

© 1991 ISIJ

論 文

ホットストリップミルにおけるスタンド間
厚み計を用いた板厚制御システムの開発木村和喜*・布川 剛*²・本城 基*³・高橋亮一*⁴Development of Gage Control System with Interstand Thickness
Gage for Hot Strip Mill

Kazuyoshi KIMURA, Tsuyoshi NUNOKAWA, Motoi HONJYO and Ryoichi TAKAHASHI

Synopsis:

An interstand thickness gage was installed between the F_4 and F_5 stand of the hot strip finishing mill in Kashima Steel Works. It can measure the strip thickness with the same accuracy of the conventional thickness gage at the finishing mill exit, even if the pass-line of the strip is changed by the looper between F_4 and F_5 stand. Feedforward head-end gage control which adjusts the roll gaps of both F_6 and F_7 stand according to the F_4 exit thickness deviation measured by the interstand thickness gage has been developed and is now in operation at the hot strip mill.

The thickness accuracy at the head-end of the rolled strip can be improved over 30% by the feedforward head-end gage control compared with that by the conventional control.

Key words: hot strip mill; gage control system; interstand thickness gage; feedforward head-end gage control; head-end thickness gage.

1. 緒 言

近年、熱延製品の板厚精度に対する要求は極めて厳しいものがあり、歩留り向上の点においても板厚精度を向上させることは非常に重要である。

高応答の油圧圧下装置を用いた AGC¹⁾ (Automatic Gage Control, 自動板厚制御) により制御される部分については高精度な板厚を得ることができているが、AGC が動作しない鋼板先端部の板厚精度については、まだまだ改善の余地があった。

先端部板厚精度を支配するのは、鋼板が圧延される前に仕上げミルの圧下位置およびロール周速度を設定するセットアップ制御の精度である。セットアップは、粗ミル出口にて測定した鋼板先端部における板厚、温度をもとに、変形抵抗や圧延荷重、先進率を数式モデルにより推定する予測制御であるため、鋼板先端部の急変する温度や板厚を測定することによる誤差や数式モデルの誤差

により、鋼板先端部の板厚に目標値からの偏差を生じることがある。

著者らは、上記のごとくセットアップ制御において生じる目標板厚からの偏差を制御するため、仕上げミルのスタンド間に X 線方式の厚み計を設置し、この厚み計の検出値に基づいて後段スタンドの圧下位置とロール周速度を修正することにより、仕上げミル出口において所望の板厚を得る鋼板先端部板厚のフィードフォワード制御を開発、実用化した。

2. セットアップモデル

本制御を適用した鹿島製鉄所熱延工場圧延ラインは Fig. 1 にレイアウトを示すごとく、加熱炉 4 基、粗ミル 6 スタンド、仕上げミル 7 スタンド、ダウンコイラー 5 基から成り、年間生産量は約 400 万 t である。本仕上げミルのセットアップモデルの概要及び問題点とその対策について述べる。

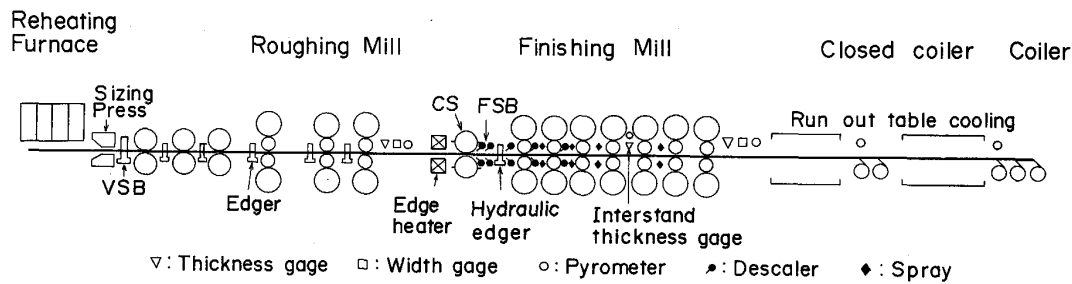
平成元年 4 月本会議演大会にて発表 平成 2 年 6 月 26 日受付 (Received June 26, 1990)

* 住友金属工業(株)鹿島製鉄所 (Kashima Steel Works, Sumitomo Metal Industries, Ltd., 3 Oaza-Hikari Kashimamachi Kashima-gun Ibaraki pref. 314)

*² 住友金属工業(株)大阪本社 (Head Office (Osaka), Sumitomo Metal Industries, Ltd.)

*³ 住友金属工業(株)システムエンジニアリング事業本部 (System Engineering Division, Sumitomo Metal Industries, Ltd.)

*⁴ 住友金属工業(株)システムエンジニアリング事業本部 工博 (System Engineering Division, Sumitomo Metal Industries, Ltd.)



CS : Crop Shear FSB : Finisher Scale Braker VSB : Vertical Scale Braker

Fig. 1. Layout of hot strip mill in Kashima Steel Works.

