

© 1991 ISIJ

論 文

直接誘導加熱スカル溶解法による塩融解の
理論解析とモデル実験高須登実男*・佐々 健介*²・浅井 滋生*³Theoretical Analysis and Model Experiment on Melting Salts by Use
of a Direct Induction Skull Melting

Tomio TAKASU, Kensuke SASSA and Shigeo ASAI

Synopsis :

A direct induction skull melting which was developed for melting materials with high electric conductivity at liquid state and with low one at solid state is one of skull meltings by use of high frequency induction heating. This process has the advantage of melting and holding the high melting temperature materials or chemically active ones without contamination from a crucible. It also has higher energy efficiency than that of the cold crucible which has the same advantage concerning melting without contamination from a crucible. In this melting the skull existing between coil and melt plays roles of electrical, chemical and thermal insulators so that control of the skull thickness is important. By conducting model experiments using NaCl, KCl and CaF_2 as a charge, it has been found that the system stability depends on the convection which governs temperature distribution in the melt. By developing a one dimensional thermal transfer model in radial direction, the conditions for getting a stable skull have been studied and the relation between the magnetic and cooling conditions needed for the stable operation has been derived.

Key words : skull melting; induction heating; molten oxides and salts; direct induction skull melting; electromagnetic processing of materials; electromagnetic metallurgy; Czochralski process; magnetohydrodynamics.

1. 緒 言

酸化物や塩の多くは固体状態では絶縁性を示すものの融解に伴って電気伝導度が飛躍的に増大する。直接誘導加熱スカル溶解法 (DISM=Direct Induction Skull Melting) はこの特性を利用するものである。すなわち、本プロセスは水冷高周波コイルを直接るつぼとして、コイル中に入れた被融解物 (チャージ) を融解・保持する機能を有している。溶融部においてのみ電気伝導度が大きいので、高周波誘導エネルギーは溶融部に集中し、溶融部は加熱に伴って広がる。一方、溶融部が水冷コイルに近づくとその冷却効果のため融解は抑制され溶融部とコイルの間にチャージそのものからなる固体部 (スカル) を形成する。このスカルは電気伝導度が極めて小さいため溶融部とコイルを電氣的に絶縁して短絡を阻止するとともに、一般に熱伝導度も小さいのでコイルを溶融部の高熱から保護する機能を持つ。

本溶解法の特徴は、(1)耐火物るつぼを用いないことから、化学的活性物質や高融点の物質を汚染することなく融解・保持できるのみならず、(2)コールド・クルーシブル¹⁾と比較した場合には磁場のエネルギーが導電性であるクルーシブルに奪われない分、高いエネルギー効率が確保できる点にある。

DISM に関する研究はこれまではほとんどなされていない。B. CAHILL²⁾らは単結晶育成法であるチョクラルスキー法の融解るつぼとして DISM を使うことを考え、 LiNbO_3 に代わって NaCl を用いた融解モデル実験および数値解析を行い熱効率や溶融部内の流動、温度分布について報告しているが、DISM が成立する操作条件については触れていない。そこで、本研究では DISM の安定操業に必須の安定スカルの形成条件を明らかにすることを目的として、NaCl と KCl および CaF_2 を被融解物質としてモデル実験を行うとともに、安定操作条件を求める理論解析を行う。

平成2年4月本会講演大会にて発表 平成2年7月4日受付 (Received July 4, 1990)

* 名古屋大学大学院 (Graduate School, Nagoya University, Furo-cho Chikusa-ku Nagoya 464-01)

*² 名古屋大学工学部 (Faculty of Engineering, Nagoya University)

*³ 名古屋大学工学部 工博 (Faculty of Engineering, Nagoya University)

2. 実 験

2.1 実験方法

融解装置の模式図を Fig. 1 に、実験条件とモデル実験に使用したチャージの物性値を Table 1 に示す。高周波電源として真空管式発振器を使用し、最大 0.01 T 程度の磁場を印加した。チャージは固体状態では非導電性を示すため高周波磁界により融解させることはできない。そのため、実験開始時には導電性物質（例えば黒鉛塊）をチャージ中に挿入し、高周波磁界によってその昇温を図り、チャージを融解して初期プールを形成させた。その後、導電性物質を除去し融解部の誘導発熱によりプールを拡大・保持した。なお、溶融プール深さの測定には、石英管を浸漬する方法を採用した。

2.2 実験結果および考察

2.2.1 溶融部内の温度分布と短絡現象

チャージに混入した微小介在物の運動の観察から得ら

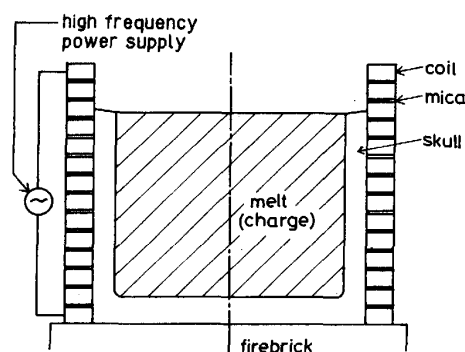


Fig. 1. Schematic view of the experimental apparatus.

Table 1. Experimental conditions and physical properties of charges employed.

