

コールド・クルーシブルにおける電磁場と
溶湯形状に関する数学モデル田中 努*・栗田 興一*²・黒田 篤彦*³Mathematical Modelling for Electromagnetic Field and Shaping of
Melts in Cold Crucible

Tsutomu TANAKA, Kohichi KURITA and Atsuhiko KURODA

Synopsis:

For the better understanding of the phenomena in the cold crucible, advanced electromagnetic field models have been developed for both vertical and horizontal cross sections of the crucible. In the former model, the axi-symmetric sheet model was assumed and the influence of the number of slits was taken into account by the use of parameter representing the magnitude of the electromagnetic interaction. In the latter one, the conservation problem of the current density in a finite cell was successfully solved through the introduction of Newton method for the simultaneous convergence of both scalar and vector potentials. The validity of the models was confirmed through experimental measurements of the magnetic flux density, the coil voltage and the elevation height of the Al-Cu alloy melts.

Regardless of the number of slits and the shape of the crucible, the induced current on the internal and external sheets of the crucible flows on the horizontal path. An increase in the number of slits resulted in the increase of the magnetic flux density. This is mainly explained by the reason that the partition ratio of the induced current into the segmented part of the crucible increases with the number of slits. Since the melt is expected to contact with the internal wall near the slit bottom in case of the straight type crucible, the solidification is preferable to be complete just above the bottom for the improvement of the ingot surface during continuous casting.

Key words: cold crucible; electromagnetism; liquid metal; shaping; mathematical model.

1. 緒 言

コールド・クルーシブル¹⁾²⁾ (以下 CC と略記) では、高周波電磁場により発生するピンチ力を利用して縦方向にスリットを配置した水冷銅るつぼの中で溶湯をるつぼ壁から一部非接触で保持できるとともに、溶湯の攪拌と加熱が促進される。そのため高融点、高純度、化学活性材料の鑄造、急速冷却を利用した微粒子の製造、放射性廃棄物の処理などへの適用が期待されている。

DELAGE³⁾⁴⁾ は、円筒状 CC を対象に電磁気および熱的特性について研究しており、集中定数系を前提に溶湯を含む CC 全体の抵抗と自己誘導係数を決定している。この方法では CC 内の磁場を一様と仮定しており、ストレート型の CC の概算設計が簡単にできる点が評価されるが、特に浮揚型の CC および縮径連続鑄造 CC

など CC 内に無視できない磁場勾配が存在する場合は、設計が困難になると考えられる。

また、GAGNOUD ら⁵⁾⁶⁾ は CC を軸対称の分散定数系として扱い、CC 内の磁束密度および溶湯形状を理論的に予測しているが、コイル電流に対する境界条件の与え方に工夫の余地が残されているとともに複数のスリットの存在が電磁場に与える影響について検討されていないなど問題が残されている。

厳密には非軸対称の CC において、溶湯形状、伝熱、流動などが記述できる電磁場モデルを構築する手法として 1) 3 次元の展開を行う、2) 軸対称モデルを修正する、の 2 種類が考えられる。しかし、前者の手法では特に溶湯形状を求める際に、現在の計算機では多くの困難が予想される。

ここでの研究目的は、装置設計および操業上重要と考

平成元年 9 月本会講演大会にて発表 平成 2 年 7 月 9 日受付 (Received July 9, 1990)

* 住友金属工業(株)鉄鋼技術研究所 (Iron & Steel Research Laboratories, Sumitomo Metal Industries, Ltd., 16-1 Oaza-Sunayama Hasakimachi Kashima-gun Ibaraki pref. 314-02)

*² 住友金属工業(株)鉄鋼技術研究所 工博 (Iron & Steel Research Laboratories, Sumitomo Metal Industries, Ltd.)

*³ 住友金属工業(株)未来技術研究所 (Advanced Technology Research Laboratories, Sumitomo Metal Industries, Ltd.)

えられる CC 形状, スリット数, 溶湯体積などのパラメーターと磁場分布, 溶湯形状, コイル電圧などの関係が予測できる数式モデルを構築する点にある。さらに, CC における誘導電流路, 溶湯・CC 内壁との接触状態, 磁束密度の異方性などを明らかにする点にある。

2. 電磁場モデルの概要

2.1 コールド・クルーシブルの垂直断面モデル

垂直断面モデルを構築する際の思想は以下のとおり。

1) スリット数 1, スリット幅無限小の軸対称シートモデルを前提に, 導体の表面においてのみ変数を定義する。
2) その際, 複数のスリットの存在が電磁場に与える影響は軸対称モデルを修正する形で考慮する。特にこのモデルは溶湯形状の評価に対して有効である。

2.1.1 ベクトルポテンシャルの支配方程式

導体表面において定義される内部構造を含む変数を対象とする垂直断面モデルにおいては, ベクトルポテンシャル(以下 VP と略記) A とスカラーポテンシャル(以下 SP と略記) ϕ の間に Lorentz gauge を設定する必要がある。 $A = A_0 e^{-i\omega t}$ で VP の時間変化を表すと, VP に対する方程式は Helmholtz 型方程式となる。特に $|r - R| \rightarrow \infty$ でゼロになるグリーン関数は,

$$G_0(r, R) = \frac{1}{4\pi|r-R|} \exp\{(i-1)|r-R|/\delta\} \quad \dots\dots\dots (1)$$

