

© 1991 ISIJ

解 説

鉄・非鉄製造プロセスにおける計算流体力学の現状と可能性

沢田郁夫*・谷 雅弘*²・Julian SZEKELY*³・Olusegun Johnson ILEGBUSI*⁴

Recent Developments and Possibilities of Computational Fluid Dynamics in Materials Processing

Ikuo SAWADA, Masahiro TANI, Julian SZEKELY and Olusegun Johnson ILEGBUSI

1. 緒 言

計算流体力学 (Computational fluid dynamics) は、基本的には Navier-Stokes 式のような移流拡散方程式の計算手法であり、①実験的手法、②解析的手法、に次ぐ第三の流体・伝熱解析手法として 1960 年代アメリカにて誕生した¹⁾²⁾。以降、鉄・非鉄金属、ガラス、プラスチック・複合材料等の産業においても、コンピューターハードウェアの着実な進歩と計算流体力学の基盤・応用研究に従事する内外の研究者の努力により、プロセス・品質を改善するための一ツールと定着しつつある。

素材製造プロセスで主にみられる流体は、金属・ガラス・プラスチック等の溶融物や攪拌・精錬のためのガスであり、1) 周囲を容器の壁で囲まれる場合、2) 周囲を壁及び自由界面で囲まれる場合、3) 領域内に気-液、液-液、固-液等の二相流が存在し二相界面が一方の相、あるいは両方の相の流動によって決定される場合、等がある。このような流れの中で素材品質やプロセス特性を決定するのは、①バルク域 (通常乱流である) での移動現象、②界面での反応、③界面近傍境界層内での移動現象、④複雑な場の連成 (伝熱・拡散・化学反応・凝固等の相変態・自由界面・電磁力・気泡流等) であり、これらが素材作りのキーとなる現象である。このような膨大な場・変数を限られたコンピューター能力で解いていくためには他産業とは異なる独特なアプローチやモデル化、手法の評価、実験値との対比、使用ノウハウの積み重ね、等があっても良いはずである。そのような観点での研究は各素材分野ごとにスタートしたばかりであり、実際の素材製造プ

ロセス解析に適用できる“魂の入ったシミュレーター”を完成させていくのがこの分野の仕事に携わる研究者の使命であろうと考える。

以上述べたような計算手法、連成問題の現状、可能性、課題について紹介したい。

2. 数値計算手法の概説

ここでは、移流拡散方程式の数値解を求める過程での手順と留意点について要点のみを記述する。通常、数値解を求める過程では、①現象のモデル化 (微分方程式の作成)、②離散化、③ソルバーによる解法、④誤差の評価、等を必要に応じて反復して行うことになる。

2.1 基礎微分方程式

一般に、(1)~(4)式に示す非圧縮性流体の移流拡散方程式を連成して解く場合が多くみられる。これらの方程式を必要に応じてモデル化を加えて解いていく。

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\partial \mathbf{U} / \partial t + \nabla \cdot (\mathbf{U} \mathbf{U}) = 1 / \text{Re} \nabla^2 \mathbf{U} + \mathbf{S}_U \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\partial T / \partial t + \nabla \cdot (\mathbf{U} T) = 1 / \text{RePr} \nabla^2 T + \mathbf{S}_T \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\partial C / \partial t + \nabla \cdot (\mathbf{U} C) = 1 / \text{ReSc} \nabla^2 C + \mathbf{S}_C \quad \dots\dots\dots (4)$$

$\mathbf{U}$, T , C : おのおの無次元速度ベクトル, 温度, 濃度
 Re , Pr , Sc : Reynolds 数, Prandtl 数, Schmidt 数
 $\mathbf{S}_i$: 生成項

2.2 離散化法

非線形微分方程式①~④の数値解を求めるための離散化法としては、1) 差分法、2) 有限要素法、3) 境界要素法、等がある。

差分法は、①分かりやすい、②メモリー容量が少ない、

平成 2 年 12 月 17 日受付 (Received Dec. 17, 1990) (依頼解説)

* 新日本製鉄(株) 未来領域研究センター主任研究員 (Future & Frontier Field Research Lab., Nippon Steel Corp., 1618 Ida Nakahara-ku Kawasaki 211)

*² 新日本製鉄(株) 未来領域研究センター研究員 (Future & Frontier Field Research Lab., Nippon Steel Corp.)

*³ マサチューセッツ工科大学マテリアルサイエンス & エンジニアリング学科教授 (Department of Material Science & Engineering, Massachusetts Institute of Technology)

*⁴ マサチューセッツ工科大学マテリアルサイエンス & エンジニアリング学科講師 工博 (Department of Material Science & Engineering, Massachusetts Institute of Technology)

Key words: computational fluid dynamics; turbulence; heat transfer; mass transfer; free surface; two-phase flow.

③高速である, ④任意, 複雑形状問題への対応が可能になった¹⁾³⁾ ことから現在では広く用いられているが, 有限要素法を含めて各手法とも急速に進歩しつつある。

以後, 本報告では主に差分法を中心に解説していく。

2.3 ソルバーと計算アルゴリズム

上述の移流拡散方程式のさまざまな計算アルゴリズムの解説は他の文献¹⁾⁴⁾⁵⁾ に詳しい。また, 圧縮性流体については文献^{1)5)~7)} が詳しい。

2.4 計算誤差の検討

数値計算を行う場合, ユーザーが最も注意しなければならないのは数値解が持つ誤差の評価である。

数値計算及び実験における誤差を整理すると Fig. 1 のようになる。計算結果に含まれる誤差には, Modeling error, Numerical error (Discretization error と Convergence error) がある。通常これらの誤差を明確に区別しないで計算値と実験値を比較しているが, 信頼性のある数値計算を行うためにはおのおのの誤差を別々に評価し, 要求する精度に応じて小さくする必要がある。