Coil	Height Inner diameter Outer diameter Coil turn number		100 mm 100 mm ϕ 120 mm ϕ 14
Power supply	Nominal frequency		450 kHz
Charge	NaCl	Melting point	1 073 K
		Electric conductivity	335 S/m (1 103 K) 5.7 $\times 10^{-2}$ S/m (1 063 K)
		Particle size	200~500 μ m
	KCl	Melting point	1 049 K
		Electric conductivity	223 S/m (1 073 K) 9.8 $\times 10^{-3}$ S/m (1 013 K)
		Particle size	200~500 μ m
	CaF ₂	Melting point	1 691 K
		Electric conductivity	600 S/m (1 723 K) 1.4 $\times 10^{-10}$ S/m (423 K)
		Particle size	10~50 μ m

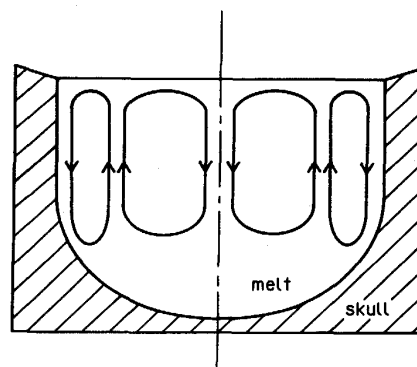


Fig. 2. Schematic view of flow pattern in melt.

れたプール内の流動パターンを模式的に Fig. 2 に示す。プールに対するコイルの相対位置を変えても流動パターンはあまり変化しなかったことから、本実験系において電磁気力の流動への影響は小さいと考えられた。この点を確認するため以下にその理論的考察を行う。

流動の駆動力として誘導電流による電磁気力とジュール発熱に起因する浮力を考え、その比を示す無次元数 G^3 を誘導する。装置の代表長さを L とするとアンペールの法則 ($\nabla \times \mathbf{B} = \mu \mathbf{J}$) に基づいて、(1)式を得る。

$$B \sim \mu L J \quad \dots \dots \dots (1)$$

また、ジュール発熱を考慮した定常下での熱収支式である(2)式から温度差 ($T - T_0$) は(3)式で表される。

$$k_m \nabla^2 T - J^2 / \sigma_m = 0 \quad \dots \dots \dots (2)$$

$$(T - T_0) \sim J^2 L^2 / \sigma_m k_m \quad \dots \dots \dots (3)$$

(1)式と(3)式の関係を用いると、 G は(4)式となる。

$$G \equiv \rho_m g \beta (T - T_0) / | \mathbf{J} \times \mathbf{B} | = \rho_m g \beta L / \mu \sigma_m k_m \quad \dots \dots \dots (4)$$

本実験条件下での G の値は、NaCl では 470、CaF₂ では 80 となり、電磁気力に対して浮力が大きいことが分かる。

プール中心軸上に沿った温度分布を Fig. 3 に示す。自然対流により底部に低温のよどみ領域⁴⁾ が形成されているため、底部から凝固が進行しやすくなる。一方、投入電力を増大させると融液表面においてスカルの融解が進行し、融液がコイルと接触して短絡現象が生ずる。短絡現象が見られたスカルの破損状況を Photo. 1 に示す。スカル層のはがれている様子が写真中央において観察できる。

溶融部内の流動状況はチャージの凝固組織に影響するものと考え、磁場を印加した状態で凝固した NaCl チャージをろつばから取り出し観察した。その凝固組織を Photo. 2 に示す。融解中プールに混入した不純物の凝固界面での有効分配係数が、界面付近の流れの大きさの違いにより異なるため、中央と左右二つの部分で色の差が見られる。これからプール側面においては冷却により流れが大きく、一方、プール底部では流れが小さく淀

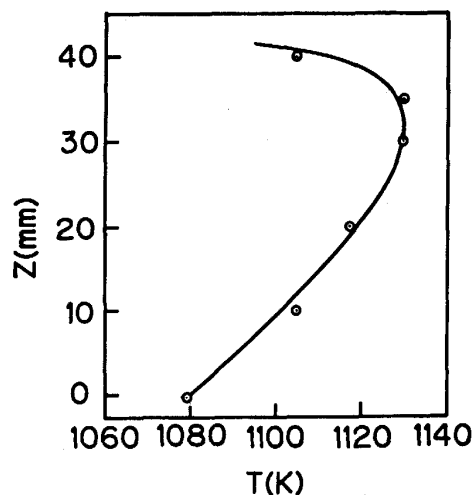


Fig. 3. Temperature distribution along the center axis of melt.

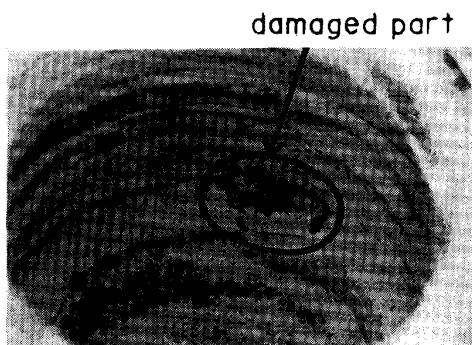


Photo. 1. View of the skull damaged by short circuit.

み領域が形成されていたことが推察される。

2・2・2 水冷コイル近傍のスカルの観察

短絡と密接な関係を持つコイル近傍のプールの挙動を調べるために、プールがコイルに最も接近していた部分を取り出し、樹脂に埋め込みその断面を顕微鏡観察した。

Photo. 3a は CaF_2 をチャージとした時の顕微鏡写真である。粉体からなる厚さ $500\mu\text{m}$ 程度の未融解部が存在し、それに続いて未融解粉体を一部含んだ厚さ $400\mu\text{m}$ 程度の凝固部あるいは焼結部が存在している。すなわち、コイルとプールの間には絶縁、汚染の防止、断熱の役割を果たすスカルとして、凝固部と粉体からなる未融解部が存在していることが分かった。一方、Photo. 3b には NaCl をチャージとした時の顕微鏡写真を示す。本試料採取点付近において実験中に短絡現象が見られたが、それを裏付けるように未融解部は観察されず、熔融部が水冷コイルに直接接触したことが推察される。

2・2・3 プール深さの経時変化

黒鉛を NaCl のチャージに埋め込み高周波加熱により深さ 50mm の初期プールを形成させた。次にプールか

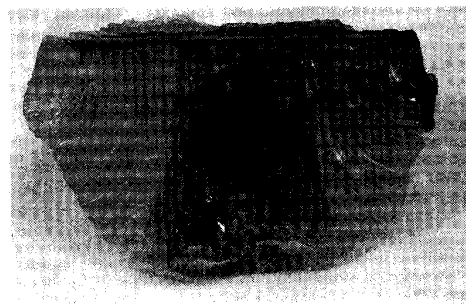


Photo. 2. Solidification structure of NaCl .