である。

CC の軸対称性を考慮して G_0 を Fig. 1 に示すように導体の半径および円周方向について積分する。CC の周

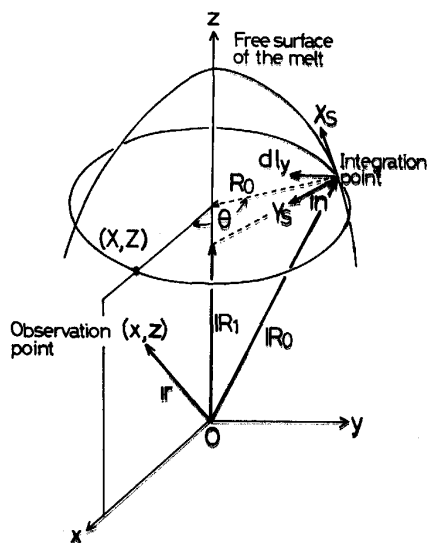


Fig. 1. Integration of Green's function along the radial and the azimuthal directions.

波数領域では, 通常 $\delta \ll |R_1 - R_0|$ なので, 導体表面に垂直な方向 n に沿って積分する場合, 分母は主要項でなく近似的に $|r - R_0|$ で表される。

また, 円周方向に沿って積分する場合, 軸対称なので観測点を x, z 面内に限定しても一般性を失うことなく, VP の θ 成分のみが解析の対象となる。

$$G(x, z, X, Z) = \int_{R_0}^{R_1} \int_0^{2\pi} G_0(r, R) d n d l_y \\ = \frac{(1+i)\delta}{8\pi} \int_0^{2\pi} \frac{R_0 \cos \theta d \theta}{|r - R_0|} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで最後の式は $\delta \ll |R_1 - R_0|$ の関係を利用して得られる。また, 最後の式の積分は楕円関数で表される⁸⁾。

グリーン関数を用いて VP は(3)式で表される。

$$A(x, z) = \mu \int G(x, z, X, Z) j(X, Z) d l(X, Z) \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで簡単のため, θ 成分のみを単に A, j と書いた。

一方, VP と電流密度の関係は

$$j(x, z) = -\sigma \left\{ \frac{1}{x} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} - i\omega A(x, z) \right\} \quad \dots\dots\dots (4)$$

と表されるので, $1/x \cdot \partial \phi / \partial \theta$ が既知であれば(3), (4)式は電流密度と VP を求める積分方程式を構成する。

なお, ここで用いた方法では従来方法⁹⁾と異なり, 誘導電流とコイル電流を区別せず, 電流の励起を SP を用いて行うので, コイル内の電流密度分布が問題となる場合も対応が可能である。コイルの SP は境界条件として与えられ, CC の SP は電流保存則から決まる。

2.1.2 垂直断面モデルにおけるパラメーター

CC の内外面およびスリット面で構成される閉じた電流路面の中で, 特にスリットの数が多い場合, 距離が最短となる水平ループ上の電流路を選択的に誘導電流が流れるとする考えが存在する一方で, 最短距離における電流密度が増加した場合, 隣接スリット面における SP 差が無視できなくなり, その結果, 電流の集中が緩和される現象も考慮する必要があるとする別の考えも存在する。電流路に関する前者の考え方をモデル 1, 後者の考え方をモデル 2, モデル 1 とモデル 2 の間に位置するモデルを中間モデルと呼ぶと電流密度と SP を記述する式は以下のように表される。

1) モデル 1

$$\left. \begin{aligned} j'_1(x_1, z_1) + j'_2(x_2, z_2) &= 0 \\ \Delta \phi'_1(x_1, z_1) &= \Delta \phi'_2(x_2, z_2) = 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで添え字 1 および 2 は, それぞれ CC の内面および外面を表す。

2) モデル 2

$$\left. \begin{aligned} \int j_1''(x_1, z_1) dl + \int j_2''(x_2, z_2) dl &= 0 \\ \Delta \phi_1''(x_1, z_1) &= \Delta \phi_2''(x_2, z_2) \neq 0 \end{aligned} \right\} \dots (6)$$

ここで $\Delta \phi''$ は電流保存則から求まる。

3) 中間モデル

$$\left. \begin{aligned} j_1(x_1, z_1) \\ = j_1''(x_1, z_1)(1 - P_{12}) - j_1'(x_1, z_1) P_{12} \\ \Delta \phi_1(x_1, z_1) = \Delta \phi_1''(x_1, z_1)(1 - P_{12}) \end{aligned} \right\} \dots (7)$$

ここで P_{12} は CC の内面を流れる電流密度の CC の外面を流れるそれに対する従属の割合を表す 0 から 1 の間の値をとる第一のパラメーターである。 j_2 に対しても類似の式が得られる。

さらに、CC のスリット部分に対して電磁相互作用の強さを表す第二のパラメーター P_i を導入した。このとき (2) 式のグリーン関数は (8) 式で書き換えられる。

$$\begin{aligned} G(x, z, X, Z) \\ \rightarrow P(x, z) P(X, Z) G(x, z, X, Z) \dots \dots \dots (8) \end{aligned}$$

