

電場・磁場の直接印加による熔融金属
リブレット流の形状制御河地 政行*・古橋 誠治*・浅井 滋生*²Shape Control of Molten Metal Rivulet Flow by Directly Imposing
Electric and Magnetic Fields

Masayuki KAWACHI, Seiji FURUHASHI and Shigeo ASAI

Synopsis:

A new process to control the shape of molten metal rivulet flow is proposed in which direct electric and magnetic fields are imposed directly on molten metal to induce electromagnetic force. The experimental works were carried out to clarify the characteristics of shape control function of electromagnetic force in rivulet flow. It was found that electric current and flow velocity are the most important factors in this process. It is noticed that this process can control the shape of molten metal more dynamically than previously proposed process in which only magnetic field is imposed.

The experimental data verify a mathematical model which can predict the shape of rivulet flow from the conditions of electric current, magnetic field and flow velocity. The fact that height and width of the flow have good correlation with Stuart number indicates that this rivulet flow is dominated by inertia force and electromagnetic one.

Key words: direct casting; twin roll; shape control of molten metal; rivulet flow; electromagnetic processing of materials; electromagnetic force.

1. 緒 言

薄板の直接鋳造プロセスは急冷凝固にともなう材料特性の向上のみならず省工程・省エネルギーの観点から鉄鋼分野においてポスト連鋳プロセスとして注目を集めている。しかし本プロセスにおいては熔融金属のハンドリングが関わってくるため、その開発には多くの問題が残されているのが現状である。その一つとして熔融金属側端部の形状制御が挙げられる。例えば、双ロール法においては、ロール間隙に形成される湯溜まりであるパドルを保持するために耐火物の堰が使用されているが、その耐久性およびロールと耐火物間への湯差し等が安定操業に際し障害となっている。すなわち、取り扱う熔融金属が高融点であるために直接接触方式ではその形状制御が困難であることと、熔融金属の比重が大きいためにパドルの側端部にかかる溶湯静圧が大きく、制御にあたり大きな力が必要とされることから、非接触で強力な制御を可能にする方法を開発することが強く望まれる。湯原

ら¹⁾は直流磁場を印加することによる流れの側端部形状制御法を提案しているが、熔融金属の速度と磁場の相互作用を利用しているため電磁気力自体がそれほど大きな力にはなり得ないことから大きな溶湯静圧を完全に保持することは難しい。一方、板厚が大きい場合にはロール間ギャップが大きくなるため側端部に作用する表面張力が小さくなり熔融金属が有する形状制御能力は小さくなる。そのため磁場のみの印加による方法は板厚が薄い場合に限られることとなる。

磁場中における水路内の液膜流に関しては大島ら^{2)~5)}の研究があり、流れの方向における液膜流の高さの変化やその安定性に関し詳細な検討がなされている。しかし、本報で取り上げようとする双ロールおよび単ロール装置での溶湯導入部の対象となる流れは側面が壁面などで固定されていないいわゆるリブレット流⁶⁾であることが多い。リブレット流に関しては大島ら⁷⁾が直流磁場を印加することにより流れの高さおよび幅を変化させる研究を行い実験および解析から、磁場を操作変数として流れの

平成元年4月本会講演大会にて発表 平成2年4月4日受付 (Received Apr. 4, 1990)

* 名古屋大学大学院 (Graduate School, Nagoya University, Furo-cho Chikusa-ku Nagoya 464)

*2 名古屋大学工学部 工博 (Faculty of Engineering, Nagoya University)

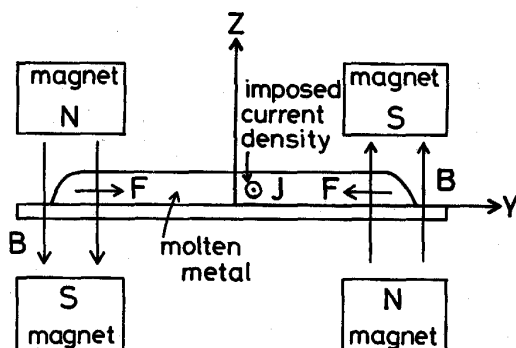
形状制御が可能であることを示している。しかしながら、直流磁場のみでは迅速かつ大幅な流体形状制御には不十分と思われる。