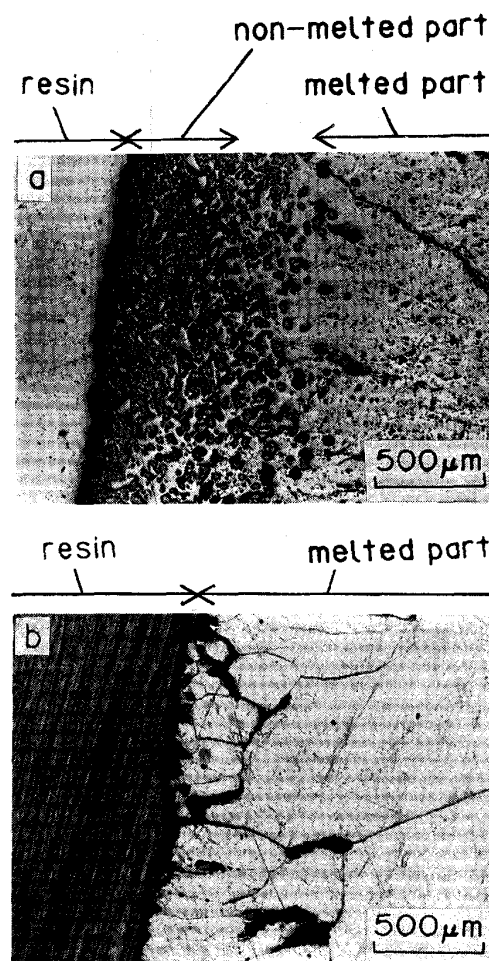


Photo. 3. Microstructure of charge (a: CaF_2 , b: NaCl) in the vicinity of the cooled coil.

らこの導電性物質を引き揚げ、その後のプール中心部深さの経時変化を Fig. 4 に示す。陽極電圧を 2.5kV および 3kV と一定に保った場合には、初期プール形状およびコイルとプールとの相対位置のいかにかわらず、プール深さは常に減少し最終的にはすべて凝固してしまった。陽極電圧を 3.5kV および 4kV とした場合、プール深さはそれぞれ 13mm および 18mm の深さでは一定で保たれたが、この時プール上部のスカルは極めて薄く短絡を起こしやすい不安定な状態であった。次に、プールを攪拌したところプール深さが増すとともに安定

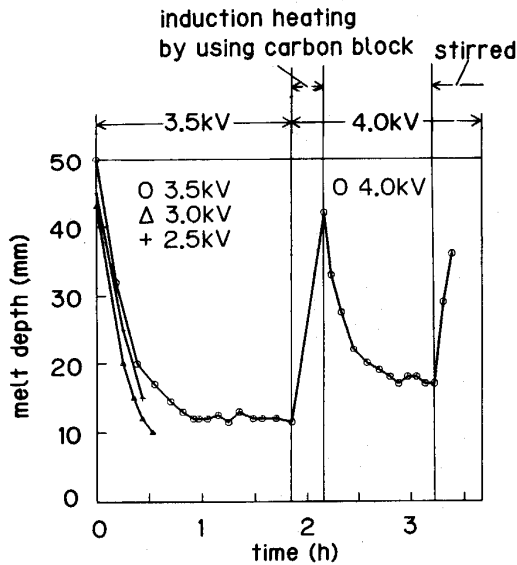


Fig. 4. Transitional variations of melt depth under the several operating conditions.

なスカルが形成された。なお、攪拌の効果については次節で詳しく述べる。

CaF₂を用いた場合には、無攪拌においても適当な印加電力によりプールを保持することができ、印加電力を変化させることによってプール深さを制御することが可能であった。NaClとCaF₂でスカルの形成のされかたが異なる理由については次のように考察した。温度差を(1)式と(3)式を使って $B_z^2 / \mu^2 \sigma_m k_m$ と表し、磁束密度を 0.005 T としてレイリー数 $(= \beta g \rho_m^2 L^3 C p_m (T - T_0) / \mu_m k_m)$ を見積もると NaCl では 2.8×10^{13} 、CaF₂ では 1.3×10^{12} となる。すなわち、NaCl に比較して CaF₂ では自然対流伝熱の小さいことがわかる。このため CaF₂ のプール上部には NaCl のそれに比較して高温部が形成されにくく短絡を生じにくかったものと考えられる。

2.2.4 攪拌の効果

プールを安定に持続させるために自然対流によってもたらされるプール高温部の熱を下方の低温部へ移動させることが肝要と考え、石英棒による機械的攪拌を施した。チャージを KCl とし陽極電圧を 3.5 kV に保った場合、攪拌速度が 82 r.p.m. ではプール深さは 45 mm で、164 r.p.m. では 67 mm の深さではほぼ安定なプール形状が形成され操作も安定した。すなわち、攪拌速度の増大に伴ってプール深さが大きくなることと、短絡の生じやすい上部のスカルの厚みが増して安定な操作が可能となることが分かった。このようにほぼ同一の投入電力下においても、プール内温度分布を変えることによりプール保持の可否が分かれる。また、プール深さが増大する際には融解潜熱を必要とするため温度の低下が見られた。さらに、攪拌速度が大きすぎる場合には、プール温度の低下に伴うチャージのマッシー化が見られた。すなわち、