Modeling error は物理現象を数式化・モデル化することにより生じる誤差である。この点に関して後述するように乱流モデルの選択が特に重要である。Modeling error の評価は, Numerical error を考慮した上で数値計算結果と実験値と比較することにより行われる。

Discretization error は基礎方程式を離散化することにより生じる誤差である。一般的には格子間隔が大きく, 差分精度が低いと Discretization error は大きくなる。Adaptive grid method⁸⁾ では, 二つ以上の異なるサイズの格子を用いた計算結果を比較することにより Discretization error を評価し, 最適な格子を決定している。

以下に典型的な Discretization error である, 対流項起因の人工粘性¹⁾⁵⁾ の影響の例を示す。対流項に一次の

上流差分近似を用いた場合には, (5)式右辺第二項の人工粘性が付加される。

$$U\partial U/\partial X = U\delta U/\delta X - (|U|\delta X/2)\partial^2 U/\partial X^2$$

..... (5)

この際人工動粘性係数 $(|U|\delta X/2)^{1)5)}$ が分子動粘性係数より十分小さければ問題はないが, 大きくなれば実際よりも低い Re 数の流れを解いていることになる。ちなみに, 一座標方向に 50 等分割し一次の上流差分近似を用いた場合には, $Re=100$ 以上で人工粘性項が真の粘性項を上回ることになる。

小林らは二次元 Cavity 流れ ($Re=1000$) 計算において, 高精度差分法と比較して一次上流差分法は渦の発達が遅れるが, 一座標方向に 20 分割以上すれば解の格子分割依存性は小さくなることを明らかにしている⁹⁾。

連铸鋳型の水モデル内流動の計算に対するメッシュ分割数への依存性を著者が調査した結果¹⁰⁾ を Fig. 2 に示す。乱流モデルとして $k-\varepsilon$ モデルを用い, 鋳型内部の領域をおのおの 14280 点 ($14 \times 30 \times 34$), 33440 点 ($38 \times 20 \times 44$), 56250 点 ($45 \times 25 \times 50$) の格子点に分割した場合の計算値と実測値の対比を示す。格子数 14280 点の時は人工粘性のため計算値が実測値より低めであるが, 格子数 33440 点以上 (一座標方向 20 分割以上) では実測値とのずれが小さくなりメッシュ数依存性が無くなるのがわかる。

Convergence error は数値計算結果と離散化された基礎方程式の差である。多くの数値解析手法は解を収束させるために繰返し計算を必要とするが, 一般的には n 回目と $(n+1)$ 回目の繰返し計算の解の差を Convergence の基準としている。しかし, FERZIGER はこれでは不十分であるとして新しい評価基準を提唱している¹¹⁾。

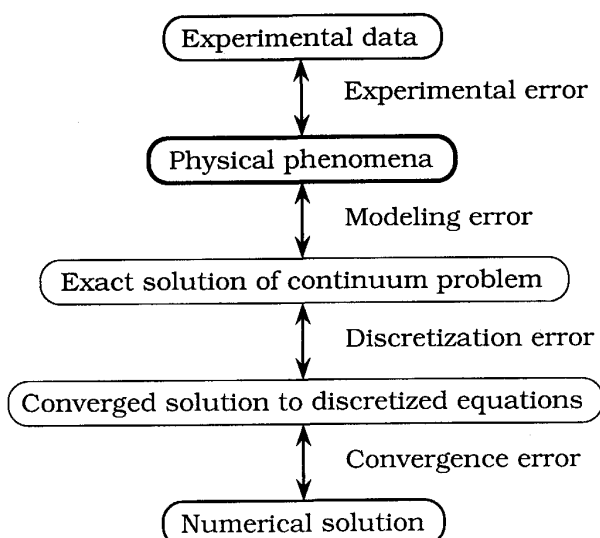


Fig. 1. Various kind of errors occurring in experiment and computation.

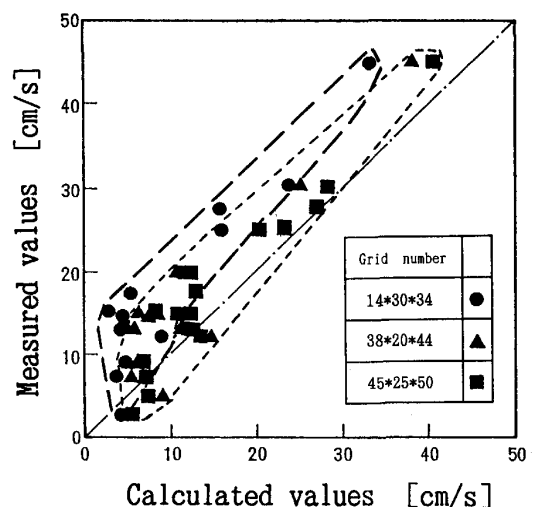


Fig. 2. Dependence of deviation between calculation of time-averaged velocities and measurement on the number of grid points.

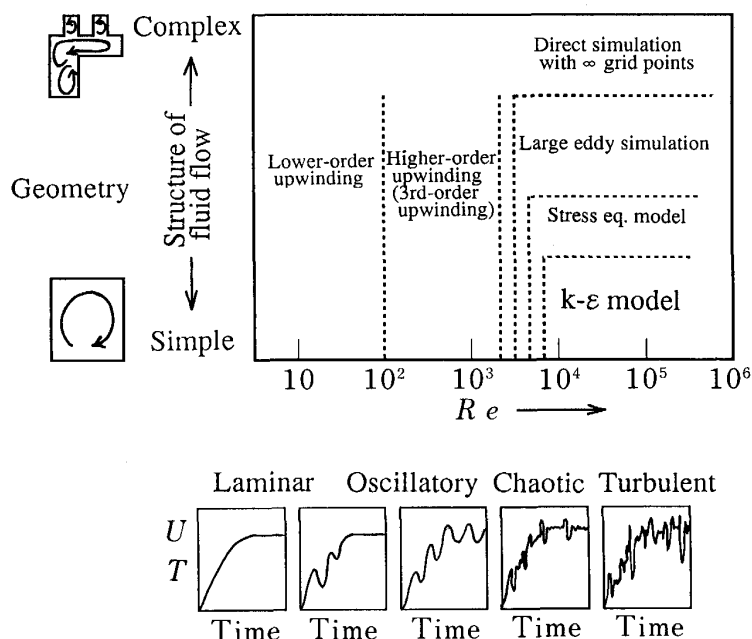


Fig. 3. Limitations of each discretization scheme and turbulence model.