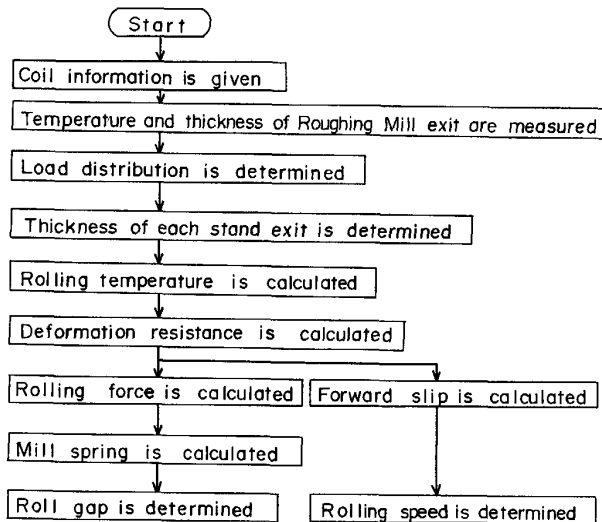


Fig. 2. Flow chart of set up calculation for finishing mill.

2.1 セットアップモデルの概要

仕上げミルの圧下位置とロール周速度を決定するセットアップ計算²⁾のフローチャートを Fig. 2 に示す。鋼板先端部が粗ミル最終スタンド R_6 出口に到達した時点で厚みおよび温度の測定値と製造仕様をもとに、各スタンド出口の目標板厚を決定し、変形抵抗を予測し、圧延荷重および先進率をそれぞれ(1)式及び(2)式により計算する。これらの推定値を用いて、各スタンドの圧下位置およびロール周速度をそれぞれゲージメーター(3)式及びマスフロー一定条件(4)式により計算する。

$$P_i = 1.15 b K_{fmi} \sqrt{R'_i (H_i - h_i)} Q_{Pi} \quad (1)$$

$$f_i = \tan^2 (\tan^{-1} \sqrt{R'_i / h_i} \phi_i) \quad (2)$$

$$S_i = h_i - P_i / M_i + \Delta S_{0i} \quad (3)$$

$$V_i = \frac{(1+f_i) h_7 V_7}{(1+f_i) h_i} \quad (4)$$

($i = 1, \dots, 7$)

ここで、 P は圧延荷重、 f は先進率、 S は圧下位置、 ΔS_0 は圧下位置零点、 V はロール周速度、 b は板幅、 K_{fm} は平均変形抵抗、 R' は偏平ロール半径 (ロール半

径 R から Hitchcock 式より計算)、 H は入口板厚、 h は出口板厚、 M はミル剛性係数、 ϕ はロールの接触角度、 Q_P は混合摩擦域での圧延に適用可能な El-Kalay & Sparling の圧下力関数³⁾、添え字 i は圧延機のスタンド番号である。また、最終スタンドのロール周速度 V_7 は、鋼板の仕上げミル出口の目標温度およびランアウトテーブル冷却装置の冷却能力に基づいて決定される。

2.2 セットアップモデルの問題点

セットアップ計算において、下記の予測誤差が板厚偏差の原因となるが、セットアップが完全な予測制御である以上、精度向上にも限界がある。

(1) 圧延温度予測誤差

- ・仕上げミルスタンド間のデスケラ及び冷却スレーの冷却能力の推定誤差

- ・仕上げミル入側における材料温度調整の時間待ちによる温度降下の推定誤差

(2) 変形抵抗推定誤差

- ・圧延温度予測誤差及び上流スタンドからの累積歪みの影響あるいは低温圧延材における $\gamma \rightarrow \alpha$ 変態の影響による誤差

(3) 摩擦係数推定誤差

- ・摩擦係数を実測する手段がないため、経験値を用いていることによる誤差

(4) 圧下位置零点の推定誤差

- ・ロールの熱膨張や摩擦による圧下位置零点の変化の推定誤差

2.3 問題点の対策

上述のセットアップモデルの推定誤差により生じる鋼板先端部板厚の目標値からの偏差を零にするためには、仕上げミルのスタンド間において、セットアップモデルの計算値と実測値との差を検出し、先端部が仕上げミルを出る前に後段スタンドの圧下位置を修正すれば良い。このための手段として、従来から、前段スタンドにおいて圧延荷重実測値とセットアップ計算値との比を検出し、後段スタンドの圧延荷重推定値をこの比で修正し、

当該スタンドの圧下位置を修正する方法⁴⁾⁵⁾が試行されたことがある。しかしながら、圧下位置零点の予測誤差など他の外乱の影響が大きく、この方法では満足な精度が得られないのが実態であった。

著者らは、スタンド間に厚み計を設置し、この厚み計の検出値を用いた先端部板厚のフィードフォワード制御を開発した。本制御の開発のポイントは次のとおりである。

(1) 厚み計について

① 仕上げミルスタンド間での設置スペース制約に対応した厚み計の設計

② スタンド間ルーバーによるパスライン変動の測定精度への影響の考慮

(2) 制御法について

① スタンド間厚み計の板厚偏差検出値による仕上げミル出口板厚偏差の予測

② スタンド間厚み計検出値の取込みタイミング

③ 後段スタンドの圧下位置、ロール周速度のフィードフォワード修正量の算出法

3. スタンド間厚み計の設計

3.1 設置場所の検討

スタンド間厚み計の設置場所としては、当該厚み計による板厚偏差検出値から仕上出口板厚偏差を予測する精度の観点からは下流スタンドがよく、逆に圧下位置を修正する時間的余裕からは上流スタンドがよい。