ここで座標 x, y が CC のスリット部分に相当する場合 $P(x, y) = P_i$ で他の場合 $P(x, z) = 1$ である。

2.1.3 溶湯形状

母材がすべて熔融金属であると仮定して、自由境界を記述する一般的手法である Line segments 法¹⁰⁾ と座標軸の回転を組み合わせて溶湯形状を決定した。その際、離散化された格子点ごとに力の平衡を考慮する Local method⁶⁾ を用いた。

溶湯面に垂直で、かつ溶湯が存在する方位を Y_S 軸、それに垂直な方位を X_S 軸とすると自由表面の Y_S 軸に沿う微小変位 ΔY_S は、

$$\Delta Y_S \propto P_M + P_S + P_H + P_0 \dots \dots \dots (9)$$

で表される。一定圧力 P_0 は初期溶湯体積を保存する条件から決められる。

2.1.4 計算方法

(3), (4) 式から VP を消去して離散化した後、反復計算を行う。その際、積分精度の向上と自己グリーン関数の特異点を回避するために分割数 4 の Gauss 積分を用いた。おもな境界条件は、1) 溶湯体積保存、2) コイルにおける SP 一定、3) CC 内外面における電流保存、および 4) 溶湯面における磁気圧力、重力、表面張力の和 P_0 が溶湯表面を表すすべての自由格子点上で一定である。計算の結果、電流密度、コイルにおける一様な SP、溶湯表面の座標、一定圧力 P_0 などが求まる。計算で用いた Al-Cu 合金 (Cu 4.5%) および Ti-Al 合金 (Al 6%) 溶湯の物性値を Table 1 に示す。

2.2 コールド・クルーシブルの水平断面モデル

2.2.1 ベクトルポテンシャルとスカラーポテンシャルの支配方程式

Table 1. Physical properties of liquid metals.

	Al-Cu alloy	Ti-Al alloy
Melting temperature (°C)	650	1 650
Density (kg/m ³)	2 570	4 500
Electric conductivity (S/m)	4.05×10^6	6.88×10^5
Surface tension (N/m)	0.84	1.51

水平断面モデルでは、無限に長いスリットと 1 巻きのコイルを対象に、導体内部に格子を配置して電磁場解析を行う。その際、溶湯形状は求めない。内部構造を含まない格子を用いる水平断面モデルは Coulomb gauge を適用する必要がある。VP に対する方程式の線源に対する積分形は、

$$A(r) = -\frac{\mu}{2\pi} \int_0^{2\pi} j(R) \ln |r - R| \cos \theta dR \dots (10)$$

である。ここで θ はベクトル A と j の成す角である。

一方、 A と j の間の関係式、

$$j = -\sigma \{ \text{grad}(\phi + \phi^{ext}) - i\omega A \} \dots \dots \dots (11)$$

において ϕ が既知かつ外部ポテンシャル ϕ^{ext} が境界条件として与えられれば、(10) 式と連立して A および j を求めることができる。

SP を記述する方程式は電流保存則と深く関係している。ひとつの方法として (11) 式から j を消去して得られる式、

$$\nabla^2 \phi = i\omega \text{div} A - \nabla^2 \phi^{ext} \dots \dots \dots (12)$$

を適用することが考えられる。(12) 式は SP を決定する数学的記述ではあるが、数値計算において SP を求める際にはそれほど有効でない点に注意する必要がある。その理由は、(12) 式からは VP と SP を同時に求めることができず、VP を求めた後 SP を求めることになり、このとき VP と SP は電流保存則を近似的にしか満足しないからである。

変数が複素数である点を除いて、構造的にこの事情は流体力学において圧力と速度ベクトルを同時に求める問題と極めて類似している¹¹⁾。今、複素数 ε を、

$$\varepsilon = \text{div} j = f(\phi) \dots \dots \dots (13)$$

で定義する。 f は関数を表し、多くの場合グリーン関数が主要対角となることを考慮して引数から A を除いた。Newton-Raphson の反復公式から SP の補正項として、

$$\Delta \phi = -\varepsilon / \det \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \phi} \right) \dots \dots \dots (14)$$

が得られる。ここで分母 $\partial \varepsilon / \partial \phi$ は ε, ϕ が複素数なので関数行列になる点が流体解析の場合と異なる。また、電流密度の補正項として、

$$\Delta j = \frac{\partial j(\phi)}{\partial \phi} \Delta \phi \dots \dots \dots (15)$$

