

© 1991 ISIJ

論文

電導性るつぼを介する誘導加熱法の実験と
理論解析佐々健介*・桑原 守*・安田廷侯*²・浅井滋生*Experimental Measurements and Theoretical Analysis of Induction Heating
by Use of a Conductive Crucible

Kensuke SASSA, Mamoru KUWABARA, Tadayoshi YASUDA and Shigeo ASAI

Synopsis :

In order to improve the energy efficiency of a segmented conductive crucible, experimental measurements and theoretical analysis have been conducted.

When the segments of the crucible are electrically shorted at the bottom, the magnetic field intensity in the crucible is decreased by decreasing the longitudinal distance between the coil and the short circuit part of the crucible. When the segments of the crucible are insulated each other, the magnetic intensity is scarcely influenced by changing the relative position of the coil and the crucible. The effect of crucible length on magnetic field distribution is not clearly appeared in the both cases in which the segments of the crucible are electrically shorted and insulated. These experimental results are explained by a mathematical model. A new induction heating process in which segments are not cooled unlike the cold crucible has been proposed and named a hot crucible. From the measurements of heating rate of the charges under both the cold crucible and the hot crucible conditions, the heating under the latter was found to be about 1.7~2.5 times faster than that under the cold crucible condition.

Key words : electromagnetic processing of materials; electromagnetic metallurgy; induction heating process; cold crucible; non-contacting melting process.

1. 緒 言

近年、材料の高級化指向に伴ってチタンやジルコニウムなどの高融点かつ化学的に活性な金属の需要が高まっている。これら金属の融解法としてこれまでアーケーク融解法¹⁾、電子ビーム融解法²⁾³⁾やプラズマ融解法⁴⁾⁵⁾が用いられてきたが、融解後の金属は水冷銅るつぼ内で保持あるいは凝固させられている。そのため、これらのプロセスでは水冷銅るつぼ使用に伴う熱経済上の問題点がある。また、アーケーク融解法にあっては消耗電極作製にあたっての生産性上の問題点が指摘されている。一方、酸化カルシウムや黒鉛などをるつぼ材として用いる場合もあるが、その際にはるつぼ材からの汚染が問題となる。そのため、熱効率と汚染の問題を同時に解決するプロセスとしてコールド・クルーシブル法が提案され、近年、大きな注目を集めている⁶⁾。コールド・クルーシブル融

解法は電気伝導性である材料、例えば、銅を用いて縦方向に十数本のスリットを入れた水冷るつぼを作り、高周波誘導加熱を施す融解法である。この方法によれば、スリットにより仕切られたセグメントを介してコイルの電流が被融解物内に誘導電流を生じせしめ、加熱融解される。同時に、被融解物の表面では誘導電流と磁場との相互作用により生ずる電磁体積力が被融解物をるつぼから遠ざける方向に作用するため、被融解物とるつぼとの接觸を断つことができる。従って、るつぼ材からの汚染を生ずることなく電気伝導性物質である高融点あるいは化学的に活性な金属の融解・保持が可能となる。しかしながら、コールド・クルーシブルではコイルと被融解物との間に水冷されたるつぼが介在するため熱エネルギーの損失が大きいという熱経済上の問題点が存在している。

上述の問題点を踏まえ、本報ではコールド・クルーシブル法の利点を生かし、かつ熱効率を向上させるため、

平成2年9月本会講演大会にて発表 平成2年11月26日受付 (Received Nov. 26, 1990)

* 名古屋大学工学部 工博 (Faculty of Engineering, Nagoya University, Furo-cho Chikusa-ku Nagoya 464-01)

*² 名古屋大学工学部 (現:トヨタ車体(株)) (Faculty of Engineering, Nagoya University, Now Toyota Auto Body Co. Ltd.)

るつぼを水冷しない方法を提案する。そしてこれを「ホット・クルーシブル」と命名する。ホット・クルーシブルではるつぼの温度は被融解物の温度以上になるため、比較的融点の低い化学的活性金属の融解に適した方法であるといえる。なお、るつぼ材には高融点金属の W や ZrB₂（融点：3 273 K, 電気伝導率： $1.2 \times 10^6 \sim 6.2 \times 10^6$ s/m）のような高融点電気伝導材料を用いることも可能であることから、将来かなりの高融点物質にもホット・クルーシブルの適用が拡張できよう。

本報告では、コールド・クルーシブルとホット・クルーシブルの基礎研究として、コイルとるつぼの相対位置およびるつぼ高さを変えた場合のるつぼ内の磁束密度の測定と電磁場の理論解析を行う。次に、被融解物の温度測定を行ってホット・クルーシブルがコールド・クルーシブルに対して熱効率上優位であることを示す。

2. 実験方法および結果

2.1 磁束密度の測定

磁束密度の測定は、線径 0.3 mm のガラス被覆を施した銅線を用いて内径 1 mm で 10 卷および 15 卷サーチコイルを作製し、局所磁束密度を誘導起電力法によって