所定のプールを保持するには投入電力に対応した適切な攪拌を施す必要のあることが分かった。

3. 理論解析

3.1 誘導発熱速度

簡単化のため Z 軸方向の無限長コイルと円柱状導電体(溶融部)を仮定して半径方向一次元の磁場解析を行い、誘導電流による溶融部内の発熱速度を求める。

導電体中のマクスウェル方程式は次のように表される。

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (5)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (6)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (7)$$

導電体の流動を無視するとオームの法則は(8)式となる。

$$\mathbf{J} = \sigma_m \mathbf{E} \quad (8)$$

また、構成方程式として(9)式が成立するものとする。

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (9)$$

(5)~(9)式に基づいて磁場と電流密度分布を求めると次式を得る。(導出を Appendix I に示す。)

$$H_z(r) = \frac{H_{z0}}{J_0(ka)} \cdot J_0(kr) \quad (10)$$

$$J_\phi(r) = \frac{H_{z0} \cdot k}{J_0(ka)} \cdot J_1(kr) \quad (11)$$

次に、溶融部の発熱速度を求めると(12)式を得る。(導出を Appendix II に示す。)

$$Q_e = \frac{\pi a L_m H_{z0}^2}{\sqrt{2} \sigma_m} \cdot \phi(\alpha) \quad (12)$$

ここで、

$$\alpha \equiv \sqrt{2} a / \delta_m$$

$$\phi(\alpha) = [ber_0(\alpha)\{ber_1(\alpha) + bei_1(\alpha)\} - bei_0(\alpha)\{ber_1(\alpha) - bei_1(\alpha)\}] / \{ber_0^2(\alpha) + bei_0^2(\alpha)\}$$

3.2 伝熱モデル

半径方向 1 次元の定常伝熱モデルを作成する。モデルの概念図を Fig. 5 に示す。発熱は導電性を示す溶融部とコイルでのみ生ずるものとする。また、溶融部の温度 T_i は簡単化のため溶融部全体にわたって均一であり、溶融部の温度境界層の厚みは溶融部半径に比較して十分小さく無視できると仮定する。さらにコイルは銅製であり熱伝導度が大いので均一温度 T_c であると近似する。短絡を生じていない状態ではスカルとコイルの間には、極めて薄い粉体の層からなる熱抵抗部が存在することが本実験 2.2.2 より明らかとなっている。解析上は、この粉体の層を厚みのない熱抵抗部と考えることにし、その伝熱係数を h_c で表す。次に T_i , T_s , T_c および安定

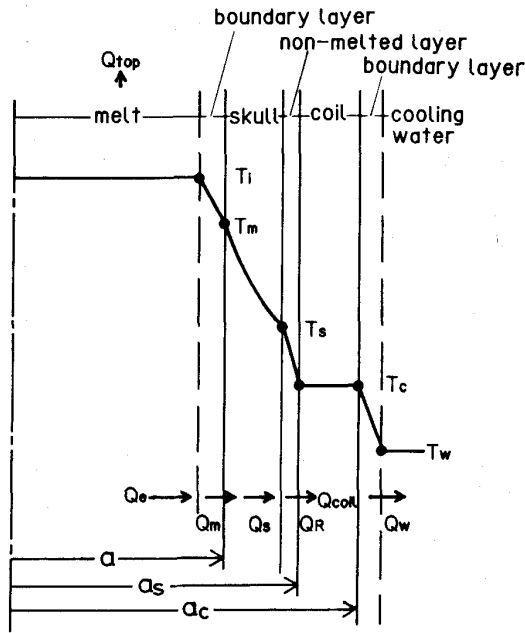


Fig. 5. Schematic view of the thermal transfer model.

溶融部半径 a を未知数として、熱収支よりこれらを求めることにする。スカル中の伝熱速度 Q_s は(13)式となる。

$$Q_s = 2\pi L_m k_s \frac{T_m - T_s}{\ln(a_s/a)} \quad (13)$$

印加電流によるコイル内の発熱速度 Q_{coil} は(14)式となる。(導出は Appendix III に示す。)

$$Q_{coil} = \frac{\pi a_s L_m H_z^2}{2\sigma\delta} \quad (14)$$

コイルから冷却水への伝熱速度 Q_w は(15)式で表される。

$$Q_w = 2\pi a_c L_m h_w (T_c - T_w) \quad (15)$$

ここで、コイル-冷却水間の伝熱係数 h_w を求めるため、円管内の発達した乱流の熱伝達を表す(16)式を採用する。

$$Nu = \frac{h_w d_i}{k_f} = 0.023 Re^{0.8} Pr^{1/3} \quad (16)^{5)}$$

$$(10^4 < Re \equiv d_i \rho u / \mu_f < 1.2 \times 10^5, 0.7 < Pr \equiv C_p \mu_f / k_f < 120)$$