が得られる。

2.2.2 計算方法

1) まず, 格子の中央に SP, 格子の境界に VP と電流密度を定義する。

2) 第一ステップとして, コイルにおける SP を境界条件として, (10)式および(11)式から一時的な電流密度の値を求める。

3) 第二ステップとして, (13)式から残差 ϵ を評価して, ϵ が許容誤差以下になるまで(14)式および(15)式の修正をくり返す。

4) 電流密度と SP に対する残差が許容誤差以下になるまで2)および3)の過程をくり返す。

3. 実験方法

CC の系は外径 10 mm, 肉厚 1 mm, 円形断面で, 内部水冷構造の銅パイプを内径 82 mm で 5 巻きしたコイルと内径 45 mm, 高さ 150 mm の内部水冷の銅製るつばから成る。CC はその中間高さに幅 1 mm, 長さ 55 mm の縦スリットが円周に沿って周期的に 16 本配置されたストレート構造をしている。大部分の実験はストレート構造の CC で行ったが, 必要に応じてスリットの上端では内径 45 mm であって, スリットの下端において内径 30 mm および 8 mm まで絞った縮径 CC, およびスリットが 1 本と 8 本の CC も使用した。

高周波発振器の出力は最大 65 kW であり, 周波数は 0.3% の誤差範囲内で 20 kHz に保持した。発振器の周波数はオシロスコープを用いて測定した。共振条件からインダクタンスを評価し, 発振電圧とリアクタンスから理論的にコイル電流を求めた。

主な測定項目は以下のとおり。

1) 磁場分布: 直径 0.05 mm のテフロン被覆銅線を直径 5 mm の軸に 10 回巻いて製作したサーチコイルを用いて磁束密度を測定した。測定誤差を防ぐため, サーチコイルのリード線部分は縊り線とした。

2) 溶湯隆起高さ: 16 スリットのストレート CC を対象に, 溶解を容易にするためスリットより下端に耐火物を充填して, その上で所定量の Al-Cu 合金を Ar ガス雰囲気中で溶解した。溶解後, 上方より厚さ 0.5 mm の Al の薄板を CC 内に挿入し, 薄板の溶解形状から溶湯の隆起高さを求めた。

3) 熱収支: 16 スリットのストレート CC を対象に外径 44 mm, 長さ 200 mm の Ti-Al 合金母材を所定の長さ挿入し, Ar ガス雰囲気中で母材の先端部を溶解保持した。発振器, コイルおよび CC を流れる冷却水量と水温の変化からジュール発生熱を求めた。

4. 実験と計算結果および考察

4.1 垂直断面における磁場分布

4.1.1 モデルパラメーター P_{12} と磁場分布の関係

スリット数 1 の CC を対象に実効電流 173 A, $P_i = 0.97$, $P_{12} = 0$ および $P_{12} = 1$ において計算から予想される磁束密度分布を Fig. 2 に示す。磁束密度の高い領域はコイルと CC の外面の間, および CC 内のスリット前面に認められる。CC 内の磁束密度の最大値は, $P_{12} = 1$ の方がおよそ 1.6 倍大きい。

ほぼ同程度の違いが Fig. 3 の P_{12} をパラメーターとした CC 中心軸における磁束密度の垂直方向成分においても認められる。 $P_{12} = 0$ においては, 誘導電流の増加とともに隣接するスリット間に一様な SP 差が生ず

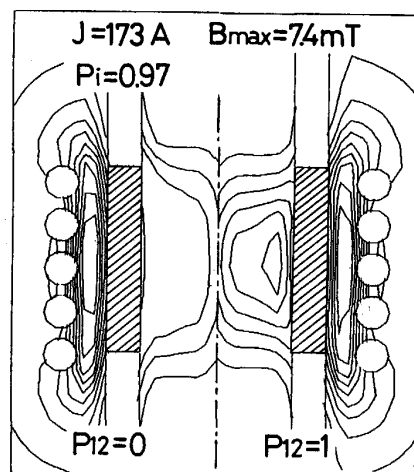


Fig. 2. Effect of parameter P_{12} on the contour lines of the effective magnetic flux density in the vertical section of the crucible.

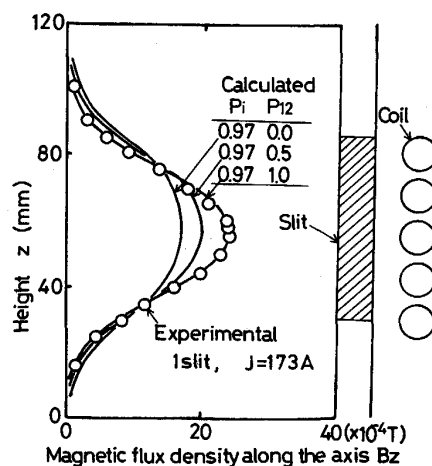


Fig. 3. Effect of parameter P_{12} on the longitudinal distribution of magnetic flux density in the straight type crucible.