測定した。サーチコイルの補正是ガウスマーターを用いて行った。その結果、サーチコイルの検量線は 10 卷と 15 卷の両方とも(1)式に示す Faraday の法則から導かれる理論値によく一致した。

$$B = \frac{1}{4\sqrt{2}\pi^2 a^2 n} \left(\frac{\phi_{p-p}}{f} \right) \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

コイルとるつぼとの相対位置がるつぼまわりの磁束密度分布に及ぼす効果を見るために、Table 1 に示す 4 種類のるつぼを作製した。るつぼ材としては銅を用い Fig. 1(a) に示すように配したセクター・タイプのものと外径 10 mm, 内径 8 mm の銅および SUS 304 のチューブを用い、それらを Fig. 1(b) のように配したチューブ・タイプのものを作製した。これらのるつぼを 4 卷の水冷コイルの中央に設置し、50 kHz の高周波電流を印加して、コイルまわりの磁束密度をサーチコイルを用いて測定した。磁束密度の測定位置はるつぼのスリット間およびセグメントの内壁近傍とるつぼの中心で、軸方向に沿って多点測定した。なお、水冷コイルとるつぼとの相対位置はコイルがるつぼの頂部、中央部、底部となるように設置しておのおの測定した。測定は同一の周波数、同一の印加電流の下で行うべきであるが、一般に、高周

Table 1. Design of crucibles.

Crucible No.	Type	Length (mm)	Number of segment	Outer diameter (mm)	Inner diameter (mm)	Length of short circuit part (mm)	Material
A-1	Sector	230	8	80	40	30	Cu
A-2	Tube	220	20	80	60	30	Cu
A-3	Tube	410	20	80	60	30	SUS 304
A-4	Tube	390	20	80	60	0	SUS 304

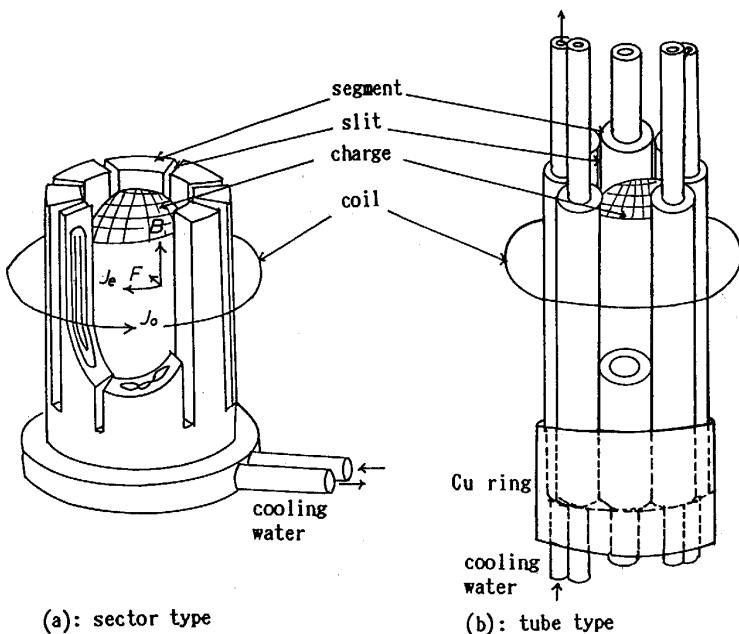


Fig. 1. Schematic view of crucibles.

Table 2. Experimental conditions.

Crucible No.	Position of induction coil	Current of induction coil (A)	Frequency (kHz)
A-1	Top	460	44.4
	Center	465	44.4
	Bottom	515	49.0
A-2	Top	460	38.7
	Center	460	39.7
	Bottom	460	42.5
A-3	Top	280	35.9
	Center	280	36.0
	Bottom	280	40.1
A-4	Top	280	35.9
	Center	280	36.0
	Bottom	280	36.1

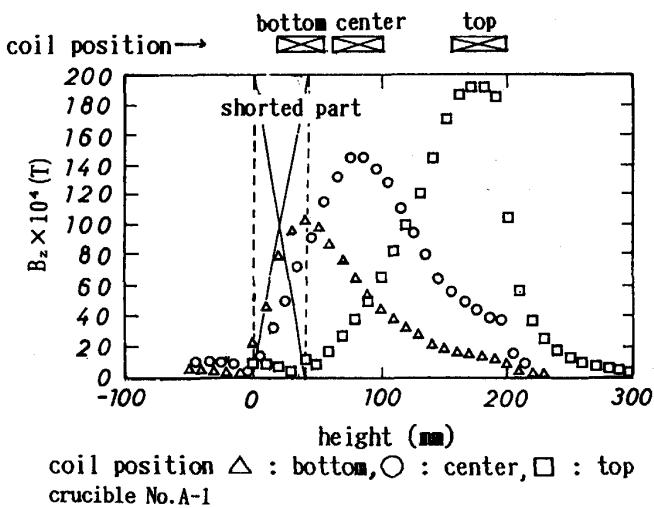


Fig. 2. Effects of coil position on magnetic field distribution in the sector type crucible with electrically shorted segments.

