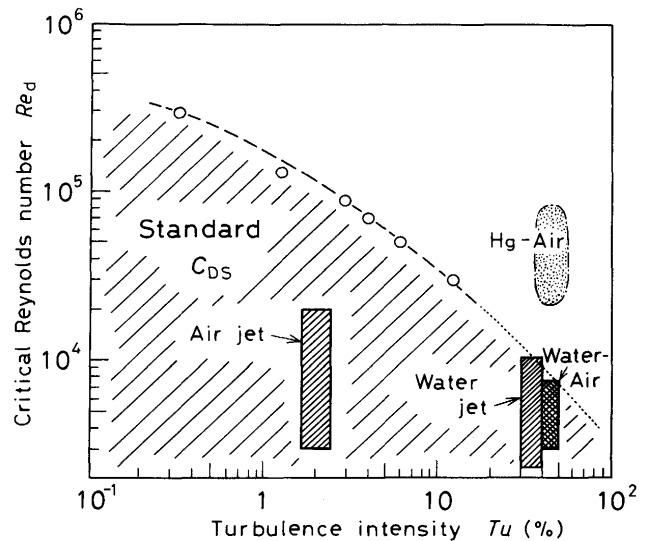
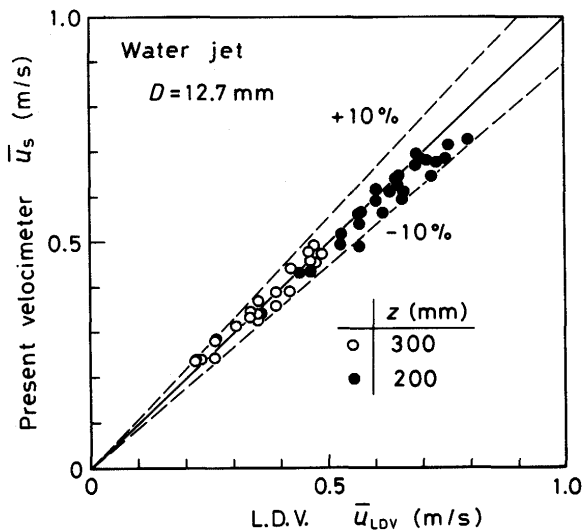
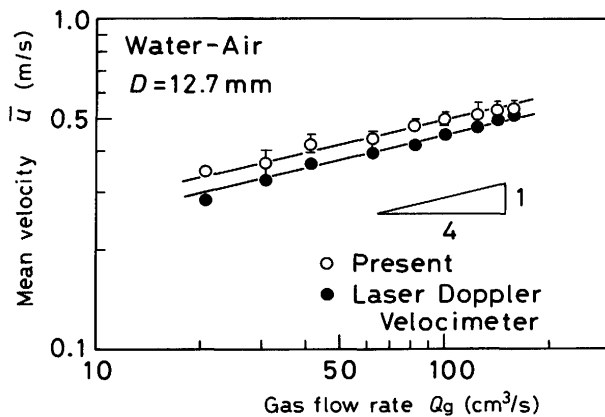


Fig. 12. Diagram showing the present experimental conditions.

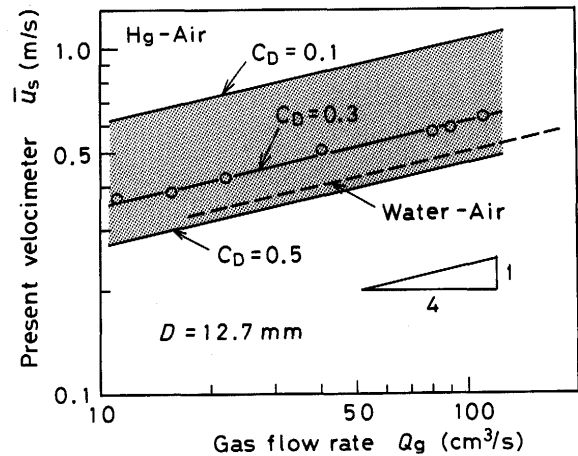
4・2 本流速計による流速測定結果

空気噴流での結果をFig.11に示す。用いた球の直径は $D=12.9\sim20.6\text{mm}$ であり、ノズル出口の噴流幅と比較して十分小さいものである。流速検定には熱線風速計およびピトー管を用いた。この場合、 $Re=3000\sim20000$ で、乱れ強さが $Tu=2\%$ と比較的小さく、Fig.12に示したように本実験範囲は抵抗係数 C_D が標準抵抗係数 C_{Ds} に従う範囲内にあり、本流速計による流速測定値 $\bar{u}_s$ とピトー管による流速測定値 $\bar{u}_{pit}$ との偏差はほとんどない。

Fig.13に水噴流の結果の一例を示す。本実験範囲はFig.12に示したように Re が斜線の範囲内にあるため、非常に乱れの大きい場であるにもかかわらず本流速測定値 $\bar{u}_s$ はレーザードップラー流速計 (LDV) の測定値 $\bar{u}_{LDV}$ とよく一致し、その偏差は、 $\pm 10\%$ であり、実用的には十分な精度を持っているといえる。

Fig. 13. Relation between $\bar{u}_s$ and $\bar{u}_{LDV}$ for water jet.Fig. 14. Relation between Q_g and $\bar{u}$ for water-air bubbling jet.