スカルとコイル間の伝熱速度 Q_R は(17)式で与えられる。

$$Q_R = 2\pi a_s L_m h_c (T_s - T_c) \quad (17)$$

溶融部-スカル間の伝熱速度 Q_m は(18)式から得られる。

$$Q_m = 2\pi a L_m h_m (T_i - T_m) \quad (18)$$

ここで、 h_m は垂直平板に沿う乱流自然対流伝熱として(19)式より求める。

$$Nu = \frac{h_m L_m}{k_m} = 0.0251 Gr^{2/5} \frac{Pr^{7/15}}{(1 + 0.494 Pr^{2/3})^{2/5}} \quad (19)^{6)}$$

$$Gr = \beta g \rho_m^2 (T_i - T_m) L_m^3 / \mu_m^2, Pr = C_p \mu_m / k_m$$

$$Ra = Gr \cdot Pr > 10^9$$

溶融部の上表面からの放射伝熱速度 Q_{top} はチャージを黒体として(20)式から求める。

$$Q_{top} = \pi a^2 \sigma_s (T_i^4 - T_a^4) \quad (20)$$

定常状態を仮定すれば次式が成立する。

$$Q_s = Q_R = Q_w - Q_{coil} \quad (21)$$

(21)式に(13), (14), (15), (17)式を代入すると、未知数 T_s , T_c , Q_s が a を未定数として次のように求められる。

$$T_s = T_m - \frac{(T_m - T_w) - \frac{a_s H_z^2}{4\sigma\delta a_c h_w} \cdot \frac{\ln(a_s/a)}{k_s}}{\frac{1}{a_c h_w} + \frac{1}{a_s h_c} + \frac{\ln(a_s/a)}{k_s}} \quad (22)$$

$$T_c = T_m - \frac{(T_m - T_w) - \frac{a_s H_z^2}{4\sigma\delta a_c h_w} \cdot \frac{\ln(a_s/a)}{k_s}}{\frac{1}{a_c h_w} + \frac{1}{a_s h_c} + \frac{\ln(a_s/a)}{k_s}} \left[\frac{\ln(a_s/a)}{k_s} + \frac{1}{a_c h_w} \right] \quad (23)$$

$$Q_s = \frac{2(T_m - T_w) - \frac{a_s H_z^2}{2\sigma\delta a_c h_w} \cdot \pi L_m}{\frac{1}{a_c h_w} + \frac{1}{a_s h_c} + \frac{\ln(a_s/a)}{k_s}} \quad (24)$$

また、溶融部本体からスカル表面への伝熱速度とスカルの伝熱速度が等しいことから次式の関係が得られる。

$$Q_s = Q_m \quad (25)$$

(25)式に(13), (18), (22)式を代入すると、溶融部本体の温度 T_i が a を未定数として次のように求められる。

$$T_i = T_m + \left(\frac{Q_s}{0.0502 \pi a k_m} \right)^{5/7} \left(\frac{\mu^2}{\beta g \rho^2 L_m^3} \right)^{2/7} \times \frac{(1 + 0.494 Pr^{2/3})^{2/7}}{Pr^{1/3}} \quad (26)$$

さらに、溶融部の発熱速度と抜熱速度の収支より、(27)式の関係が得られる。

$$Q_e = Q_s + Q_{top} \quad (27)$$

(27)式に(12), (20), (24), (26)式を代入して a に関する超越方程式を得る。

3.3 安定定常状態達成のための操作条件

簡単化のため上部からの放射と印加電流によるコイル中での発熱を無視する。初めに、溶融部半径が電磁浸透厚さに比較して十分小さい ($a/\delta_m \ll 1$) とを考える。この場合、(12)式中のケルビン関数はその級数展開形⁷⁾の0次と1次の項のみで近似でき、チャージの発熱速度は(28)式のように簡略化できる。

$$Q_e = \pi L_m \sigma_m \mu^2 H_z^2 \omega^2 a^4 / 16 \quad (28)$$

(28)式を使うと発熱速度 Q_e から抜熱速度 Q_s を差し引いた $f_1(a)$ は(29)~(33)式で表されることになる。

$$f_1(a) \equiv Q_e - Q_s = \frac{\pi L_m (T_m - T_w)}{8 \left[\frac{1}{a_c h_w} + \frac{1}{a_s h_c} + \frac{a_s - a}{a k_s} \right]} g_1(a_n) \quad \cdots (29)$$

ここで、

$$g_1(a_n) = B_{n1} a_n^3 \{ (C_n - 1) a_n + 1 \} - 16 \quad \cdots (30)$$

$$a_n = a / a_s \quad \cdots (31)$$

$$B_{n1} = \frac{\sigma_m B_{z0}^2 \omega^2 a_s^4}{k_s (T_m - T_w)} \quad \cdots (32)$$

$$C_n = k_s \left[\frac{1}{a_c h_w} + \frac{1}{a_s h_c} \right] \quad \cdots (33)$$

なお、スカル層が十分薄いととして $\ln(a_s/a) \equiv (a_s - a)/a$ の関係を用いた。また、式の使用上の便利さを考慮して、(32)式中の B_{z0} は実効値とした。

いま、発熱速度と抜熱速度が平衡する $f_1(a) = 0$ ((29)式参照) 近傍の $f_1(a)$ の関数挙動を Fig. 6 に示す。まず曲線 1 に着目すると、プール径が何らかの外乱によって小さくなると、プール径の減少に伴って抜熱速度が発熱速度より小さくなり ($f(a) > 0$)、融解が進みプール径は大きくなる。逆に、プール径が外乱によって大きくなると、プール径の増大に伴って発熱速度が抜熱速度より小さくなり ($f_1(a) < 0$)、凝固が進行してプール径は小さくなる。すなわち、安定なプールが形成される必要十分条件は、曲線 1 に示すように $f_1(a)$ が零となる平衡点が $0 \sim a_s$ の間に存在し、かつその点でプール径 a に関する $f_1(a)$ の微係数 $df_1(a)/da$ が負の値を持つことであることが分かる。反対に曲線 2 に示すような場合には $f_1(a)$ が零となる平衡点が $0 \sim a_s$ の間に存在しても、その点で $df_1(a)/da$ が正の値を持つので、そのプール半径は不安定点となる。 $f_1(a)$ の正負は $g_1(a_n)$ のそれと一致することから、 a_n の増加に伴い $g_1(a_n)$ が正から負にその符号を変える位置が安定プール径になる。このような安定なスカルが存在する条件は(34)、(35)式のように求められる。

$$C_n < 1/4 \quad \cdots (34)$$

$$\frac{2^{12}}{3^3} (1 - C_n)^3 < B_{n1} < \frac{16}{C_n} \quad \cdots (35)$$

次に、 a/δ_m が十分大きいときを考える。この場合、(12)式中のケルビン関数をハンケルの漸近級数の初項⁸⁾で近似でき、チャージの発熱速度は(36)式となる。

$$Q_e = \sqrt{\frac{\omega \mu}{2 \sigma_m}} \cdot \pi a L_m H_{z0}^2 \quad \cdots (36)$$