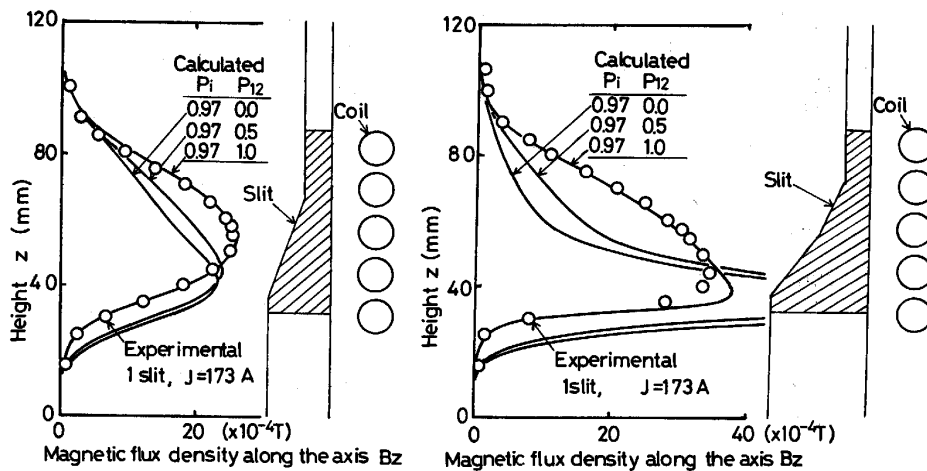


Fig. 4. Effect of parameter P_{12} on the longitudinal distribution of magnetic flux density in the convergent type crucibles.

ることを仮定しているので、誘導電流の分布が均一化され、磁束密度の最大値が減少したものと考えられる。

スリット数1の場合の実験データは、 $P_{12} = 1$ に近い挙動を示した。このことは、スリット数1のストレートCCの場合、隣接するスリット間に発生するSPは無視できて、スリット部分において他の水平電流路に移動するいわゆるクロス電流は存在しないことを意味する。

スリット数1、縮径CCを対象とした中心軸における磁束密度の垂直成分をFig. 4に示す。スリット部分において内径を絞った場合は、CC内の磁束密度の最大位置が縮径部に移動することが計算から予測され、しかも移動距離は $P_{12} = 0$ の方が顕著である。

$P_{12} = 1$ における磁束密度の最大位置の移動は、狭い空間に誘導電流が集中した結果生じたものとして理解される。 $P_{12} = 0$ では、上記現象と併せてクロス電流の存在効果が現れたことによるものと考えられる。

ストレートCCの場合と同様に実験データは、 $P_{12} = 1$ に近い挙動を示した。Fig. 3の結果と併せると、CC形状にはほぼ無関係に、CCの内外面では誘導電流の顕著なクロス流れは生じていないものと考えられる。

4.1.2 モデルパラメーター P_i と磁場分布の関係

ストレートCCおよび縮径CCを対象として、スリット数1、8および16の場合におけるCC中心軸における磁束密度の垂直成分をFig. 5およびFig. 6に示す。CC形状に無関係に、スリット数の増加とともに磁束密度は高くなった。ストレートCCでは $P_{12} = 1$ かつ $P_i = 0.97, 0.73, 0.48$ におけるモデルにより、それぞれスリット数1、8および16における磁束密度の高さ変化を記述できることがわかる。さらに、縮径のCC形状に対しても同じパラメーターの組合せで磁束密

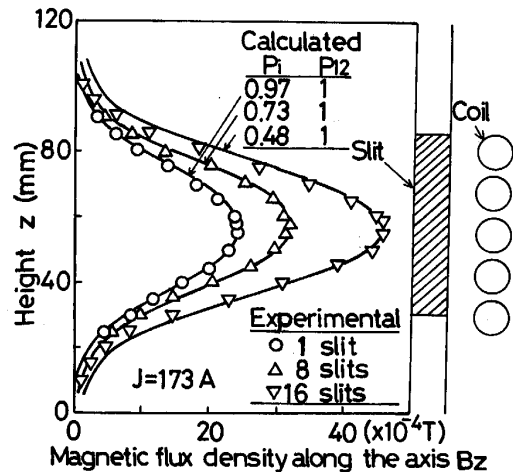


Fig. 5. Effect of parameter P_i on the longitudinal distribution of magnetic flux density in the straight type crucible.

度の高さ変化を記述できることがわかる。これらの結果は、1)CC形状およびスリット数には無関係に、CC内外面における誘導電流は水平電流路を流れる。また、 P_i の減少に起因するグリーン関数の値の減少はインクダンスの減少を意味するので、2)CC形状とは無関係にスリット数の増加とともにCCとコイル間の誘導係数が減少し、そこを流れる電流密度が増加する可能性が考えられる。

4.2 水平断面における磁場分布

一例として、16スリットのCCを対象に計算から得られた軸方向の磁束密度分布をFig. 7に示す。なお、特定の断面におけるこの値の半径方向変化も併せてFig. 7に示した。CC内の磁束密度はほぼ均一である。無限に長いソレノイドの場合、ソレノイド内の磁束密度