3. 高 Re 数流れの扱い

鉄に代表される巨大装置産業の反応炉の中の流体は、装置代表長さ L が大きいことからその Re 数 ($= UL/\nu$) が大きく、不安定振動流や乱流であることが多い。このような流れは Fig. 3 に示すようにその相態を複雑に変化させていくので、十分な精度を要求する場合には流れの相態に応じて手法、モデルを選択する方が好ましい。このような観点から高 Re 数領域での各手法、乱流モデルの限界について著者らが調査した結果の一例を紹介する。

3.1 高 Re 数流れの計算手法とモデル

Re 数が数百から数千の流れは、一般に層流ではあるが非定常的な振動を伴っている場合が多く不安定振動流 (Oscillatory flow) と呼ばれている。この領域では小さな渦の存在確率は少なくむしろ振動する大きな層流渦そのものの挙動解析が重要となる。このような系の解析には、対流項に高精度の差分近似法を用いることが有効であることが報告されている^{12)~14)}。高次の上流差分法として良く使われているものには

①河村スキーム¹²⁾, Quick スキーム¹⁵⁾がある。

Re 数が数千以上になると乱流 (Turbulent flow) に遷移していくが、乱流の構造はおおのこのタイプ、容器形状等によって異なる。乱流モデルを以下に分類する。

②Reynolds Averaged Simulation (RAS): 時間平均化した Navier-Stokes 式 (Reynolds 方程式) を解いて定常解を求めるタイプ [k - ϵ モデル¹⁶⁾, 応力方程式モデル¹⁷⁾]

③Large Eddy Simulation (LES)¹⁸⁾: 格子平均化した

Navier-Stokes 式を解いて非定常解を求めるタイプ

④Full Turbulence Simulation (FTS): すべての乱流渦スケールを解像するもので、 $Re^{9/4}$ のグリッドが必要のため現状では不可能

3.2 不安定振動流の解析

Fig. 4 は、 $Re=3200$ の三次元 Cavity 流れを著者らが河村スキームを用いて計算した結果¹⁹⁾ である。底面コーナー付近での二次循環渦や左側面上昇流に複雑で非定常な縦渦 (Taylor-Gortler 渦) が解像できていることがわかる。また、Fig. 5 は各種手法による時間平均流速の計算値と PERNG ら²⁰⁾ による実測値との対比を示すものである。三次精度差分法 (河村スキーム) による二次元計算値は実測値よりも二倍ほど大きく、また二次元標準型 k - ϵ モデル¹⁶⁾ の計算値¹⁹⁾ は小さめである。特に標準型 k - ϵ モデルでは壁付近での急な速度勾配を表現できていない。一方、三次精度差分法による三次元計算結果は実験値と見事に一致していることがわかる。

Fig. 6 は、三次元 Cavity 内自然対流発生時の温度経時変化の実測値²¹⁾ と著者らが河村スキームを用いて計算した結果¹⁹⁾ との対比を示すものである。完全な一致はみられないが、ある振動周期を持って温度が定常値まで上昇していく挙動は一致しているといえる。

3.3 乱流解析

k - ϵ モデルによる乱流域での解析事例として Fig. 2 に示すような連铸型内流動計算より、メッシュ分割を十分行えば良好な精度が得られることがわかっている。このように k - ϵ モデルは、適用限界や適用目的をしっかりと認識していれば良好なエンジニアリングツールとなりうる。Fig. 7 は著者らによる誘導攪拌炉内流速の計算値と実験値との対比を示すもの²²⁾ であり、良好な一

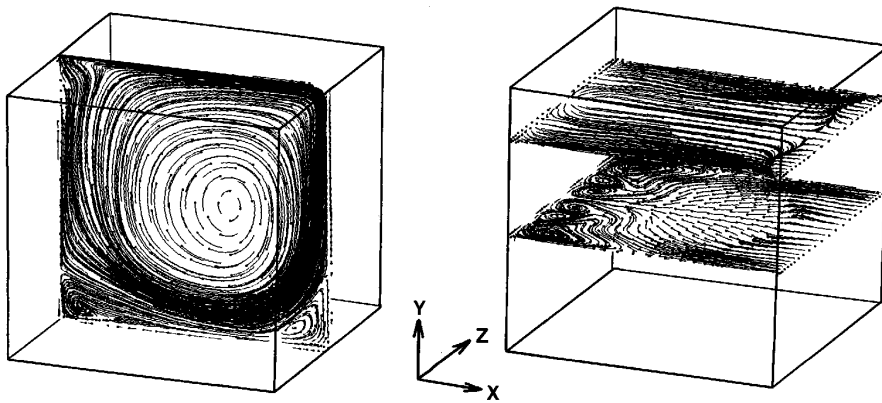


Fig. 4. Calculated particle paths in a 3-D cavity by the 3rd-order upwind method.