鹿島製鉄所熱延工場の場合、油圧圧下装置を有するのはF₆、F₇の二つのスタンドであり、これらの圧下位置修正を行うため、F₆スタンドに鋼板が噛み込む前に圧下修正が完了できるように、仕上げミルのF₄～F₅スタンド間に厚み計を設置することにした。

3.2 放射線源の選択

厚み計用放射線源として、X線とγ線(¹³⁷Cs)について板厚測定精度の観点から比較検討した結果をFig. 3に示す。図より、被測定材の板厚が12mm以下のものについては、X線の方がγ線よりも測定精度が優れていることが分かる。熱延工場仕上げミルの場合、F₄出口板厚は12mm以下が大部分であり、かつ、それ以上のものについてはX線で精度上問題がない。また、トラブル時の環境への影響のことも考慮し、X線を放射線源として採用することにした。

3.3 厚み計設置上の対策

ホットストリップミルの仕上げスタンド間にX線厚み計を設置するに当たり下記の問題を解決する必要があった。

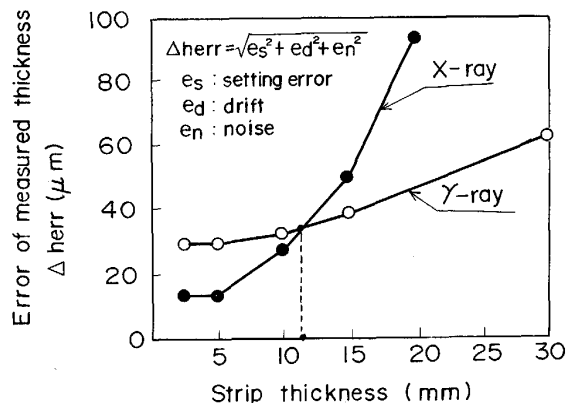


Fig. 3. Comparison between X-ray and γ-ray in the accuracy of measured thickness.

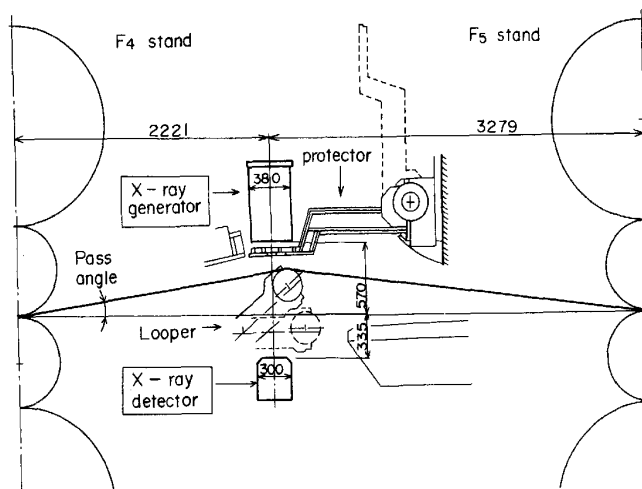


Fig. 4. Layout of interstand thickness gage.

(1) 設置スペース

スタンド間ルーバー、サイドガイド等の機械設備との干渉があった。特に、パスライン下部のスペースは極めて狭いため、Fig. 4に示すように、線源と高圧トランスが一体で大型であるX線発生器を上部に、検出器を下部に設置した。

(2) 圧延ラインへの装入・退避・破損防止

ロール替え時に、スタンド間にサイドガイド等を抜き出したり、厚み計を点検するためには、厚み計を圧延ラインから退避させなければならない。このため、厚み計の台車を吊下げ方式にして圧延ラインへの装入、退避を容易にした。さらに、通板トラブルによる厚み計の破損を防止するため、プロテクターを装備した。

(3) パスライン変動

Fig. 4から分かるようにルーバー角度変化に応じて鋼板のパスライン及びパスアングルが変化する。鋼板がパスラインに対しθだけ傾いた場合、(5)式に示すように真の板厚よりΔhだけ厚く検出することになる。

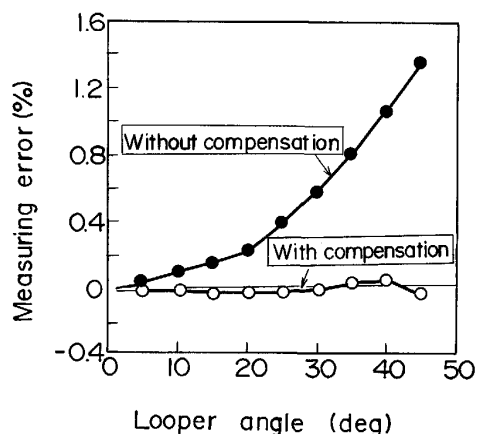


Fig. 5. Pass angle compensation for thickness gage.

Table 1. Specification of interstand thickness gage.