波電源は負荷のインダクタンスが変化する場合、これら2条件を完全に満足させることはできない。コイルとるつぼの相対位置の変更に伴ってメーター上に現れた電流値と周波数の値を Table 2 に示す。

るつぼ底部にスリット部が無く、各セグメントが電気的に短絡されている場合の Z 方向の磁束密度をるつぼ中心軸上で測定し、その結果を Fig. 2, Fig. 3 と Fig. 4 に示す。Fig. 2 は Cu 製のセクター・タイプのるつぼ (No. A-1), Fig. 3 は Cu 製のチューブ・タイプのるつぼ (No. A-2), Fig. 4 は SUS 304 製のチューブ・タイプのるつぼ (No. A-3) を用いたものである。いずれの結果もコイルがるつぼ頂部に位置する場合に、各測定ともコイル中央部において最大磁束密度を示し、コイルが底部に近づくほどその値は小さくなっている。また、この傾向はるつぼ材が異なっていても変わらない。なお Fig. 4 に示す実線は、後述する理論に基づいた計算結

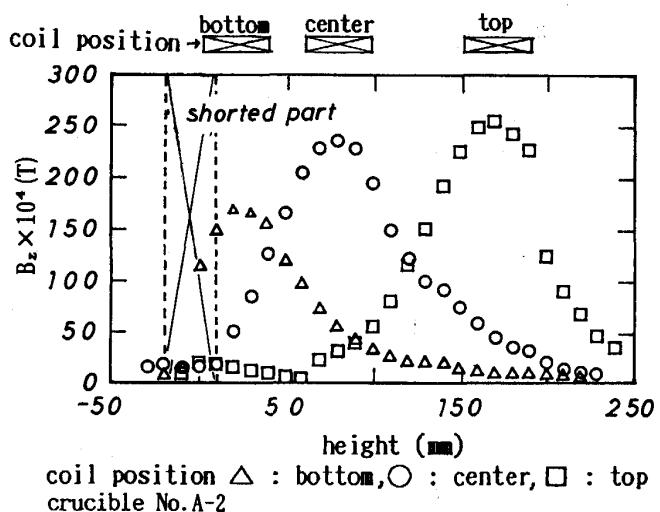


Fig. 3. Effects of coil position on magnetic field distribution in the tube type crucible with electrically shorted segments.

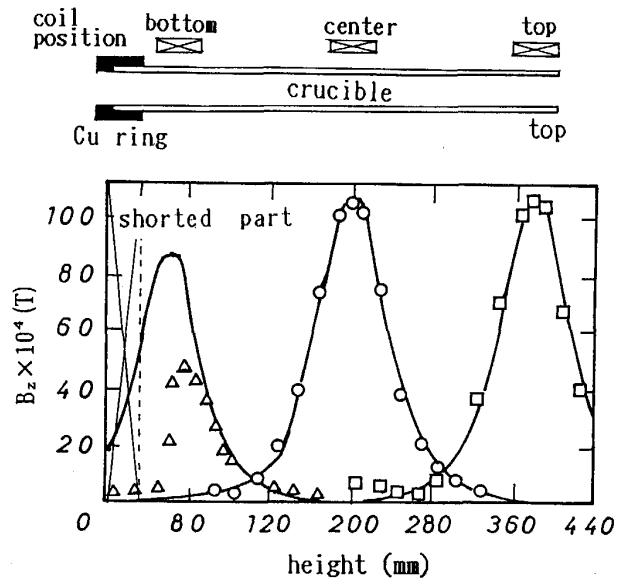


Fig. 4. Effects of coil position on magnetic field distribution, in the tube type crucible with electrically shorted segments. Solid lines indicate the calculated results.

果を示す。次いで、セクター・タイプのるつぼを用い、コイル電流 280 A のもとでコイルを順次移動させて測定したコイル中央部の最大磁束密度とコイル位置の関係を Fig. 5 に示す。短絡された部分の直上で最小値、るつぼの頂部で最大値を示し、中間部にはなだらかに増加する平坦部分がみられる。さらに、同じるつぼ (No. A-1) を用いて磁束分布とるつぼとコイルの相対位置に及ぼす周波数の影響を測定した。得られた各測定位置における

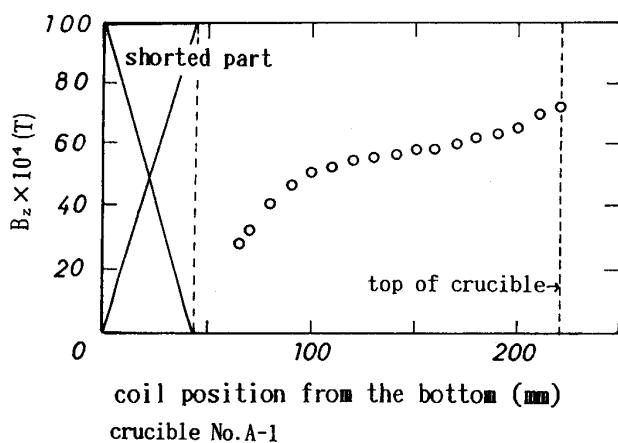


Fig. 5. Effects of coil position on the maximum magnetic field observed in the sector type crucible with electrically shorted segments.