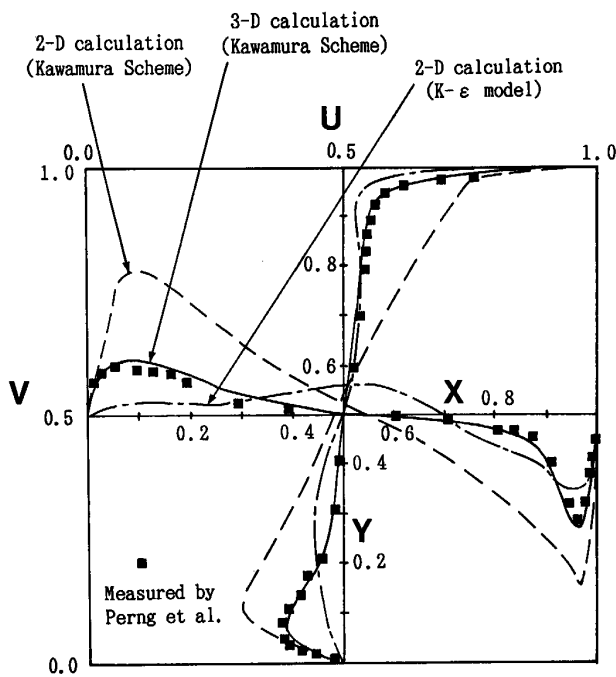


Fig. 5. Comparison of time-averaged velocity profile between calculation and measurement ($Z = 0.5$).

致がみられる例である。このように $k-\epsilon$ モデルの良好な適用例は数多く報告されている。

一方、標準型 $k-\epsilon$ モデル¹⁶⁾ の適用限界や修正ノウハウを述べた報告も出されている。本来、標準型 $k-\epsilon$ モデルは、①乱流渦による高い運動量輸送を乱流粘性係数で表現する、②壁での乱流摩擦を壁関数（対数則等）で近似する、という考え方に基づいており、おののに限界があり以下のような修正がなされている。

乱流粘性係数を算出するためには乱流エネルギー k 、乱流エネルギー消散速度 ϵ や普遍パラメーター等が必要となる。小林らは円管内旋回流の計算において標準型 $k-\epsilon$ モデルの計算値が実験値と全く合わないこと及び乱流粘性係数に改良を施すことにより精度が向上したこと等を報告している²³⁾²⁴⁾。同様の旋回流を伴う流れ

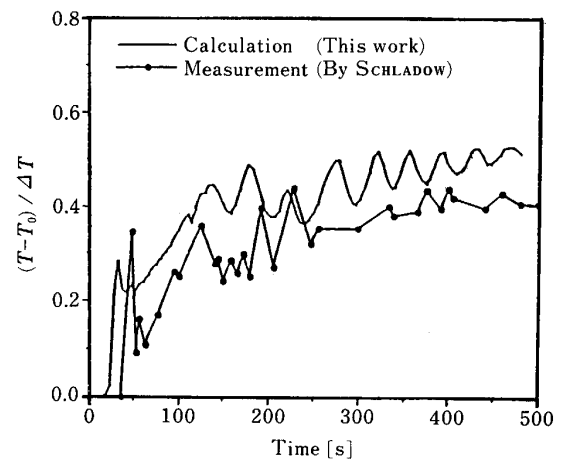


Fig. 6. Comparison of time evolution of temperature in a cavity between calculation and measurement.

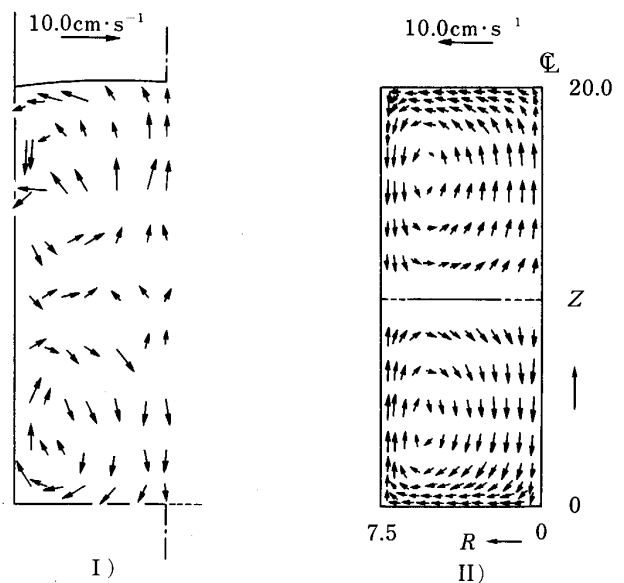


Fig. 7. Fluid flow pattern in the induction furnace; I), II) are the measured and the predicted respectively²²⁾.

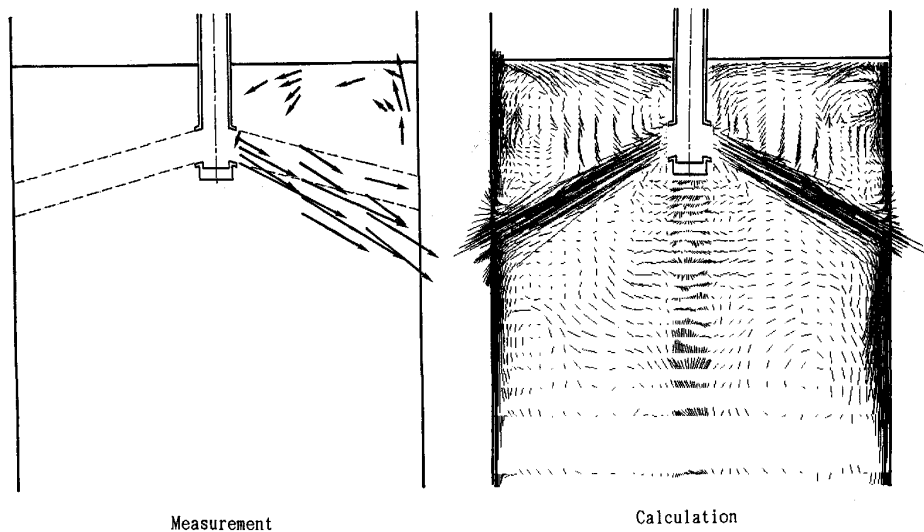


Fig. 8. Comparison of velocities in water model equipment between calculation by large eddy simulation and measurement.