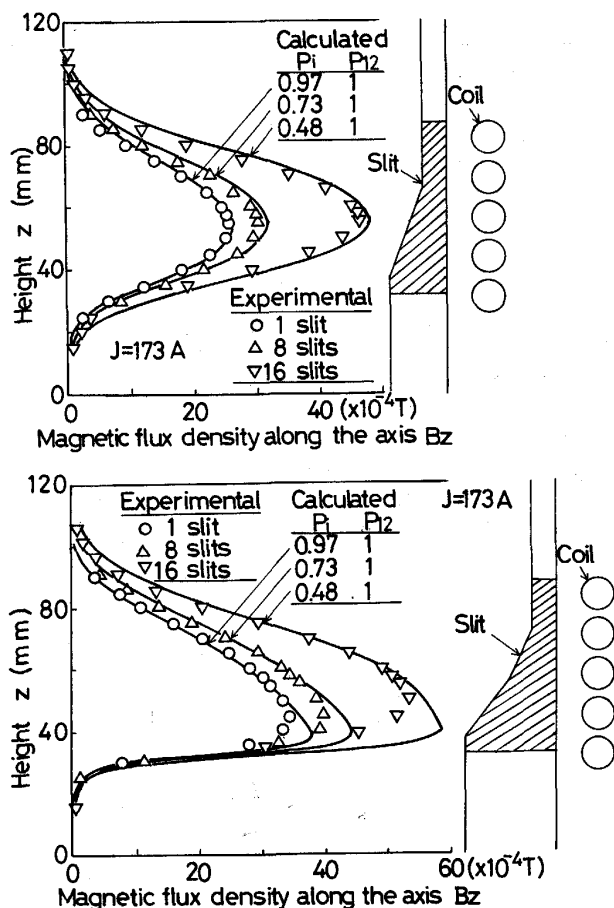


Fig. 6. Effect of parameter P_i on the longitudinal distribution of magnetic flux density in the convergent type crucibles.

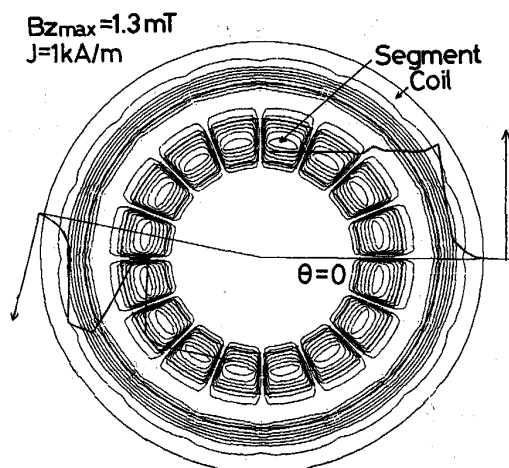


Fig. 7. Contour lines and radial distribution for the effective magnetic flux density in the horizontal section of the crucible.

は均一であり、外部ではゼロとなるソレノイド理論の結果と傾向および値が一致する。表皮効果のため、CCの導体部分では磁束密度は減衰する。また、特にスリットが存在する方位のコイル・CC間における磁束密度が若

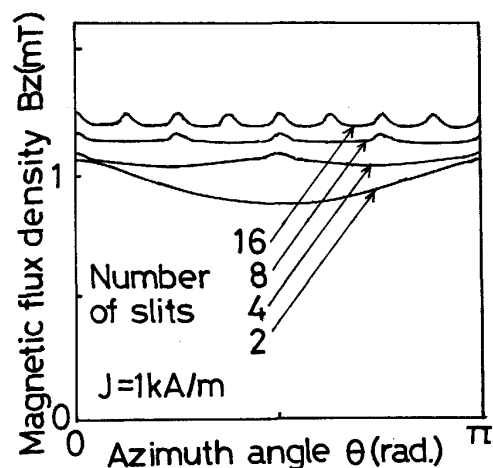


Fig. 8. Azimuthal distribution of effective magnetic flux density on the internal radius of the crucibles.

干高く、スリット数の減少とともにこの現象は顕著となる結果も得られた。

スリット数2~16を対象としたCC内壁における磁束密度の方位分布を、Fig. 8に示す。コイルにより形成された磁束がスリットの間隙を介してCC内に流入するので、磁束密度は厳密には均一でなく、スリットが存在する方位で若干高いことがわかる。

このことは、連続鋳造において円周方向に均一な溶湯静圧が作用している場合に、セグメントが存在する方位の凝固がまず進行し、加熱とピンチ効果の大きいスリット部分では遅れて凝固が進行することを意味する。特に、セグメントにおける抜熱が顕著な場合は、スリット部の表皮近傍では金属の内部から表皮に向かって凝固が進行して、スリットに湯差しが起こらずに連続鋳造ができることが考えられる。また、スリット数の増加とともにCC内の磁束密度は若干増加しており、定性的にはFig. 5およびFig. 6の実験結果と一致するものの、定量的には一致していない。このことは、スリット数の増加による磁束密度の増加を4・1・2節で言及したようにインダクタンスの減少にその原因を求めるとしても、それだけでは説明できない別の効果が存在することを意味する。残された可能性としては、CCのスリットが存在する部分とスリットが存在しない部分に配分される誘導電流の割合がスリットの数、スリットの長さ、コイルの分布高さの比などによって変化することが考えられる。この問題を詳細に検討するためには3次元の電磁場モデルが必要であり、これは今後の課題である。

4・3 水平断面におけるスカラーポテンシャル

一例として、4スリットにおける誘導と外部より印加

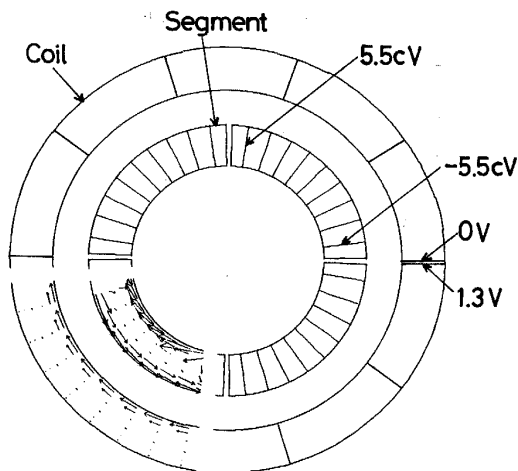


Fig. 9. Contour lines for the instantaneous scalar potential and current density.