(36)式を使うと $f_2(a)$ は(37)~(39)式で表される。

$$f_2(a) \equiv Q_e - Q_s = \frac{\pi L_m (T_m - T_w)}{8 \left[\frac{1}{a_c h_w} + \frac{1}{a_s h_c} + \frac{a_s - a}{a k_s} \right]} g_2(a_n) \quad \cdots (37)$$

ここで、

$$g_2(a_n) = B_{n2} \{ (C_n - 1) a_n + 1 \} - 16 \quad \cdots (38)$$

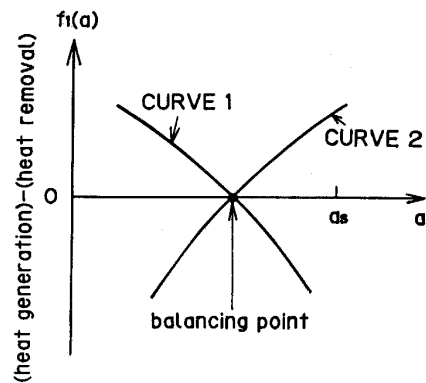


Fig. 6. Behavior of function $f_1(a)$ around a balancing point.

$$B_{n2} = \frac{8 a_s B_{z0}^2}{k_s (T_m - T_w)} \sqrt{\frac{2 \omega}{\sigma_m \mu^3}} \quad \cdots (39)$$

安定なスカルが存在する条件は、(34)、(35)式の誘導と同じく C_n と B_{n2} を用いて(40)式のように求められる。

$$16 < B_{n2} < \frac{16}{C_n} \quad \cdots (40)$$

$a/\delta_m \ll 1$ の場合、発熱速度 Q_e は(28)式よりプール半径 a の4乗に比例するのに対し、 $a/\delta_m \gg 1$ の場合、 Q_e は(36)式より a の1乗に比例する。発熱速度の溶融部半径依存性が4乗から1乗に遷移する目安を与える臨界半径は(28)式と(36)式をおのおのの適用範囲から外挿し等しいと置くことにより(41)式のように求められる。

$$a/\delta_m = 2^{2/3} = 1.587 \quad \cdots (41)$$

3.4 解析結果

(27)式の左辺と右辺すなわち溶融部の発熱速度と抜熱速度を溶融部半径の関数として Fig. 7 に示す。 h_c の値は実際には初期プールの大きさや粉体の充填のされ方等により変化するものと考えられるため、 h_c と B_{z0} をパラメーターとして変化させた。抜熱速度が曲線 a で発熱速度が曲線 c で表される場合には発熱と抜熱が釣り合う点、すなわち(27)式の解は P 点と Q 点の2個存在していることが分かる。P 点ではプール半径が大きくなると、発熱より抜熱が大きくなりプール半径は減少し、逆にプール半径が小さくなると、抜熱より発熱が大きくなりプール半径は増大する。したがって、P 点は安定点であることがわかる。他方、Q 点は同様な考察から不安定点であることがわかる。このような操作条件では不安定点より大きな初期プールを作ることが安定操作にとって必須条件となる。抜熱が曲線 b で発熱が曲線 d で表される場合にはその交点は R となるが、これは不安定点であり、この場合にはすべて融解するか凝固するかのどちらかとなる。また抜熱が a で発熱が d で表される場合にはいかなる溶融部半径 a においても抜熱が発熱を上まわりすべて凝固することが分かる。

(34)、(35)、(40)式で与えられる安定なスカルを得る

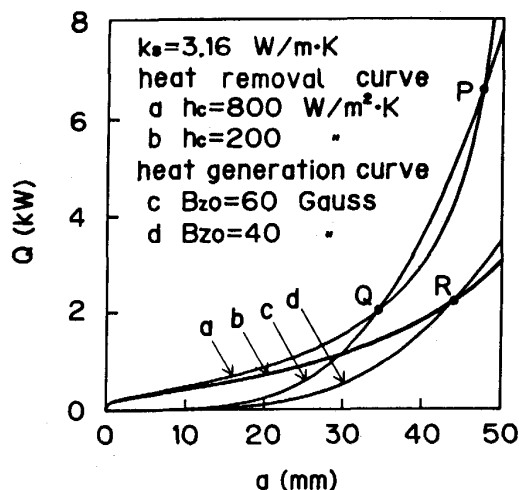


Fig. 7. The relations of heat removal rate and heat generation one with melt radius.