に関して, SPITZER²⁵⁾らはブルーム連铸機内電磁攪拌時の流れを標準型 $k-\epsilon$ モデルで計算した結果 ROBINSON²⁶⁾らの実験結果と全く合わず, ϵ 方程式の生成項を補正することで精度が向上したことを報告している。

壁関数には, 対数則, $1/7$ 乗則や Spalding 則²⁷⁾に基づくもの等があるが, 本来この壁関数は良く発達した一方向流れに関して作成されたものであり, 剥離を伴う流れや低 Re 数流れへの適用には十分注意する必要がある。Fig. 5 に示す例も標準型 $k-\epsilon$ モデルの適用の難しい一例と言える。交流による電磁攪拌時の乱流場で δ_s (Skin depth) $< \delta_T$ (乱流境界層) の時には壁関数の修正が必要になることを TABERLET らは報告²⁸⁾している。また, 最近では低 Re 数型 $k-\epsilon$ モデルのように層流底層の中にまでメッシュ分割を行って境界層内の速度分布まで合わせようとする動き²⁹⁾もある。

このように, 本来 $k-\epsilon$ モデルは等方的に良く発達した壁乱流に関して作成されたモデルであるため, 特異な乱流構造を持つ旋回流, 非等方性乱流, 剥離を伴う流れ, 特異な振動を伴う流れ, 等への適用にあたってはモデルの精度をチェックして適切な改良を施す必要性が出てくると思われる。今後, この観点からの知識データベースの充実がなされていくべきであろう。

LES (Large Eddy Simulation) は, $k-\epsilon$ と比較してグリッド数を多く必要とし計算時間も数倍長くなるが, 乱流中規模渦の非等方性挙動や非定常振動挙動等を考慮できる手法であり, $k-\epsilon$ モデルよりも適用範囲が広がる可能性がある。小林³⁰⁾は乱流促進体周り流れの解析において $k-\epsilon$ モデルよりも LES の計算精度が良いことを, 村上³¹⁾は建物周辺流れの解析において $k-\epsilon$ モデルよりも応力モデルや LES の計算精度が良いことを報告している。Fig. 8 は著者ら¹⁰⁾による, 連铸鑄型

の水モデル装置内流動の実測値と LES による計算値との対比を示すが, 良好な一致が得られている。八百³²⁾らや高谷³³⁾も LES を用いて同様の計算を行っている。村上³⁴⁾は, 立方体周りの乱流エネルギースペクトルの実測値と LES による計算値を対比し, LES 唯一のパラメーターである Smagorinsky 定数が 0.1 の時に良好な一致を示すことを確認している。このように LES も今後評価が進行するであろう。

4. 場の連成解析の事例

主に, 製鉄プロセスでの最近の解析事例について紹介する。

4.1 タンディッシュ, 鑄型内温度・介在物濃度分布の解析

最近, タンディッシュ内流動と温度を連成した解析結果が報告されている³⁶⁾³⁷⁾。タンディッシュ内溶鋼温度分布を制御することは, タンディッシュ内介在物浮上促進を左右するのみならず, 鑄片結晶粒の制御にもつながるため製品品質向上のためには重要な因子となっている。Fig. 9 に著者らが LES³⁸⁾と Boussinesq 近似³⁵⁾を用いて解いた例を示すが, 自然対流を考慮しない場合と比較して, 強制対流が弱くなる下流側で自然対流の効果が特に顕著になることがわかる。介在物の浮上挙動評価も自然対流有り無しでかなり変化するため, 今後はこのような自然対流を考慮に入れた介在物浮上の最適化の検討, 出口温度の予測等が進むものと思われる。

また, 鑄型内の流動, 温度と介在物濃度を連成した解析例も報告されている³⁹⁾。このような解析はメニスカス表面でのディッケル発生, パウダーの溶融状態や溶鋼中介在物・巻き込みパウダーの製品鑄片へのトラップ挙動の予測が可能となり, 表面きず・内部欠陥を評価する手

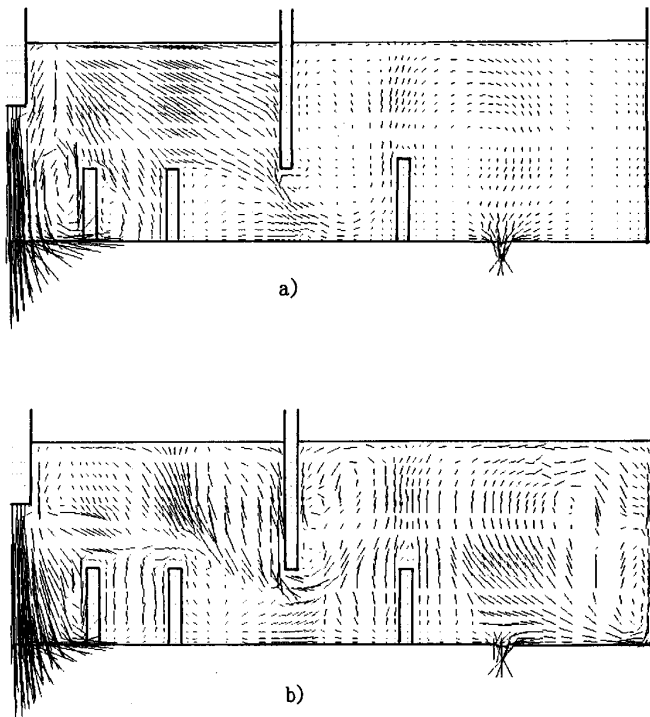


Fig. 9. Calculated velocity vectors by large eddy simulation both in the case a) when natural convection wasn't considered and b) when natural convection was considered.