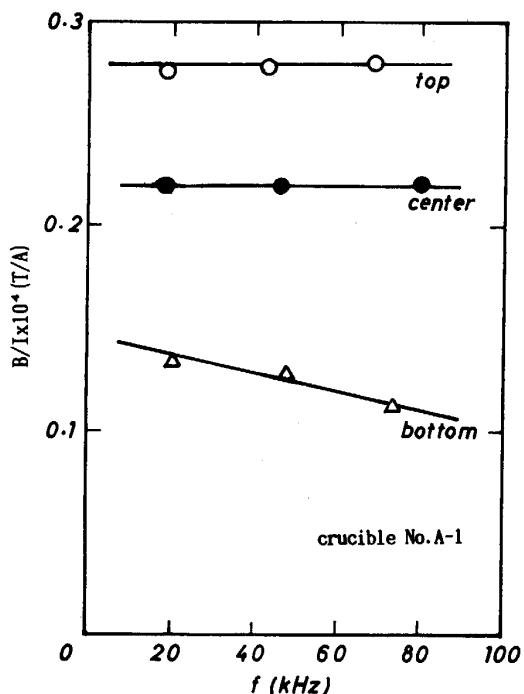


Fig. 6. Effects of frequency on the maximum value of magnetic fields observed at the three different coil positions by use of the sector type crucible with electrically shorted segments.

最大磁束密度をコイル電流で規格化した B/I の値を Fig. 6 に示す。コイルの位置がるつぼの頂部および中央部にある場合には磁束密度に及ぼす周波数の影響は顕著には見られないが、短絡部に近い底部にコイルが位置する場合には周波数の値が低いほど B/I の値は大きくなることがわかる。この理由については明らかでなく、今後、3次元の電磁場の数値解析等による理論的検討が必要となろう。

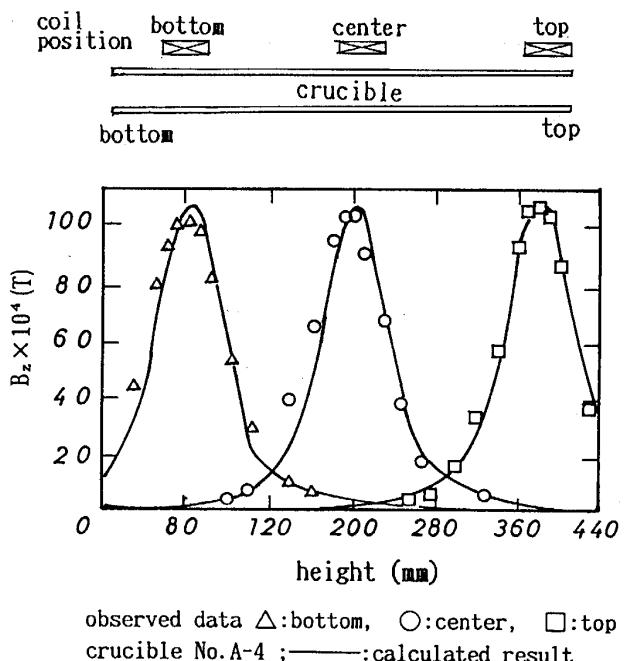


Fig. 7. Effects of coil position on magnetic field distribution in the tube type crucible with electrically insulated segments. Solid lines indicate the calculated results.

各セグメントを電気的に絶縁したチューブ・タイプのるつぼ (No. A-4) を用い、るつぼとコイルの相対位置が磁束密度分布に及ぼす効果を調べた結果を Fig. 7 に示す。各セグメントを短絡した場合の結果と異なり、各コイル位置における磁束密度分布はほぼ等しいことがわかる。図中の実線は後で述べる理論線である。

以上のように、各セグメントを絶縁した場合には、コイル位置が磁束密度の強度に及ぼす影響は小さいが、いったん各セグメントを短絡させると、その影響は大きい。すなわち、コイル位置は電気的短絡機能を有する導通リング部から十分離すことが必要であることがわかる。また被加熱部の軸方向の加熱分布を急激に変化させることが凝固組織制御上求められる時にもリング部は被加熱物上に誘導される電流を抑制し加熱速度を激減させる機能を有するため必要である。

磁束密度分布に及ぼするつぼ高さの影響を調べる目的で Table 3 に示す五つのチューブタイプのるつぼを作製し、印加電流 280 A、周波数 34.9~36.0 kHz の範囲で磁束密度を測定したるつぼ低部から 30 mm のところに、Fig. 1(b) に示すように銅製リングをはめ各セグメントを電気的に短絡させた二つの異なる高さのるつぼ (B-1) と (B-2) を用い、るつぼの中央部とコイルの中央部が一致するように設置した。得られた磁束密度分布を Fig. 8 に示す。銅製リングをはめた短絡部でわずか

Table 3. Design of crucibles.