Type	X-ray
Thickness range	1.0~34.0 mm
Accuracy	Reference $\pm 0.15\%$
Noise (3σ)	$\pm 0.11 \sim \pm 0.38\%$
Response	0.03~0.2 s

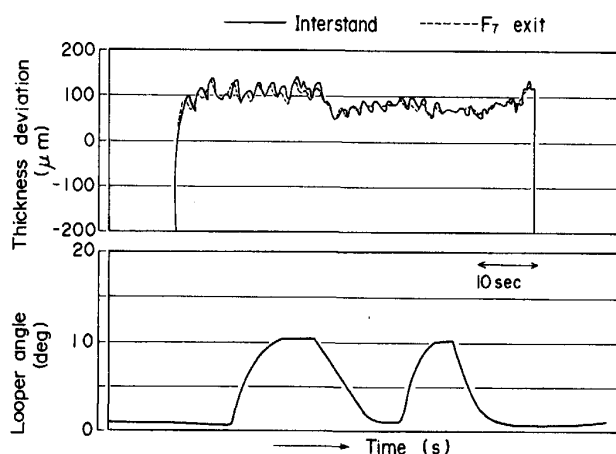


Fig. 6. Comparison of the thickness deviation measured by the interstand thickness gage with the one measured by the F7 exit thickness gage.

$$\Delta h = h(1 - \cos \theta) / \cos \theta \dots \dots \dots (5)$$

ここで、 h は真の板厚 (mm), θ は鋼板のパスラインとのなす角度 (deg), Δh は板厚の測定誤差 (mm) である。

また、傾いた材料を測定する際、式(5)で示す幾何学上の測定誤差以外にX線ビーム散乱の影響があるので、実際にはルーバー角度変化に対するパスアングル補正量をサンプル板の測定結果に基づいて決定した。このパスアングル補正の効果を図. 5 に示すが、測定誤差は $\pm 0.05\%$ 以内に抑えられている。

3.4 X線厚み計の仕様

実機適用したX線厚み計の仕様を図. 1 に示すが、スタンド間における全板厚範囲が測定可能なように板厚測定範囲を 1~34 mm とした。

3.5 仕上げスタンド間板厚のオンライン測定精度

オンライン測定精度の確認のため、F₅、F₆、F₇ スタンドは圧延せずに、F₄ 出口のスタンド間厚み計の検出値と F₇ 出口の既設の厚み計の検出値との比較を行った。その結果を図. 6 に示すが、F₄~F₅ 間のルーバー角度を故意に変動させたにもかかわらず、スタンド間厚み計は F₇ 出口の既設の厚み計と同等な精度で板厚測定可能なことが確認できた。

4. スタンド間厚み計を用いたフィードフォワード制御

鋼板の先端部板厚精度向上を目的として開発したスタンド間厚み計を用いたフィードフォワード制御の構成図を図. 7 に示す。材料先端部が仕上げミルに通板され、F₄~F₅ スタンド間に到達した時点で、当該スタンド間に設置した厚み計により F₄ スタンド出口での板厚を測定する。次に、F₄ スタンド出口における板厚測定値の目標値からの偏差にもとづいて、仕上げミル出口の板厚偏差が零になるように、F₆、F₇ の圧下位置を修正するとともに、圧下修正によるマスフロー変化を吸収するように、F₅、F₆ のロール周速度の修正を行うことにより、

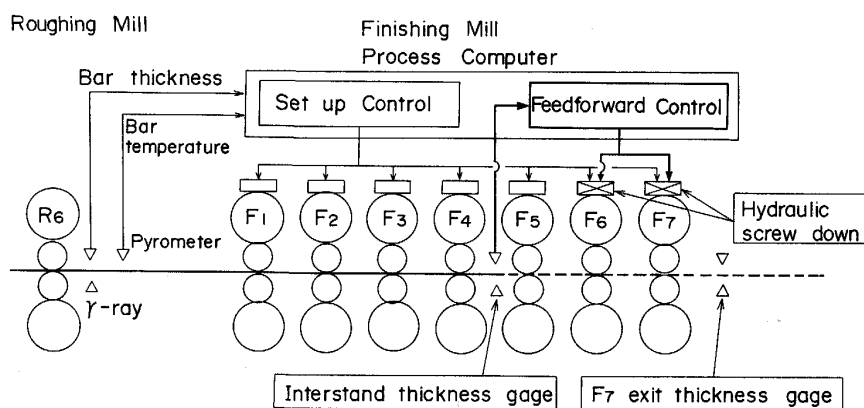


Fig. 7. Feedforward head-end gage control system with interstand thickness gage.

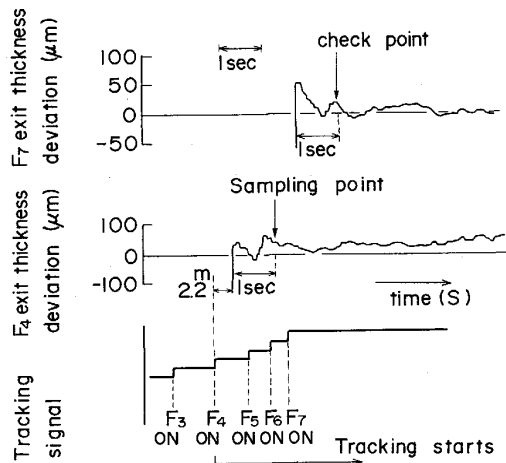


Fig. 8. Sampling point of interstand thickness gage.