法として今後ますます重要になるであろう。

4.2 シリコン単結晶育成時溶質分布

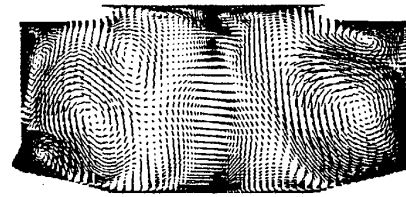
CZ 法によるシリコン単結晶育成において品質上重要になる課題の一つは、シリカルつばより溶解・流入して結晶中に取り込まれる酸素濃度を任意のレベルで均一に制御することである⁴⁰⁾。このプロセスでの酸素の移動速度は溶解・流入の起こるつば-メルト間境界層及び蒸発・流出の起こる自由表面近傍境界層内の拡散現象等に左右される。この濃度境界層の厚みは1[m/m]のオーダーであり、通常のメッシュでは解像が不可能であった。

小林⁴¹⁾や著者らは、境界層の中にもグリッド点を置いて溶解・蒸発の起こる反応界面から境界層内、バルク領域を通して伝熱及び酸素濃度の移流拡散挙動の解法を試みた。Fig. 10 におのおの子午面内の流速及び溶解酸素濃度の分布図を著者らが計算した結果を示す。熔融シリコンは Sc 数が大きいので、濃度境界層が薄く界面付近に集中している挙動をはっきりとみることができる。

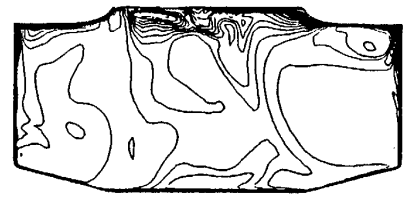
このような現象は製鉄プロセスにもスラグ、耐火物-メタル反応等に多くみられ、類似の手法が界面反応と拡散現象を解明する武器となるであろうと思われる。

4.3 自由界面の解析

固-液界面の場合は界面形状が定常であるのに対して、気-液界面は界面近傍の激しい動圧変動に応じて非定常的に変化する場合も多くある。この自由界面を含む流体解析手法として、①オイラー座標にメッシュを固定し連



(a)



(b)

(a) Velocity vectors (b) Oxygen distribution

Fig. 10. Calculated results for conventional CZ growth.

続マーカー（流体関数率）により自由界面を追跡する方法^{42)~44)}、②自由表面の変化に追従してメッシュを移動させる方法⁴⁵⁾⁴⁶⁾、等に分類される。

Fig. 11 は、高谷ら⁴³⁾による連铸モールド内のパウダー自由界面、溶鉄-パウダー界面の解析例を示す。パウダーの流入、逆流現象に関して計算結果と低温モデル実験との良い一致が報告されている。G. TRAPAGA ら⁴⁶⁾は Fig. 12 に示すように、Ni メルトに Ni 滴が衝突しスプラッシュが飛び散る挙動を計算している。これらは上記①の例と言える。

また、高谷ら⁴³⁾は上記②の手法を用いて変動する鋳型内溶鋼自由表面変化を計算している。このようなアプローチはより正確と思われるが大容量計算機を必要としており基礎的分野で始まったばかりである。計算機の進歩とともに将来実用的になるであろう。

4.4 気-液二相流の解析

転炉や取鍋における底吹きガス攪拌時の流体解析を行うには、気-液二相系を扱う必要がある。単相流の Navier-Stokes 式のように正確な式が存在しないことからさまざまなモデル式が提案されている。例えば、①ガス分率に応じて密度の変化する溶鉄相の運動量収支をとる方法⁴⁸⁾⁴⁹⁾、②ガス相をガス濃度ととらえ溶鉄の運動量収支とガス濃度の輸送収支をとる方法⁵⁰⁾と③ガス相と溶鉄相を別個の相としてとらえ各相の運動量収支をとる方法⁵¹⁾⁵²⁾、等が報告されている。

BURTY⁵¹⁾らはブルーム領域で気泡がなす乱流生成を

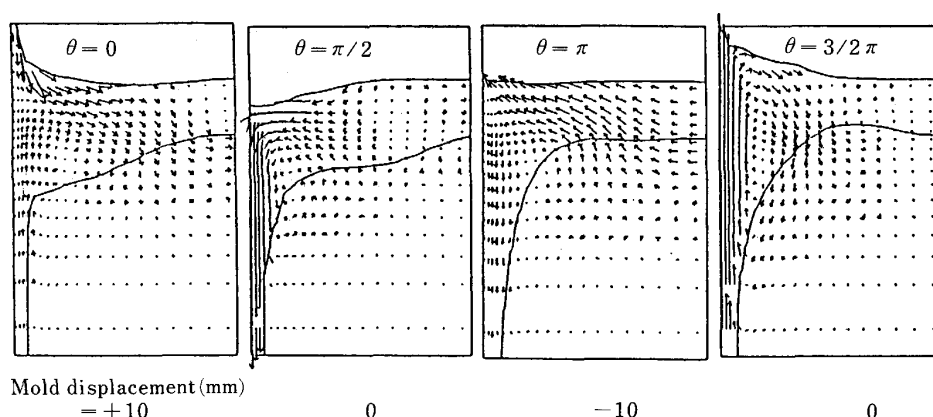
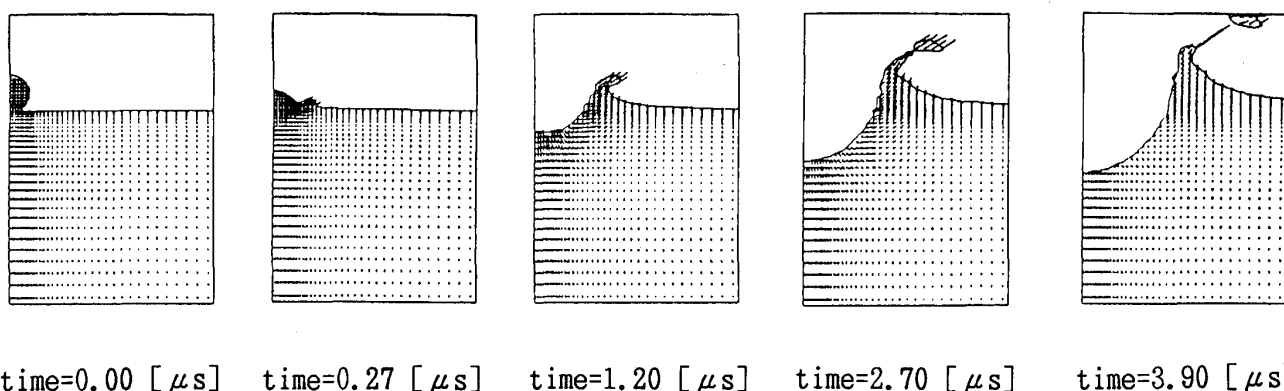


Fig. 11. Successive change of meniscus shape during oscillation.