Crucible No.	Height (mm)	Number of segment	Outer diameter (mm)	Inner diameter (mm)	Length of short circuit part (mm)	Material
B-1	410	20	80	60	30	SUS 304
B-2	170	20	80	60	30	SUS 304
B-3	20	20	80	60	0	SUS 304
B-4	40	20	80	60	0	SUS 304
B-5	390	20	80	60	0	SUS 304

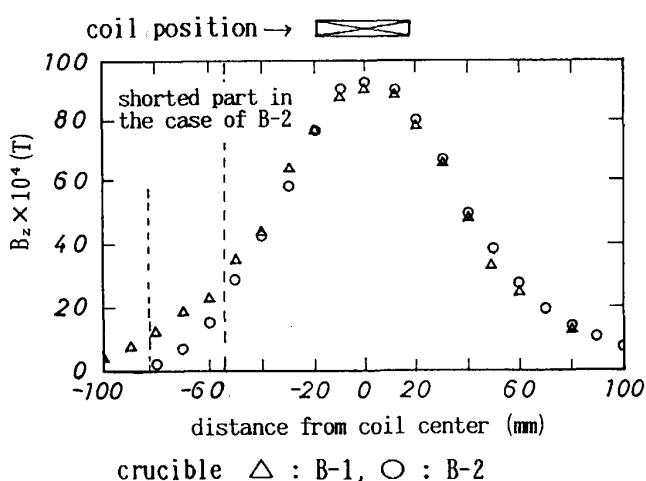


Fig. 8. Effects of crucible length on magnetic field distribution in the crucibles with the electrically shorted segments.

によるつぼ高さの影響が見られるものの、このように比較的長いつぼを用い、また、電気的な短絡部の長さが相対的に短く、かつ、短絡部とコイル間の距離が長い場合には、二つのつぼの間には顕著な差は見られず、磁束密度の最大値や短絡部を除く磁束分布曲線はほぼ一致した。

次いで、コイル位置をつぼ中央部に設置し、つぼに銅製リングをはめない場合（各セグメントがスリットによって電気的に絶縁されている場合）の測定結果を Fig. 9 に示す。図から明らかなようにつぼ高さが変わっても磁束密度分布はほとんど影響されない。また、コイル中央で比較した場合、Fig. 9 の B-3 や B-4 という極端に短いるつぼでは Fig. 8 の場合より磁束密度は 10^{-3} T 程度大きいが、ある程度以上長いつぼである Fig. 9 の B-5 と Fig. 8 の B-1, B-2 間にはほとんど差が見られない。なお、Fig. 9 にはクルーシブルを挿入しない場合の磁束密度分布も○印で付加した。

以上、磁場分布形状に及ぼすつぼ高さの効果はリング部を有する場合も有しない場合も共に、本実験範囲内では小さかった。

2・2 昇温速度の測定

SUS 304 製の 8 セグメント、外径 62 mm、内径 42

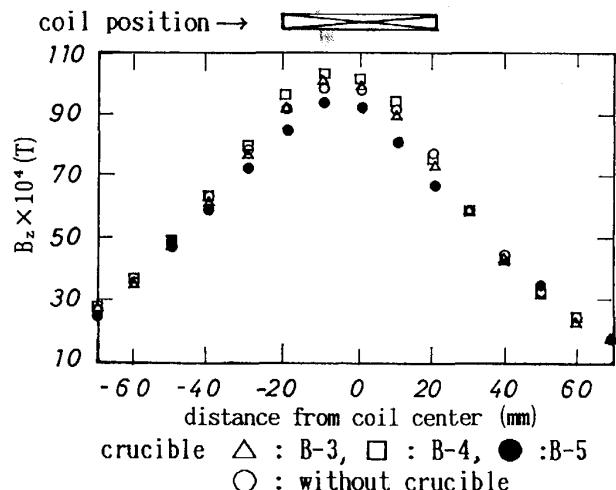


Fig. 9. Effects of coil length on magnetic field distribution in the crucibles with the electrically insulated segments.

mm、高さ 150 mm のセクター・タイプのコールド・クルーシブル兼ホット・クルーシブル両用るつぼを作製し、円柱状のアルミニウム製模擬チャージをつぼ内に装入して昇温速度を測定した。測温は Fig. 10 に示す 3 か所で行い、実験条件を Table 4 にそれぞれ示した。

Table 4 の Heat No. 2 に示した条件のもとでコールド・クルーシブル状態とホット・クルーシブル状態ともにコイル入力を 2.6 kW に保ち、試料の中心部、試料の表面およびセグメント表面の各点において測定した温度の時間推移をそれぞれ Fig. 11 と Fig. 12 に示した。なお、Fig. 11 には冷却水出口部の温度も合わせて示した。Fig. 11 に示すコールド・クルーシブルの場合、約 100 s までは試料表面温度が中心部の温度より先行するが、それ以後、両者はほぼ同じ温度で上昇し約 250 s に融点に達し、390 s 後に融解を完了する。その後、試料の温度は徐々に上昇し約 1220 K で定常状態に達するよう見られる。一方、セグメント表面の温度は、約 50 s までは試料表面と同じように上昇するが、冷却効果のため約 470 K で一定に保たれた。

Fig. 12 に示したホット・クルーシブルの場合には試料表面温度も中心部の温度も共に放物線形の温度推移を示しつつ上昇し、表面温度は約 90 s 後には融点に達す

Table 4. Experimental conditions and rate of heat accumulation in a charge.