ための冷却条件と磁場の強さの関係を Fig. 8 に示す。 $a/\delta_m \ll 1$ のとき斜線を施した領域の条件で、また、 $a/\delta_m \gg 1$ のとき縦線を施した領域で、安定なスカルを得ることができる。(28)と(36)式で発熱速度の半径依存性の違いにより、縦線を施した領域の方が広く安定な操業を行いがちであることが分かる。しかし、この領域では電磁浸透厚さが小さく発熱が溶融部表面に集中し中央部が凝固することが考えられるので、適切なプール半径と電磁浸透厚さの比は溶融部内での伝熱に大きく依存することになる。一方、操作条件として磁束密度と冷却速度を考えた場合、同図の右下ほど磁束密度と冷却速度が小さいので効率が良いことになるが、わずかな操作条件の変化で不安定領域に入ってしまう、操業の困難さが予測される。冷却速度を大きくすると安定領域が大きくなるため操業は安定することになる。スカルの熱伝導度に注目すると、 B_n および C_n の値を同じにするためには熱伝導度が小さい、すなわち断熱効果が高い材料ほど、磁場および冷却速度を小さくできるので効率よく操業できることになる。

4. 結 言

直接誘導加熱スカル溶解法を用いた NaCl と KCl および CaF_2 の融解実験と本溶解法の理論解析を行い次のことを明らかにした。

1) 同一の投入電力においてもプール内の温度分布によって系の安定性が異なる。

2) レイリー数が大きな NaCl と KCl ではプールに機械的攪拌を施すことにより安定なスカルを得ることができた。一方、レイリー数が NaCl および KCl に比較して小さな CaF_2 では、攪拌を施さなくても安定なプールを保持することができた。

3) コイルとプールの間には絶縁、汚染の防止、断熱

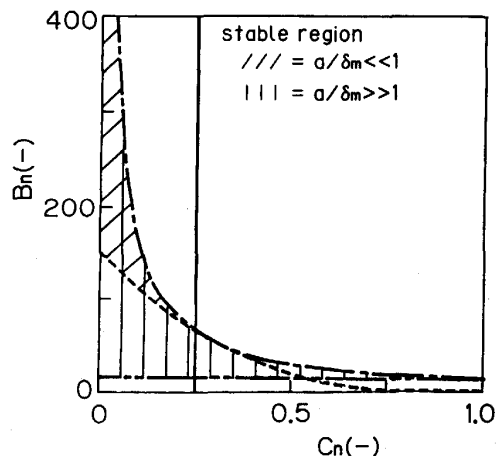


Fig. 8. The regions to indicate stable operating condition in the plane of B_n and C_n .

の役割を果たすスカルが存在する。短絡を生じていない状態下で形成されるスカルは凝固部と未融解の粉体部からなる。

4) 半径方向 1 次元の伝熱解析により安定スカルの形成条件を検討し、安定点と不安定点の存在を見出した。

5) 安定点が存在する操作条件では初期プール半径を不安定点より大きく取ることが安定操作には必須である。

6) 安定操作に必要な操作変数間の関係を求めた((34), (35), (40)式)。

Appendix I

(5), (6), (7), (8), (9)式から B , E , J を消去すると磁場の強さ H に関する次式が得られる。

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{\mu\sigma_m} \nabla^2 H \quad \text{..... (A-1)}$$

(A-1)式を円柱座標系で表現し、かつ $H_z(r, t)$ を (A-2)式に示すように複素数表示すると(A-3)式を得る。

$$H_z(r, t) = H_z(r) \cdot \exp(i\omega t) \quad \text{..... (A-2)}$$

$$\frac{d^2 H_z(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dH_z(r)}{dr} + k^2 H_z(r) = 0 \quad \text{..... (A-3)}$$

ここで、 $k = \sqrt{-i\omega\mu\sigma_m}$ である。

(A-3)式の解は 0 次の第 1 種ベッセル関数となり c を積分定数として (A-4)式で与えられる。

$$H_z(r) = cJ_0(kr) \quad \text{..... (A-4)}$$

(A-5)式の境界条件で $H_z(r)$ を求めると(10)式を得る。

$$H_z = H_{z0} \text{ at } r = a \text{ (導体表面)} \quad \text{..... (A-5)}$$

(10)式で与えられる磁場分布を(6)式に代入することにより、 J は ϕ 方向成分のみを持ち、(11)式で表される。

Appendix II

溶融部の発熱速度は (A-6)式に示すようにジュール発熱速度を半径方向に積分することにより求められる。

$$Q_e = \int_0^a 2\pi r L_m \frac{J_\phi(r) \times J_\phi^*(r)}{2\sigma_m} dr \quad \text{..... (A-6)}$$

ここで、*は共役複素数を表す。

(11)式を(A-6)式に代入すると(A-7)式を得る。

$$Q_e = \frac{\pi \omega \mu H_{z0}^2 L_m}{J_0(ka) J_0(ka)^*} \int_0^a r J_1(kr) J_1^*(kr) dr \dots (A-7)$$

ベッセル関数公式として、(A-8)式の関係が成立する。

$$\int z \cdot J_1(Az) \cdot J_1(Bz) dz = [z / (A^2 - B^2)] \times [B \cdot J_1(Az) \cdot J_0(Bz) - A \cdot J_0(Az) \cdot J_1(Bz)] \dots (A-8)^9$$

(A-8)式とケルビン関数の関係式である(A-9)式を使い、無次元半径 α で整理すると、(A-7)式は(12)式で表せる。

$$\begin{aligned} J_n(kr) &= J_n(\sqrt{\omega \mu \sigma_m} \cdot r \cdot \exp(3\pi i/4)) \\ &= ber_n(\sqrt{\omega \mu \sigma_m} \cdot r) + i bei_n(\sqrt{\omega \mu \sigma_m} \cdot r) \\ J_n^*(kr) &= J_n(\sqrt{\omega \mu \sigma_m} \cdot r \cdot \exp(-3\pi i/4)) \\ &= ber_n(\sqrt{\omega \mu \sigma_m} \cdot r) - i bei_n(\sqrt{\omega \mu \sigma_m} \cdot r) \end{aligned} \dots (A-9)$$