通板に影響を与えず板厚制御を行うものである。

4.1 スタンド間厚み計検出値の取込みタイミング

スタンド間厚み計による板厚偏差のサンプリングタイミングを仕上げミル出口における鋼板先端部の板厚精度管理位置 (X線立ち上がり後 1s のサンプリング点に相当) に一致させる必要がある。

したがって、鋼板先端部の F₄ スタンド噛込み時 (ロードセルにて検出するタイミング) から、厚み計までの距離をトラッキングし、厚み計直下から 1s 後のタイミングにて、板厚偏差を取り込む。スタンド間厚み計と仕上げミル出口厚み計のサンプリングのタイムチャートを Fig. 8 に示すが、両厚み計とも鋼板最先端部を検出後、1s 後の同一位置にて測定できていることが分かる。

4.2 フィードフォワード制御

先端部板厚のフィードフォワード制御における压下位置およびロール周速度の修正量の算出法を以下に示す。

(1) スタンド間厚み計にて鋼板先端部の F₄ スタンド出口板厚偏差 Δh_4 を実測する。

(2) F₄ スタンド出口板厚偏差実測値 Δh_4 から下流スタンドの板厚偏差を (6) 式に基づき予測する。

$$\Delta h_i = \Delta h_4 (h_i / h_4) \quad (i = 5, 6, 7) \quad (6)$$

ここで、(6) 式の導出に当たり、F₄ 出口までに板厚偏差を生じた鋼板は、続く後段スタンドにおいても各スタンド出口の板厚偏差と目標板厚との比率が一定のまま圧延されるものと想定した。

(3) 上式にて求めた仕上げミル出口の板厚偏差予測値 Δh_7 を零とするように油圧压下装置を配した F₆, F₇ スタンドの压下位置修正量 ΔS_i を (7) 式に基づいて計算する。

$$\Delta S_i = -\frac{M_i + Q_i}{M_i} G_i \Delta h_i + \frac{(\partial P / \partial H)_i}{M_i} G_{i-1} \Delta h_{i-1}$$

$$(i = 6, 7) \quad (7)$$

ここで、 Q は塑性係数、 $\partial P / \partial H$ は入口板厚の圧延荷重に対する影響係数、 M はミル剛性係数、 G は板厚修正比率 (ただし、F₇ スタンド出口で板厚偏差を零とするためには $G_7 = 1$) である。

このとき、压下修正によりマスフロー変化が生じないように、F₅, F₆ スタンドのロール周速度修正量 ΔV_i を (8) 式に基づいて計算する。

$$\Delta V_i = \left(\frac{\Delta V_{i+1}}{V_{i+1}} - G_{i+1} \frac{\Delta h_{i+1}}{h_{i+1}} + G_i \frac{\Delta h_i}{h_i} \right) V_i$$

$$(i = 5, 6) \quad (8)$$

(4) 上記計算値に基づいて、F₆, F₇ スタンドの压下位置および F₅, F₆ スタンドのロール周速度を修正する。

4.3 スタンド間厚み計による適応制御²⁾

セットアップモデルの適応修正機能として、前回圧延材の実績データにもとづいてセットアップモデル計算値と実績値との誤差を求め、次の圧延材のセットアップ計算に反映する機能がある。この適応修正計算において、従来は、各スタンドの出口板厚を F₇ スタンド出口の板厚実測値 h_{A7} とロール周速度実測値 V_{A7} を用いて (9) 式より求めていた (これをマスフロー板厚 h_m という)。

$$h_{mi} = h_{A7} \frac{(1+f_7) V_{A7}}{(1+f_i) V_{Ai}} \quad (i = 1, \dots, 7) \quad (9)$$

このマスフロー板厚の計算に際しては、仕上げミルのスタンド間でマスフロー一定が成立すること、および先進率が正確に推定できることを仮定している。この仮定は必ずしも成立しないため、上流スタンドにおいてマスフロー板厚と真の板厚との間に誤差が発生することが懸念される。実際、スタンド間厚み計により測定した F₄ 出口板厚偏差とマスフロー板厚から求めた板厚偏差との

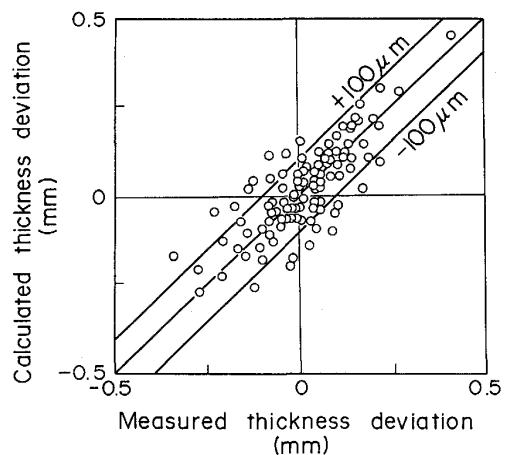


Fig. 9. Comparison of measured thickness deviation with calculated thickness deviation of F₄ exit.