した SP の和の分布およびこのときの電流密度分布の一部を Fig. 9 に示す。コイル部分では反時計回りに SP が増加しており、99.9% は外部より印加した SP である。このとき大部分のコイル電流は CC に近い側を時計回りに流れる。

CC のセグメント部分においてもコイルと同様に反時計回りに SP が増加しており、4 スリットではコイル電圧の 8.5%, 16 スリットでは 2.6% 程度の誘導によるコイル電圧が発生することが予想される。このとき、セグメントの外側では、SP の低い側から高い側に向かって反時計回りに誘導電流が流れ、セグメントの内側では逆の向きに流れる。

4.1.1 節で言及したように、垂直断面モデルでは隣接スリット間における SP をゼロと仮定したモデル、すなわち $P_{12} = 1$ の結果が実験結果と一致した。このことと、水平断面モデルによる結果を矛盾なく説明するためには、スリットにおいて高さ方向に一樣でない SP が発生しており、例えば誘導電流の大きいところでは SP も大きいと考える必要がある。従って、SP の存在による電流密度の緩和が顕著に起こらず、見掛け上 SP をゼロと近似したモデルにより CC 内の磁場分布が記述できたものと考えられる。

4.4 溶湯形状

Al-Cu 合金を溶解した際、溶湯面は比較的安定していた。溶湯体積 $V = 44 \mu \cdot m^3$ および $65 \mu \cdot m^3$ 、コイル電流 $J = 1.4 \text{ kA}$ において実験から得られた溶湯隆起高さ、および計算から得られた溶湯形状と導体表面における磁気圧力分布を Fig. 10 に示す。

磁気圧力は導体を締め付ける方向に作用しており、特に CC 外面に隣接する側の中央のコイル表面で大きい。

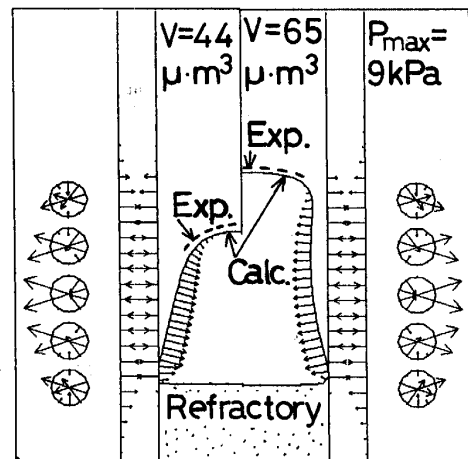


Fig. 10. Comparison of the calculated melt shape with the experimental one and the calculated magnetic pressure.

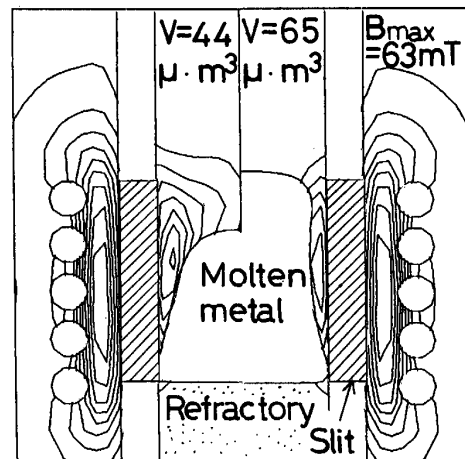


Fig. 11. Contour lines of the effective magnetic flux density in the vertical section.

溶湯表面では、下方に向かうとともに磁気圧力はゆるやかに増加し、CC 内面に接触する点で最大値に到達した後減少する。

溶湯の隆起高さは、ほぼ実験結果と一致した。スリット下端では溶湯は CC 内壁と接触することが予想されるので、CC 内壁と非接触で連続的に铸造する場合はスリット下端より若干上方に凝固面を設定することが望ましいことがわかる。

磁束密度分布を Fig. 11 に示す。CC・コイル間、及び CC・溶湯間に磁束密度の高い領域が現れる。特に、後者の領域は溶湯の体積に依存するとともに、Fig. 5 および Fig. 6 に示したように CC 形状にも依存することが推察される。

4.5 熱収支

Ti-Al 合金を対象に、スリット下端より上方の溶湯体

Table 2. Energy balance and induced voltage in the fusion of Ti-Al alloy.