Heat No.	Current of coil (A)	Voltage of coil (V)	Frequency (kHz)	Weight of charge (kg)	Heating rate of charge (W)		$\frac{B^*}{A}$
					Cold crucible A	Hot crucible B	
1	460	120	38.5	0.130	3.03	5.94	1.96
2	370	100	38.0	0.090	2.39	4.17	1.75
3	260	78	37.9	0.100	1.08	2.65	2.15

* Ratio of the heating rate of charge in hot crucible to that in cold crucible

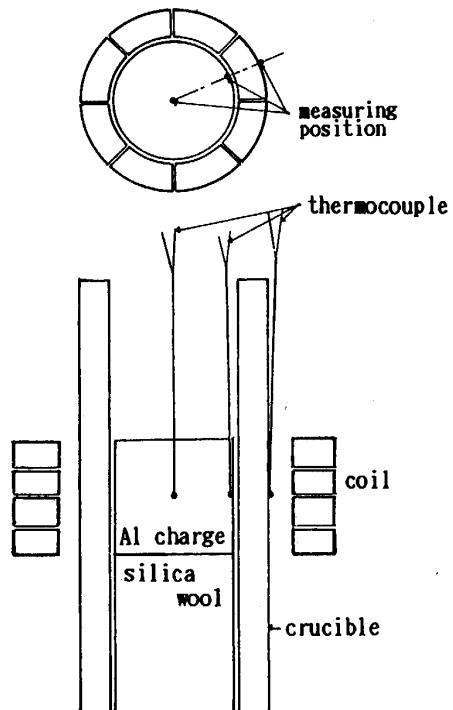


Fig. 10. Schematic view of experimental apparatus and the positions of measuring temperature.

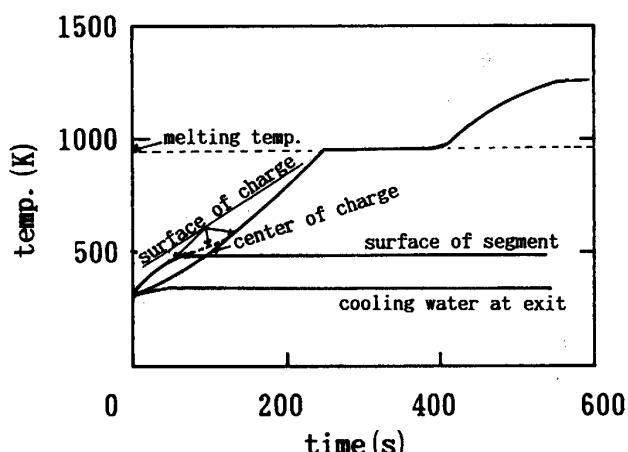


Fig. 11. Transitional variation of temperatures at the center and the surface of a charge and temperature at the surface of a segment and that of cooling water in the cold crucible.

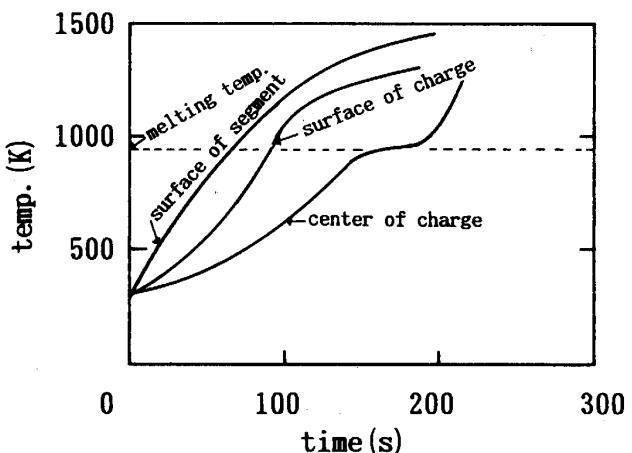


Fig. 12. Transitional variation of temperatures at the center and the surface of a charge and temperature at the surface of a segment in the hot crucible.

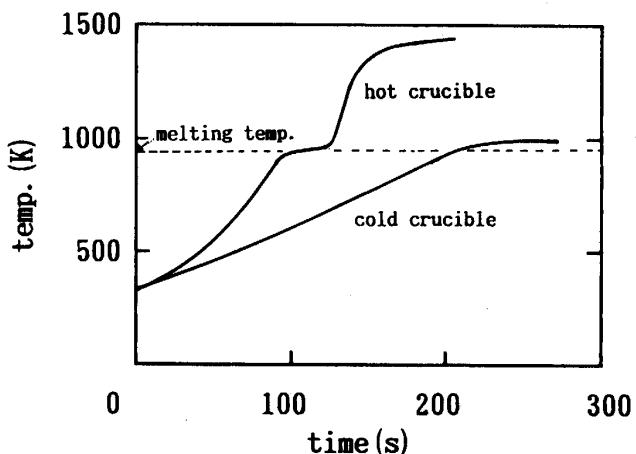


Fig. 13. Transitional variation of temperatures at the center of a charge under both hot crucible and cold crucible conditions.