Fig. 12. The computed evolution of the free surface when a nickel droplet impinges into a nickel melt⁴⁶⁾.

k, ε 方程式の生成項として考慮しているが、普遍定数の検討が今後の課題としている。また、BURTY⁵¹⁾らは溶鉄上に存在する溶融スラグ相内流動及びその界面形状を数値計算で求めるというアプローチも行っている。EL-KADDAHら⁴⁷⁾は取鍋での溶鉄-ガス-スラグ-粉体系での脱S反応の解析を行っており、今後はこのような精錬反応とのカップリング等も活発化していくことであろう。

4.5 MHD (Magnetohydrodynamics) 解析

電磁攪拌、電磁ブレーキ、レベテーション casting、誘導加熱、等さまざまなプロセス利用がなされているが、文献⁵³⁾⁵⁴⁾に詳しいため本報では省略する。

5. 最 後 に

以上述べてきたように計算流体力学手法は、鉄・非鉄等の製造プロセス解析ツールとして大きな可能性を持っている反面、手法としてはまだ黎明期にあり、誤差の評価、乱流モデルの吟味、場の連成手法の選択等基礎的な積み上げを要する部分が残っている。また、実プロセスで計算流体力学手法を使っていく側面においても旧来の実験的手法・解析的手法等との補完・コンビネーションを

十分考えながら有効な成果をあげていく必要がある。

Fig. 13 は旧来の手法と新しい計算流体力学手法の補完関係を示している。例えば、

1) 解析的手法より求められる簡易式はプロセスの点や線上の情報を瞬時提供可能であり、オンライン制御には最適である。

2) 実験的手法は実機の状態を直接的に知らせる信頼性の高いツールであるとともに、他の手法の精度を診断、評価する手段である。

3) 三次元計算流体力学手法は、他の手法では得られない質の情報や三次元的な分布の情報を提供することが可能である。

等、三者は独特の特徴を持っている。最終的なターゲットとしてプロセス・品質を実際に向上させていくことは周知の了解事項であるが、三手法間で補完しあいながら精度を高めていくとか互いのメリットを活かしあうコンビネーションを考えるとかという努力を現段階で行うことも非常に重要である。このような確実な努力の結晶が“魂の入ったシミュレーター”となることを確信している。

また、今回はコンピューター・ハード、プリ、ポスト、

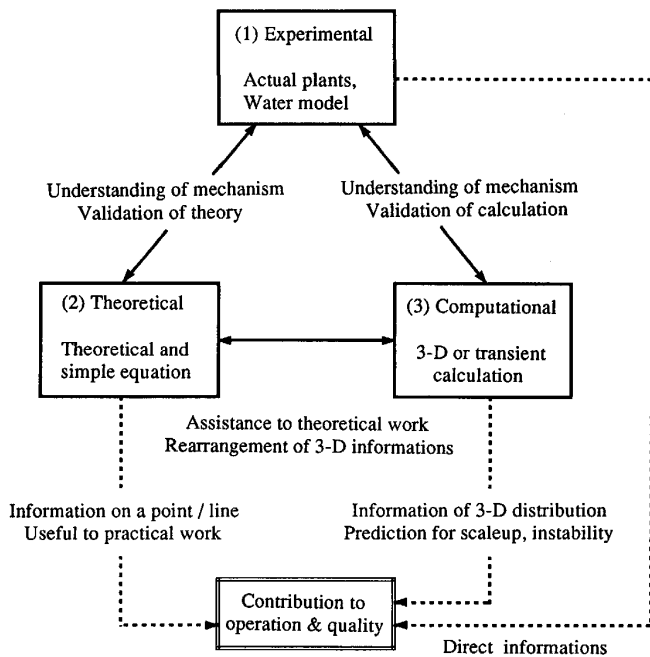


Fig. 13. Relationship between the conventional methods and the computational one.

社内での利用体制や人材育成等については述べる事ができなかったが、これらが計算流体力学を会社内で実行していく際に非常に重要となってくる。社内での利用状況については文献⁵⁴⁾に詳しい。一般に汎用プログラムがあれば十分と思われるが、本文で述べてきたような総合的な知識を持って解析を実行していける人材の育成こそが最も重要であることも併せて述べておきたい。

本報告の執筆にあたって貴重な情報提供をいただいた、仏 MADYLAM 研究所 FAUTRELLE 教授に感謝の意を表します。

文 献

- 1) D. A. ANDERSON, J. C. TANNEHILL and R. H. PLETCHER: Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer (1984) [McGraw-Hill Book Company]
- 2) F. H. HARLOW and J. E. WELCH: Phys. Fluids, **8** (1965), p. 2182
- 3) 中橋和博: 情報処理, **30** (1989), p. 767
- 4) 棚橋隆彦: 機械の研究, **37** (1985), p. 383
- 5) P. J. ROACHE: コンピュータによる流体力学<上, 下> (1978) [構造計画研究所]
- 6) 棚橋隆彦: 機械の研究, **39** (1987), p. 1249
- 7) 棚橋隆彦: 機械の研究, **40** (1988), p. 63
- 8) M. C. THOMPSON and J. H. FERZIGER: J. Comp. Phys., **82** (1989), p. 94
- 9) 小林敏雄, 荒川忠一: 第1回 CFD ワークショップ成果報告集 (日本機械学会編) (1987), p. 1
- 10) 沢田郁夫, 田中宏幸, 米山泰章: 材料とプロセス, **3** (1990), p. 1091
- 11) J. H. FERZIGER: ASME Winter Annual Meeting (1989)
- 12) T. KAWAMURA and K. KUWAHARA: AIAA paper 84-0340 (1984)
- 13) 六郷 彰, 岡島 厚: 第1回数値流体力学シンポジウム講