	Experimental	Calculated
Total power supply (kW)	65	—
Generator loss (kW)	33	—
Coil loss (kW)	11.3	9.1
Crucible loss ¹⁾ (kW)	—	8.1
Liquid metal loss ²⁾ (kW)	—	8.4
1)+2) (kW)	20.7	16.5
Generator voltage (V)	230	—
Coil voltage (V)	136	110

積 $58 \mu \cdot m^3$ の場合の CC のエネルギー収支とコイル両端に発生する誘導電圧に関する実験と計算結果の比較を Table 2 に示す。計算から得られた消費電力及びコイル電圧は、20% の誤差範囲内で実験結果と一致している。計算ではスリットにおける消費電力が考慮されていないため、消費電力およびコイル電圧の値が実験値に比べて小さい値になったものと考えられる。

コイル、CC および溶湯で消費される電力に占める溶湯の割合は 33% であり、今後この値を高めることが課題のひとつであろう。

5. 結 言

CC の垂直断面および水平断面を対象に電磁場モデルを開発した。前者のモデルではスリット数の影響を考慮するパラメーターを含むとともに、任意の軸対称 CC の幾何学条件において、溶湯形状、磁場分布、コイル電圧などの検討が可能である。また、後者のモデルでは特にスリットの存在による磁場分布の異方性の検討が可能である。

数式モデルの妥当性を磁場計測、溶湯形状などに関する実験から確認するとともに、モデル計算から以下の結論が得られた。

1) 隣接する CC スリットにおいて無視できない SP が存在するが、スリット高さ方向に一樣に分布していないと考えられる。そのため、CC の内外面を流れる誘導電流は、スリット数および CC 形状に無関係に水平電流路を流れると仮定した数式モデルで近似的に電磁場を記述できる。

2) CC 形状に無関係にスリット数の増加とともに、磁束密度は高くなった。現象論的には垂直断面モデルにおける電磁相互作用を緩和することでこの挙動を記述できる。しかし理論的に記述するためには、水平断面モデルでは不十分で、CC のスリットが存在する部分と存在しない部分における誘導電流の配分などが検討できる 3 次元モデルが必要となる。

3) CC の内壁においては、スリットが存在する方位の磁束密度が高く、特に、セグメントにおける抜熱が顕

著な場合は、スリットに湯差しが起こらずに連続 casting が進行することが考えられる。

4) ストレート型の CC では、スリットの下端近傍で溶湯が CC 内面と接触することが予測される。非接触条件を実現するためには凝固面をスリットの下端より若干上方に設定する必要があると考えられる。

記 号

- A : ベクトルポテンシャル ($Tm = Vs/m$)
 B : 磁束密度 ($T = Vs/m^2$)
 G : グリーン関数 ($1/m$)
 i : 虚数単位, $i^2 = -1$ (—)
 J : 電流 (A)
 j : 電流密度 (A/m^2)
 P_i : 電磁相互作用の強さを表すパラメーター (—)
 P_{12} : 電流の従属性を表すパラメーター (—)
 P_M : 磁気圧力 $= \mu \delta^2 Re(j \cdot j^*)/4$ ($Pa = N/m^2$)
 P_s : 表面張力 $= \alpha \left\{ \frac{d^2 Y_s/dX_s^2}{[1+(dY_s/dX_s)^2]^{3/2}} + \frac{1}{X \sqrt{1+(dY_s/dX_s)^2}} \right\}$ (Pa)
 P_H : 溶湯静圧 (Pa)
 P_0 : 導体表面における一定圧力 (Pa)
 R : 点源の座標 (m)
 r : 観測点の座標 (m)
 V : 体積 (m^3)
 δ : 表皮深さ ($= \sqrt{2/\sigma\omega\mu}$) (m)
 ϵ : 残差 ($= \text{div } j$) (A/m^3)
 μ : 透磁率 ($H/m = Vs/Am$)
 σ : 電気伝導度 ($S/m = 1/\Omega m$)
 ϕ : スカラーポテンシャル (V)
 ω : 交流の角振動数 (rad/s)

文 献

- 1) SIEMENS and HALSKE: German Pat. 518499 (1931)
- 2) P. PAILLIERE, J.-F. WADIER, Y. BOUSSANT-ROUX and M. GARNIER: 6th World Conf. on Titanium, Cannes (1988 年 6 月)
- 3) D. DELAGE and R. ERNST: RGE (1983) April, p. 266
- 4) D. DELAGE, R. ERNST and J. DRIOLE: IEEE (1981), p. 957
- 5) A. GAGNOUD and O. S. GUILLAUME: E. D. F.-BULLETIN DE LA DIRECTION DES ETUDES ET RECHERCHES-SERIE B (1986), p. 41
- 6) A. GAGNOUD, J. ETAY and M. GARNIER: Trans. Iron Steel Inst. Jpn., 28 (1988), p. 36
- 7) W. K. H. PANOFKY and M. PHILLIPS: Classical Electricity and Magnetism (1969), p. 243 [Addison-Wesley P. C.]
- 8) Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшиц: Электродинамика сплошных сред (1957), p. 164 [Государственное Издательство Техничко-теоретической Литературы]
- 9) Y. SAHAI, J. E. BATTLES, R. S. CARBONARA and C. E. MOBLEY: Casting of Near Net Shape Products (1988), p. 394 [The Metallurgical Society, Inc.]
- 10) B. D. NICHOLS and C. W. HIRT: J. Comput. Phys., 8 (1971), p. 434
- 11) C. W. HIRT, B. D. NICHOLS and N. C. ROMERO: Los Alamos Scientific Lab. No. 5852 (1975) Apr.