ると共に、中心部でも約 150 s に融点に至り、約 180 s 後には融解を完了した。その後から被融解物の温度は急激な上昇を示し、ついには熱電対が溶損し測定不能となった。この場合、セグメントの温度は常に試料温度より高い値で推移した。

Table 4 に示した Heat No. 1 の条件で行ったコールド・クルーシブルとホット・クルーシブルの実験におい

て、試料中心部における温度変化を Fig. 13 に示した。ホット・クルーシブルでは融点に達するのに要する時間は約 100 s ほどで、120 s 後には試料は融解するが、コールド・クルーシブルの場合には融点に達するのに約 200 s を要し、その後は融点温度で半溶融状態に保たれた。

上述の実験結果を踏まえてホット・クルーシブルとコールド・クルーシブルの優劣を加熱速度から比較する。被加熱物が融点に達するまでに要した時間から加熱速度を求め Table 4 に実験条件とともに示した。本実験系ではホット・クルーシブルの加熱速度はコールド・クルーシブルのそれの 1.7 倍から 2.5 倍と評価しうる。

3. 磁場分布の理論解析

3.1 基礎式の導出

高周波電流が作る電磁場の解析法としてこれまでいくつかの方法が提案されているが、本研究では GAGNOUD ら⁷⁾の方法と同様に磁気ベクトルポテンシャル法を採用して解析を行った。本方法は直接磁束密度 $B(T)$ を求めるものではなく、それを決定する磁気ベクトルポテンシャル A (Wb/m) を求めた後に磁束密度 B を求める方法である。

磁場に関する Gauss の法則から、(2)式で定義される磁気ポテンシャル A が存在する。

$$\mathbf{B} = \operatorname{rot} \mathbf{A} \quad (2)$$

解析領域 (体積 V) 内の電流密度 \mathbf{J} (A/m²) の分布に基づく B の分布は Biot-Savart の法則により(3)式で定義される。

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\mathbf{J} \times \mathbf{r}}{r^3} dv \quad (3)$$

ここで、(3)式をベクトル演算により変形すると(4)式を得る。

$$\mathbf{B} = \operatorname{rot} \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\mathbf{J}}{r} dv \quad (4)$$

(2)式と(4)式の比較から、 A は(5)式で表されることになる。

$$\mathbf{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\mathbf{J}}{r} dv \quad (5)$$

ここで、 \mathbf{J} は強制電流密度 \mathbf{J}_0 と誘導電流密度 \mathbf{J}_e との和として(6)式で表される。

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_0 + \mathbf{J}_e \quad (6)$$

(5)式から明らかのように、ベクトルポテンシャルについてもその由来する電流に対応して、次の加算関係が成立する。

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_e \quad (7)$$

ところで、誘導電流 \mathbf{J}_e は一般化された Ohm の法則に

よって(8)式で表される。

$$\mathbf{J}_e = \sigma(\mathbf{E}_e + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) \quad (8)$$

(8)式における $\mathbf{u} \times \mathbf{B}$ は誘導電場を表しており、導体の運動が無視できるならば、(8)式は(9)式とおくことができる。

$$\mathbf{J}_e = \sigma \mathbf{E}_e \quad (9)$$

ここで、 \mathbf{E}_e は電磁誘導に関する Faraday の法則の(10)式と(2)式とから(11)式で表される。

$$\operatorname{rot} \mathbf{E}_e = -\partial \mathbf{B} / \partial t \quad (10)$$

$$\mathbf{E}_e = -\partial \mathbf{A} / \partial t - \operatorname{grad} \phi \quad (11)$$

なお、(11)式中の $\operatorname{grad} \phi$ は渦電流によって作られる電界基準を決めるために必要な補正項⁸⁾であり、 ϕ はその場合の電位 (V) である。

(9)式と(11)式から渦電流密度 \mathbf{J}_e に関して(12)式が得られる。

$$\mathbf{J}_e = -\sigma \partial \mathbf{A} / \partial t - \sigma \operatorname{grad} \phi \quad (12)$$

いま、対象とする電磁場が軸対称系であると仮定する。その場合、渦電流は水平ループを描くことになり、(12)式の右辺第2項は無視できる⁷⁾⁹⁾。さらに、時間依存場の解析に複素近似法を採用することにして \mathbf{A} と \mathbf{J}_e を次のように表す。

$$\mathbf{A} = \vec{A}(r, z) e^{j\omega t} \quad (13)$$

$$\mathbf{J}_e = \vec{J}_e(r, z) e^{j\omega t} \quad (14)$$

(13)、(14)式を(12)式に代入すると(15)式を得る。

$$\vec{J}_e(r, z) = -j\omega \vec{A}(r, z) \quad (15)$$

なお、軸対称系ではベクトルポテンシャル \vec{A} の成分は円周方向成分だけとなる。ここで、 \vec{A} は \vec{J}_e の関数であるから(15)式を導体内に適用すると、そこで渦電流密度が求まる。従って、(5)式に基づいて任意の空間点の A が求まり、さらに、(2)式の関係から時間依存場での磁場が決定できることになる。