水-空気系気泡噴流でガス流量 Q_g を変化させた場合の本流速計とLDVによる測定値をFig.14に示す。この場合の実験範囲も乱れ強さが40～50%と非常に乱れた場である (Fig. 12)。式(1)で流速を求めるに際しては、ガスホールドアップは $\alpha_{cl} \leq 10\%$ と比較的小さいので、気泡の影響を無視して単相流における抵抗係数 C_D をそのまま用い、密度 ρ はガスホールドアップ α_{cl} を考慮して $\rho(1-\alpha_{cl})$ に修正した。本流速計(○印)およびLDVの測定値(●印)の傾きはほぼ等しく1/4で近似できる。すなわち著者らが以前報告したように平均流速 $\bar{u}$ は $Q_g^{1/4}$ に比例することがわかる¹³⁾。本流速計の測定値はLDVの測定値よりも10%程度大きい。この差は測定装置が球に加わる抵抗を正しく検出しているにもかかわらず、単相流における抵抗係数 C_D をそのまま用いたために生じたものと考えられる。すなわち、気泡の存在により抵抗係数は単相流の場合とは異なる値をとるものと思われるが、現時点では気液二相流における物体の抵抗係数は全く求められていない。ただし単相流での抵抗係数を用いたとしても、LDVの測定値よりも10%程度大きくなるだけであり、本流速計は $\alpha_{cl} \leq 10\%$ の領域では十分使用できる。

Fig. 15. Relation between Q_g and $\bar{u}_s$ for Hg-air bubbling jet.

水銀-空気系気泡噴流の場合、水-空気系気泡噴流の結果から判断して、測定位置($z=100\text{mm}$)でのレイノルズ数 Re はおおよそ数万のオーダーで、乱れ強さ Tu は約40～50%と推定される。したがって、本実験範囲はFig.12に示したように抵抗係数 C_D が標準抵抗係数 C_{Ds} に従う領域に存在していない。さらに測定位置でのガスホールドアップ α_{cl} はTable 1に示したように10数%に達する場合もあり、抵抗係数 C_D に及ぼす気泡の影響は一層大きくなると考えられる。したがって、あらかじめ正確な抵抗係数を知ることはできないが、水-空気系気泡噴流の結果から判断して、おおよその値を推察することができる。すなわち、 C_D が C_{Ds} に従う範囲を示したFig. 12から $Tu=40\sim50\%$ に対応する臨界レイノルズ数 Re_d の値を求めると $Re_d \approx 8 \times 10^3$ が得られる。抵抗係数 C_D に及ぼす乱れ強さ Tu の影響を示したFig. 5において、他の測定結果と同様に $Re=8 \times 10^3$ あたりより緩やかに C_D を減少させると C_D は本実験範囲では $C_D \approx 0.3$ 程度の値となる。 $C_D=0.3$ として流速を求めた一例を示すとFig.15のようになる。 $C_D=0.3$ とすることには任意性を含むが、球のとり得る抵抗係数 $C_D=0.1\sim0.5$ で計算しても図中の破線で示す領域になり、真の流速はこの範囲に存在するものと考えられる。現時点では気泡噴流場の溶融金属の正確な流速測定方法が存在せず、他の測定結果との比較はできないが、破線で示した水-空気系気泡噴流の水の流速測定結果にはほぼ一致していることおよび測定値の傾きが約1/4になっていることを考慮すればほぼ妥当な結果が得られたと思われる。

5. 結言

球の流動抵抗を用いた流速計を新たに開発し、コールドモデルでその妥当性を調べた結果を得た。

(1)主流中の乱れ強さ Tu が約2%と比較的小さな空気噴流の流速測定を行った結果、本流速計とピトー管による測定値との偏差は $\pm 5\%$ 以内という優れた結果が得られた。

(2) 乱れ強さ Tu が 30~40% と非常に大きい水噴流の中心軸上の流れ場に対しても、本流速計とレーザードップラー流速計の測定値の偏差は $\pm 10\%$ 以内であった。

(3) 水-空気系気泡噴流に本流速計を適用したところ、中心軸上の乱れ強さが $Tu = 40 \sim 50\%$ にも達する激しい乱流場であるにもかかわらず、レーザードップラー流速計による測定値より 10% 程度大きいだけで比較的よく一致した。

(4) 水銀-空気系気泡噴流に対しても本流速計を適用し、ほぼ妥当な測定結果を得た。

文 献

- 1) LDVの基礎と応用(流れの計測懇談会編), (1980), [日刊工業新聞社]
- 2) Ch. Vivès and R. Ricou: Metall. Trans. B, **16** (1985), p.377

- 3) J. Mietz, Y. Xie and F. Oeters: Metall, **44**(1990), p.949
- 4) T.C. Hsiao, T. Lehner and B. Kjellberg: Scand. J. Metall., **9**(1980), p.105
- 5) 生井武文, 井上雅弘: 粘性流体の力学, (1987), p.76 [理工学社]
- 6) E. Achenbach: J. Fluid Mech., **34**(1968), p.625
- 7) ランダウ=リフシッツ著, 竹内 均訳: 流体力学 1, (1973), p.26 [東京図書]
- 8) R. Clift, J.R. Grace and M.E. Weber: Bubbles, Drops, and Particles, (1978), p.112 [Academic Press]
- 9) 流体力学ハンドブック (日本流体力学編), (1987), p.231 [丸善]
- 10) H.L. Dryden, G.B. Schubauer, W.C. Mock, Jr. and H.K. Skramstad: NACA Rep., **581**(1937), p.109
- 11) H. Schlichting著, J. Kestin訳: Boundary-Layer Theory, 7th ed., (1979), p.313 [McGraw-Hill]
- 12) G.D. Raithby and E.R.G. Eckert: Int. J. Heat Mass Transfer, **11**(1968), p.1233
- 13) 井口 学, 谷 潤一, 植村知正, 川端弘俊, 竹内博明: 鉄と鋼, **74**(1988), p.1785