- 演論文集 (1987), p. 13
- 14) 功刀資彰, 横川三津夫, 住吉 誠, 秋山光庸, 中西純一: 日本機械学会論文集 B, **55** (1989), p. 3011
 - 15) B. P. LEONARD: Proc. the 2nd National Symp. on Numerical Properties and Methodologies in Heat Transfer (1983), p. 211
 - 16) B. E. LAUNDER and D. B. SPALDING: Computer Method in Appl. Mech. and Engr., **3** (1974), p. 269
 - 17) B. E. LAUNDER: J. Fluid Mech., **68** (1975), p. 537
 - 18) J. W. DEARDORFF: J. Fluid Mechanics, **41** (1970)
 - 19) I. SAWADA and H. HARADA: Proc. CAMSE '90 (1990)
 - 20) C. Y. PERNG and R. L. STREET: Int. J. Numer. Methods Fluids, **9** (1989), p. 341
 - 21) S. G. S. SCHLADOW, J. C. PATTERSON and R. L. STREET: J. Fluid Mech. (1989), p. 121
 - 22) J. L. MEYER, N. EL-KADDAH, J. SZEKELY, C. VIVES and R. RICOU: Metall. Trans. B, **18** (1987), p. 529
 - 23) 小林敏雄: 私信
 - 24) D. G. LILLEY and N. A. CHIGIER: Int. J. Heat Transf. (1971), p. 573
 - 25) K. H. SPITZER, M. DUBKE and K. SCHWERTDFEGGER: Metall. Trans. B, **17** (1986)
 - 26) T. ROBINSON and K. LARSSON: J. Fluid Mech., **60** (1973)
 - 27) F. M. WHITE: Viscous Fluid Flow (1974) [McGraw-Hill]
 - 28) E. TABERLET and Y. R. FAUTRELLE: Single- and Multi-Phase Flows in an Electromagnetic Field, 100 [Martin Summerfield Series Editor-in-Chief]
 - 29) C. K. G. LAM and K. BREMHORST: Trans. ASME, J. of Fluids Eng., **103** (1981), p. 456
 - 30) 狩野正徳, 小林敏雄, 石原智男, 佐賀徹雄: 日本機械学会論文集 B, **51** (1985), p. 1166
 - 31) 村上周三: 私信
 - 32) 八百 升, 菅野朋生, 小口征男, 木村勝雄: 第7回電磁気冶金の基礎研究部会資料 (昭和62年10月)
 - 33) 高谷幸司, 中井 健, 笠井宣文, 渡部忠男, 中島英雄: 第9回電磁気冶金の基礎研究部会資料 (昭和63年7月)
 - 34) 村上周三, 持田 灯, 日比一喜: 日本建築学会計画系論文報告集, **360** (1986)
 - 35) 例えば, Transport Phenomena (R. B. BIRD) (1960) [John Wiley & Sons]
 - 36) S. CHAKRABORTY and Y. SAHAI: Proc. 6th IISC, Vol. 3 (1990), p. 189
 - 37) N. MURAYAMA, M. OSAKI, H. KIMURA, A. UEHARA, N. TSUTSUMI and M. MORI: Proc. 6th IISC, Vol. 3 (1990), p. 424
 - 38) 狩野正徳, 小林敏雄, 石原智男: 日本機械学会論文集, **50** (1974), p. 257
 - 39) K. TAKATANI, K. NAKAI, N. KASAI, T. WATANABE and H. NAKAJIMA: Proc. 6th IISC, Vol. 4 (1990), p. 430
 - 40) 平田 洋, 干川圭吾: 日本結晶成長学会誌, **15** (1988), p. 61
 - 41) 小林純夫: 第129・130回西山記念技術講座 (日本鉄鋼協会編), p. 179
 - 42) B. D. NICHOLS and C. W. HIRT: J. Comp. Phys., **8** (1971), p. 434
 - 43) 高谷幸司, 田中 努, 中井 健, 渡辺忠男: 材料とプロセス, **3** (1990), p. 1094
 - 44) 高橋大輔, 武田有介: ながれ, **7** (1988), p. 154
 - 45) C. W. HIRT, A. A. AMSDEN and J. L. COOK: J. Comp. Phys., **14** (1974), p. 227
 - 46) G. TRAPAGA: 私信
 - 47) N. EL-KADDAH and J. SZEKELY: Ironmaking Steelmaking, **8** (1981), p. 269
 - 48) T. DEBROY, A. K. MAJUMDER and D. B. SPALDING: Appl. Math. Modelling, **2** (1978), p. 146

-
- 49) *J. H. GREVET, J. SZEKELY and N. EL-KADDAH: Int. J. Heat Mass Transfer, 25 (1982), p. 487*
- 50) 別所永康, 谷口尚司, 菊池 淳: 鉄と鋼, **71** (1985), p. 1117
- 51) *M. BURTY, Y. FAUTRELLE and D. HUIN: Proc. 6th IISC, Vol. 1 (1990), p. 444*
- 52) 沢田郁夫, 大橋徹郎: 鉄と鋼, **73** (1987), p. 669
- 53) 第 129・130 回西山記念技術講座 (日本鉄鋼協会編)
- 54) 第 87 回熱経済技術部会資料プロセスシミュレーション小委員会報告 (1991)
-