3.2 実験結果と計算結果の比較

計算は Table 2 に示した実験条件と同じ条件で実行した。Fig. 4 に底部が電気的に短絡したるつば (A-3) を用いた場合の計算結果を、Fig. 7 に各セグメントが電気的に絶縁されているるつば (A-4) を用いた場合の計算結果をそれぞれ実線で示した。

Fig. 4 から、るつばの底部において各セグメントが電気的に短絡している場合、コイルが短絡部に近づくにつれ磁束密度の減少することが理論計算によても明らかになった。一方、短絡部がない場合には Fig. 7 に示すようにコイルとるつばの相対位置を変えても磁束密度の分布はほとんど変わらないことが理論計算からも明らかとなり実験結果と一致した。Fig. 4 に示すように、コイルがるつば底部にある場合の結果を除き、いずれの

場合にも計算結果と実測値はよく一致した。なお、コイルが底部にあるとき実測値と理論値が一致しない理由は、測定に用いたるつぼの短絡部が連続体であるのに対し、理論モデルは短絡部の外周部のスキンデプス内に均一に電流の流れる電流シートを仮定し、さらに、そのシートからの誘導磁場の寄与を軸方向に等間隔に配列した5本のリング電流で近似できると仮定して計算を行っていること、および短絡用のリングの厚みに外径と内径の中間の値を用いたこと、さらに、短絡部近傍においては水平方向のみならず軸方向の誘導電流も生じていた可能性のあること、等より短絡部の磁束線の遮蔽効果が十分表現できなかったためと考えられる。

4. 結 言

電導性るつぼを介する誘導加熱法におけるよりよい装置条件の探索を目的として実験と理論解析を行い、以下の結果を得た。

1) るつぼの各セグメントが電気的に絶縁されている場合には、コイルとるつぼの相対位置が磁束密度分布に及ぼす影響は少ない。

2) るつぼの底部において各セグメントが電気的に短絡されている場合には、コイルとるつぼとの相対位置によって磁束分布は大きく変化し、コイルが短絡部に近づくにつれ磁束密度は小さくなる。

3) るつぼ高さの変化に伴う磁束密度分布の変化は、るつぼ長さが極端に短い場合には、長いるつぼに比べコイル中央における磁束密度は10%程度大きくなる。

4) 本実験系の場合、ホット・クルーシブルにおける加熱速度はコールド・クルーシブルのそれの約1.7~2.5倍と実測され、ホット・クルーシブルはコールド・クルーシブルに対して極めて有利なプロセスであることが判明した。

記 号

- A*: 磁気ベクトルポテンシャル (Wb/m)
a: サーチコイルの半径 (m)
B: 磁束密度 (T)
E_e: 電磁誘導により生じる渦電流に伴う電界 (V/m)
f: 周波数 (Hz)
I: コイル電流 (A)
J: 解析領域内の電流密度 (A/m²)
J₀: 強制電流密度 (A/m²)
J_e: 誘導電流密度 (A/m³)
j: 虚数単位 (-)
n: サーチコイルの巻数 (-)
Q: エネルギー流量 (W)
r: 距離 (m)
r: 位置ベクトル (m)
t: 時間 (s)
u: 導体の運動速度 (m/s)
μ₀: 真空中の透磁率 (=4π×10⁻⁷ h/m)
 σ : 電気伝導率 (S/m)
 ϕ : 誘導起電力 (V)
 π : 角周波数 (=2πf rad/s)

文 献

- 新版金属便覧(日本金属学会編)(1960)p.1005[丸善]
- H. STEPHAN: Proc. Conf. EB Melting Refin State Art (1984), p. 135 [Bakish Materials]
- J. A. PIERRET and J. B. LAMBERT: Proc. Conf. EB Melting Refin State Art (1984), p. 208 [Bakish Materials]
- T. YAJIMA, O. TAMARI, H. KAMIYAMA, S. HIRATAKE, Y. NAKANISHI, K. KATO, H. YAMADA and K. YOSHIDA: Titan, 2 (1986), p. 985
- S. STOCKS and D. HIATT: Titan, 2 (1986), p. 918
- P. PAILLERE, J-WANDIER, Y. BOUSSANT-ROUX and M. GARNIER: 6th World Conf. on Titanium, Cannes (1988年6月) [Les Editions de Physique]
- A. GAGNOUD, D. DELAGE and M. GARNIER: Paper at the 4th Beer-Sheva Seminar on MHD Flows and Turbulence, Beer-Sheva, Israel (1984年2月27日~3月2日), p. 634 [Amer. Int. of Aeronautics and Astronautics Inc.]
- 中田高義, 高橋則雄: 電気工学の有限要素法第2版(1989)[森北出版]
- E. D. TARAPORE and J. W. EVANS: Metall. Trans. B, 7 (1976), p. 343