比較を Fig. 9 に示すが、これらの間には約 $\pm 100 \mu\text{m}$ 以上の誤差が発生することがわかる。

このため、前段スタンド ($F_1 \sim F_4$) については F_4 出口板厚実測値、後段スタンド ($F_5 \sim F_7$) については F_7 出口板厚実測値にもとづきそれぞれ (10), (11) 式を用いて各スタンドの出口板厚を計算することにより、压下位置零点補正量の精度向上を図った。

$$h_{mi} = h_{A4} \frac{(1+f_4)V_{A4}}{(1+f_i)V_{Ai}} \quad (i=1, 2, 3, 4) \dots\dots(10)$$

$$h_{mi} = h_{A7} \frac{(1+f_7)V_{A7}}{(1+f_i)V_{Ai}} \quad (i=5, 6, 7) \dots\dots\dots(11)$$

上述のスタンド間厚み計を用いた適応制御の構成図を Fig. 10 に示す。この結果、 F_4 出口板厚偏差は圧延荷

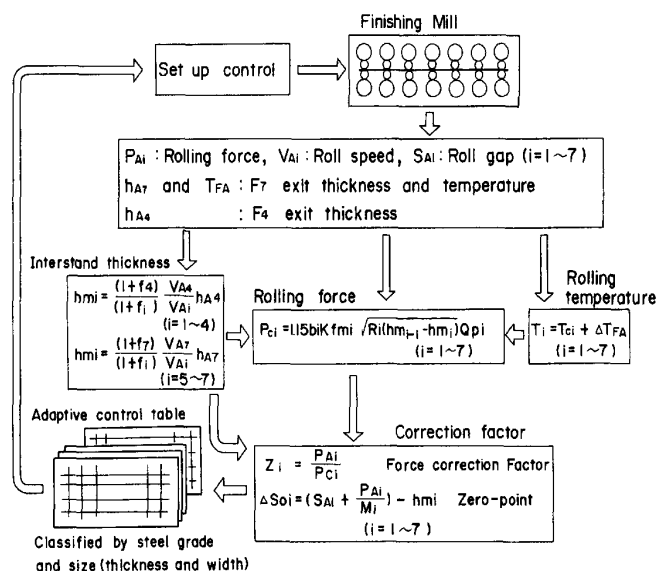


Fig. 10. Intermediate adaptive control.

重 (変形抵抗) の推定誤差に起因するものだけとなり、 F_4 出口板厚偏差から (6) 式により計算した F_7 出口板厚偏差の予測精度が向上する。Fig. 11 は、上述の F_7 出口板厚偏差の予測値と測定値を比較したものであるが、Fig. 11(a) (従来法) に比べ Fig. 11(b) (スタンド間厚み計による適応制御実施) の方が予測精度が高く $\pm 50 \mu\text{m}$ 以内の精度で予測できている。

5. フィードフォワード制御の実機適用結果

スタンド間厚み計を用いた先端部板厚のフィードフォワード制御の動作を Fig. 12 に示す実機適用例にもとづいて説明する。

(1) $F_4 \sim F_5$ スタンド間の厚み計によってタイミング (A) にて F_4 出口板厚偏差を測定する (Fig. 12(a)).

(2) F_4 出口板厚偏差検出値にもとづき、(6), (7) 式により仕上げミル出口にて板厚偏差を零にするような F_6, F_7 スタンドの压下位置修正量を算出し、直ちに (タイミング (B)) 制御操作量を出力する。この例の場合、 F_4 スタンド出口にて板厚が目標板厚より厚いため F_7 スタンド出口においても厚くなるものと予測し、 F_6, F_7 の压下位置を閉める方向に修正している (Fig. 12(b), (c)).

(3) F_6 及び F_7 スタンドの压下位置を閉方向に修正したことに対応して、 $F_5 \sim F_6$ 及び $F_6 \sim F_7$ スタンド間のループの発生を防止すべく、 F_5, F_6 スタンドのロール周速度変更量を (8) 式により算出する。この例の場合压下位置の閉修正によるループ化を防ぐためにロール周速度を下げる方向に修正している (Fig. 12(d), (e)).