Appendix III

コイルの電磁浸透厚さ $\delta (= \sqrt{2/\omega \mu \sigma})$ がコイル肉厚に比較して十分小さい場合(周波数 400 kHz の場合、銅では $\delta = 0.1 \text{ mm}$ である)、コイル電流密度は表面から指数関数的に減少し、表面からの距離を x とすると(A-10)式となる。

$$J(x) = J_{x0} \cdot \exp(-x/\delta) \dots (A-10)$$

(A-10)式を肉厚方向に積分し、単位高さ当たりの電流量(アンペア・ターン)に等しいとすると(A-11)式を得る。

$$NI = \int_0^\infty J(x) dx = \delta J_{x0} \dots (A-11)$$

コイルでの発熱速度は(A-10)式より(A-12)式となる。

$$Q_{coil} = \int_0^\infty 2\pi a_s L_m \frac{J(x)^2}{\sigma} dx = 2\pi a_s L_m \cdot \frac{J_{x0}^2}{\sigma} \cdot \frac{\delta}{2} \dots (A-12)$$

(A-11)式を(A-12)式に代入すると(14)式が求められる。ただし、無限長のソレノイドコイルを想定し、表面での磁場の強さ(振幅)と強制電流との関係は、(A-13)式とした。

$$H_{z0} = \sqrt{2} NI \dots (A-13)$$

記号

a : 溶融部の半径(m), a_c : コイルの外周半径(m), a_n : コイル内周半径に対するプール半径の比(-), a_s : コイルの内周半径(m), B_n : 伝熱速度に対する誘導発熱速度の比(-), B_{z0} : 溶融部表面での磁束密度の実効値(T), ber_n , bei_n : n 次のケルビン関数(-), C_n : スカルの伝熱抵抗に対する冷却水と熱抵抗部の総括の熱抵抗の

比(-), C_p : 水の比熱(J/(kg·K)), C_{pm} : 融体の比熱(J/(kg·K)), g : 重力加速度(m/s²), G : 浮力と電磁気力の比(-), h_c : 未融解部の伝熱係数(W/(m²·K)), h_m : 融体-凝固部間の自然対流伝熱係数(W/(m²·K)), h_w : 水冷によるコイル-水間の伝熱係数(W/(m²·K)), H_z : z 方向の磁場の強さ(A/m), H_{z0} : 溶融部表面での磁場の強さの振幅(A/m), i : 虚数単位(-), I : コイル電流の実効値(A), J : 電流密度の実効値(A/m²), J_{x0} : コイル電流密度の表層での実効値(A/m²), J_n : n 次の第1種ベッセル関数(-), J_ϕ : ϕ 方向の誘導電流密度の瞬時値(A/m²), k : 伝搬定数(rad/m), k_f : 水の熱伝導度(W/(m·K)), k_m : 溶融部の熱伝導度(W/(m·K)), k_s : スカルの熱伝導度(W/(m·K)), L : 装置代表長さ(m), L_m : 溶融部高さ(m), N : コイルの単位長さ当たりの巻数(-), Q_{coil} : コイルでの発熱速度(W), Q_e : 溶融部での誘導発熱速度(W), Q_m : 溶融部の自然対流による伝熱速度(W), Q_R : 熱抵抗部の伝熱速度(W), Q_s : 溶融部からスカルへの伝熱速度(W), Q_{top} : 溶融部の上表面からの放射伝熱速度(W), Q_w : コイルから冷却水への伝熱速度(W), T_0 : バルクの温度(K), T_c : コイルの温度(K), T_i : 溶融部本体の温度(K), T_m : チャージの融解温度(K), T_s : 未融解部に接したスカルの温度(K), T_a : 雰囲気温度(K), T_w : 水の温度(K), u : 冷却水の代表流速(m/s), α : 溶融部の無次元半径($= \sqrt{2} a/\delta_m$)(-), β : 融体の体膨張係数(1/K), δ : 銅の電磁浸透厚さ(m), δ_m : 融体の電磁浸透厚さ(m), μ : 透磁率(H/m), μ_f : 水の粘性係数(kg/(s·m)), μ_m : 融体の粘性係数(kg/(s·m)), ρ : 水の密度(kg/m³), ρ_m : 融体の密度(kg/m³), σ : 銅の電気伝導度(S/m), σ_m : 融体の電気伝導度(S/m), σ_s : ステファン・ボルツマン定数(W/(m²·K⁴)), ω 角速度(1/s)

文 献

- 1) D. DELAGE, R. ERNST and J. DRIOLE: Proc. Sympo. IUTAM, Cambridge (1982), p. 108
- 2) B. CAILLAULT, Y. FAUTRELLE, R. PERRIER and J. J. AUBERT: Liquid Metal Magnetohydrodynamics, ed. by J. LIELPETERIS and R. MOREAU (1989), p. 241 [Kluwer Academic Pub.]
- 3) Y. FAUTRELLE: Liquid Metal Magnetohydrodynamics, ed. by J. LIELPETERIS and R. MOREAU (1989), p. 223 [Kluwer Academic Pub.]
- 4) D. C. MILLER and T. L. PERNELL: J. of Crystal Growth, 53 (1981), p. 523
- 5) 甲藤好郎: 伝熱概論(1966), p. 140 [養賢堂]
- 6) 甲藤好郎: 伝熱概論(1966), p. 139 [養賢堂]
- 7) 尾本義一, 小郷 寛: 公式と数表(特殊編)(1964), p. 14 [電気書院]
- 8) 森口繁一, 宇田川久, 一松 信: 数学公式 III (1964), p. 154 [岩波]
- 9) 森口繁一, 宇田川久, 一松 信: 数学公式 III (1964), p. 190 [岩波]