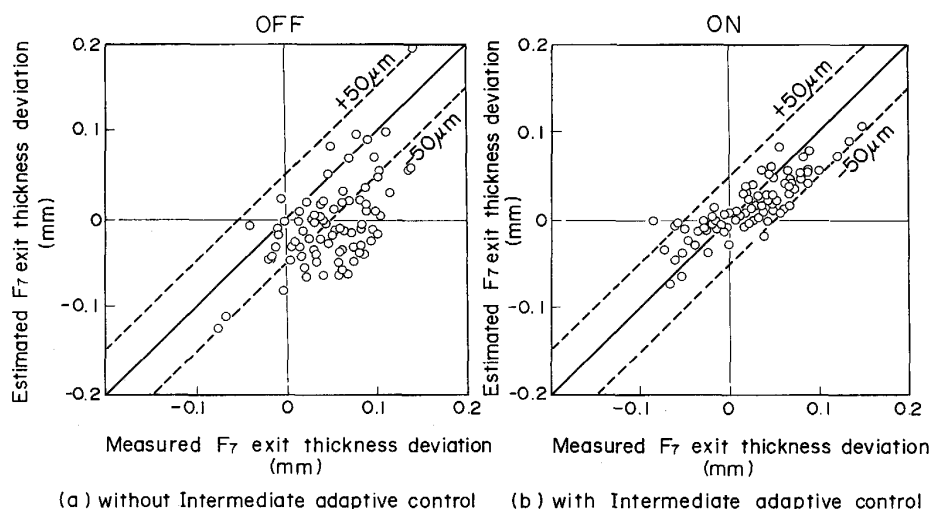
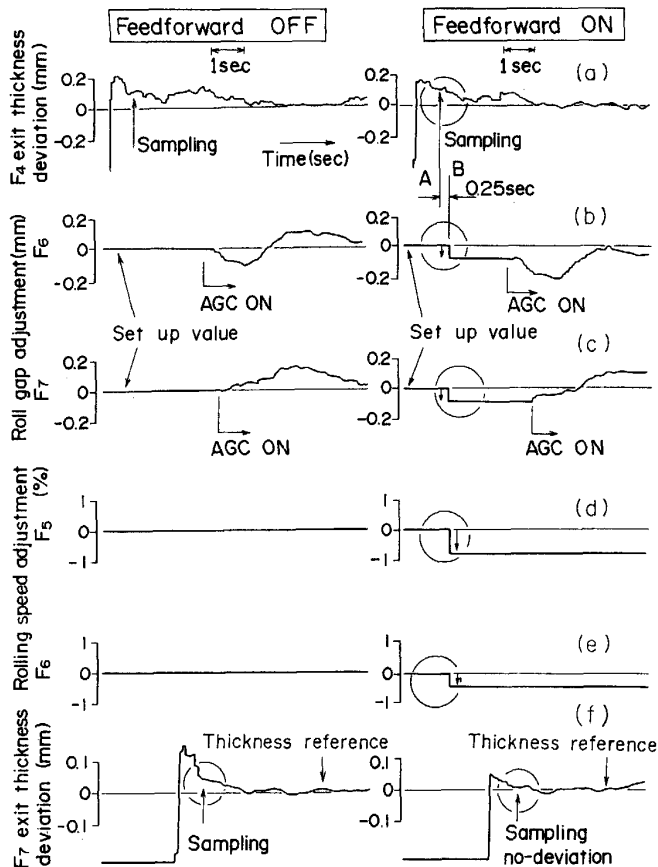


Fig. 11. Accuracy of estimated F_7 exit thickness deviation with intermediate adaptive control.



A : Sampling timing of F_4 exit thickness deviation
B : Adjusting timing of roll gaps and roll speeds

Fig. 12. On-line example of feedforward control.

(4) この結果、板厚偏差を最先端部から小さく抑えることができています (Fig. 12 (f)).

Fig. 13 は板幅 830~1320 mm, 板厚 1.59~6.03 mm, 抗張力 55 kg/mm² 以下の鋼板を圧延するチャンスにフィードフォワード制御を実機適用した実施例である。このとき、各鋼板に対する F_4 出口板厚偏差 (Fig. 13 (c)) に基づいたフィードフォワード制御による F_6 , F_7 の圧下位置修正量を Fig. 13 の (d), (e) に示すが、最大 $\pm 200 \mu\text{m}$ までの修正により十分制御できていることが分かる。また、本制御の適用により先端部の板厚精度をほぼ $\pm 50 \mu\text{m}$ 以内に制御できることが確認できた。更に、これを標準偏差で評価すれば、標準偏差は $\sigma = 26 \mu\text{m}$ であり、ほぼ同様のサイズ構成である圧延チャンスを従来法で圧延した場合の標準偏差は $\sigma = 42 \mu\text{m}$ であることから、フィードフォワード制御により 30% 以上改善されたことになる。

6. 結 言

鹿島製鉄所熱延工場において、1988 年 3 月に鋼板先

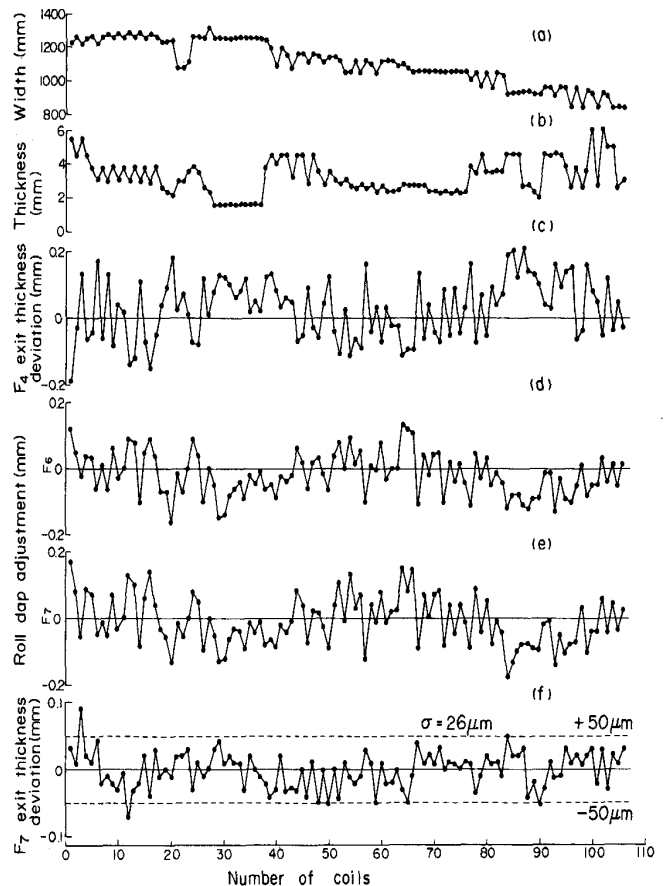


Fig. 13. Application results of feedforward control.

端部の板厚精度向上を目的として、仕上げミルのスタンド間に X 線厚み計を設置し、これを用いたフィードフォワード制御を開発・実用化した。

熱間タンデムミルのスタンド間への厚み計の設置においては、測定環境、設置スペース等の問題点があったが、厚み計の構造改善やパスアングル補正機能などの対策により実用可能となった。スタンド間厚み計は、 $F_4 \sim F_5$ スタンド間のルーバー変動による鋼板のパスライン変化がある状況下においても既設の仕上げミル出口厚み計と同等の精度で測定することができる。

フィードフォワード制御は、スタンド間にて板厚偏差を実測し、後段スタンドにおいても板厚偏差が同一比率で発生するとの仮定に基づき予測した後段スタンドの板厚偏差を抑制すべく圧下位置を修正するものである。そして、鋼板先端部が当該スタンドに到達する前に圧下位置を修正するために高応答の油圧圧下装置を配置した F_6 , F_7 スタンドを制御対象スタンドにし、かつ、圧下位置の修正によりスタンド間のマスフローに変化が生じないようにロール周速度を修正する方式とした。また、スタンド間にて板厚を測定することにより、従来のマス

フロー一定則に基づいた予測値と実測値との間に±100 μm 以上の予測誤差があることが分かった。そこで、スタンド間の板厚実測値を適応制御に用いることにより適応修正機能を向上させるのと同時に、フィードフォワード制御における F₇ 出口の板厚偏差の予測精度をも向上させることができた。

本フィードフォワード制御を実機適用することにより、従来制御に比べ鋼板先端部の板厚精度を大幅に改善することができ、歩留り向上に大きく寄与することができた。

Appendix

フィードフォワード制御による圧下修正量、速度修正量の算出

フィードフォワード制御による後段スタンド F₅～F₇ 出口板厚の変更量を $-G_i \Delta h_i$ ($i=5, 6, 7$) とする。ここで、板厚修正比率は、 $G_5=0$ (F₅ 圧下修正せず)、 $G_7=1$ (F₇ 出口で板厚偏差 0)、 G_6 については F₆, F₇ 両スタンドの圧下修正量のバランス及び板形状変化への影響を考慮して、 $0 < G_6 < 1$ の範囲で設定する。

このとき、各スタンドの圧下修正量 ΔS_i をつぎの (A-1)、(A-2) 式を満たすように決定すればよい。

$$-G_i \Delta h_i = \Delta S_i + \frac{\Delta P_i}{M_i} \dots\dots\dots (A-1)$$

$$\Delta P_i = - \left(\frac{\partial P}{\partial H} \right)_i G_{i-1} \Delta h_{i-1} - \left(\frac{\partial P}{\partial h} \right)_i G_i \Delta h_i \dots\dots\dots (A-2)$$

(A-1)、(A-2) 式から荷重変動 ΔP を消去すれば、

$$\Delta S_i = - \frac{M_i + Q_i}{M_i} G_i \Delta h_i$$

$$+ \frac{(\partial P / \partial H)_i}{M_i} G_{i-1} \Delta h_{i-1} \quad (i=6, 7) \dots\dots (A-3)$$

を得る。ここで、 $Q = -\partial P / \partial h$ である。

上記の板厚変更によりマスフローを変化させないように、速度修正量 ΔV_i をつぎの (A-4) 式が成り立つように決定する。

$$\begin{aligned} & \left(1 + \frac{\Delta V_i}{V_i} \right) \left(1 - \frac{G_i \Delta h_i}{h_i} \right) \\ &= \left(1 + \frac{\Delta V_{i+1}}{V_{i+1}} \right) \left(1 - \frac{G_{i+1} \Delta h_{i+1}}{h_{i+1}} \right) \\ & \quad (i=5, 6) \dots\dots\dots (A-4) \end{aligned}$$

(A-4) 式において 2 次微小項を無視すれば、つぎの (A-5) 式を得る。

$$\begin{aligned} \Delta V_i &= \left(\frac{\Delta V_{i+1}}{V_{i+1}} - G_{i+1} \frac{\Delta h_{i+1}}{h_{i+1}} + G_i \frac{\Delta h_i}{h_i} \right) V_i \\ & \quad (i=5, 6) \dots\dots\dots (A-5) \end{aligned}$$

以上の数式中に表れる記号はすべて、4・2 節のものと同一である。

文 献

- 1) 高橋亮一, 美坂佳助: 塑性と加工, **16** (1975), p. 25
- 2) T. OKAMOTO and K. NISHIZAWA: The Sumitomo Search, **6** (1971) Nov., p. 21
- 3) A. K. E. H. A. EL-KALAY and L. G. T. SPARLING: J. Iron Steel Inst., **206** (1968) 2, p. 152
- 4) G. F. HECK, A. B. BROWN and J. C. MCFADDEN: Iron Steel Eng. (1972) Apr., p. 44
- 5) K. S. KRATZ: Iron Steel Eng. (1974) Sep., p. 41