以上の観点を踏まえて、本研究では非接触による溶融金属流の側端部形状制御の基礎研究を行う。ここではより強力な電磁気力と操作性を得るために、新たに直流磁場と直流電流を直接溶融金属に印加する方法を採用し、電磁気力による溶融金属流の形状制御に関する実験および解析を行う。

2. 溶融金属流形状制御の原理

本報で提案する制御原理を Fig. 1 に示す。本図は平板上を流れる溶融金属流の断面図を示している。溶融金属流に対し流れ方向に直流電流 J を、流れ方向および幅方向に対し垂直な方向に直流磁場 B を印加した場合、その相互作用として幅方向に電磁気力 $F(=J \times B)$ が発生し、これによって非接触で流れの形状を制御しようとするものである。溶融金属流はその側端部において溶湯静圧と表面張力が釣り合うことで形状が決定されていることから、溶融金属流の側面を押さえる方向に電磁気力を印加すれば溶湯静圧に対して電磁気力と表面張力の力の和が勝り、その結果、誘起される電磁気力によって溶融金属流の高さを増加させ、幅を減少させる形状制御が可能となる。本制御法では直流電流を強制電流のかたちで供給するため、直流磁場のみによる制御法と比べてより強力な電磁気力を得ることができること、および直流電流の制御によって形状制御が行えるために操作性が非常に良いことが特色である。

なお、Fig. 1 に示されるように流れにかかる力が左右対称となるため解析および実験は流れの片側のみを対象として行った。



B : Magnetic flux F : Electromagnetic force
J : Current density

Fig. 1. Schematic view showing the principle of shape control of molten metal rivulet flow (Cross section of molten metal).

3. 理論解析

解析に使用した座標系を Fig. 2 に示す。電流 $J(J_x, 0, 0)$ は流れと同じ方向に印加され x 成分のみで、磁束密度 $B(0, 0, B_z)$ は流路の上下面に磁極をおくことで z 成分のみとすると、電流と磁場の相互作用 $F=J \times B$ により電磁気力 $F(0, -J_x B_z, 0)$ は y 成分のみとなる。 J_x と B_z がともに正であればこの力は流れの幅方向に幅を狭める方向に働くことになる。

3.1 表面形状の近似

流れの表面形状を (1) 式のように y に関する 2 次式で近似する。 $h=f(x, y)$ は流れの任意の表面における高さを示しており、 A_0, B_0, C_0 は x のみの関数とする。

$$h = A_0(x)y^2 + B_0(x)y + C_0(x) \quad \dots\dots\dots (1)$$

まず、係数 A_0, B_0, C_0 を決定する。

$y=0$ で $h=H$ より、(2) 式を得る。

$$C_0 = H \quad \dots\dots\dots (2)$$

また、 $y=0$ で $dh/dy=0$ より (3) 式を得る。

$$dh/dy|_{y=0} = 2A_0y + B_0|_{y=0} = B_0 = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

また、定常状態下では任意の x の位置で流れに垂直な横断面積は一定であるので (4) 式が得られる。

$$\begin{aligned} \int_0^W h dy &= \int_0^W (A_0 y^2 + B_0 y + C_0) dy \\ &= A_0 W^3/3 + B_0 W^2/2 + C_0 W \\ &\equiv A \quad \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

さらに、 $y=W$ で $h=0$ より (5) 式が得られる。

$$\begin{aligned} h|_{y=W} &= A_0 y^2 + B_0 y + C_0|_{y=W} \\ &= A_0 W^2 + B_0 W + C_0 = 0 \quad \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

(2) 式、(3) 式を (4) 式、(5) 式に代入して (6) 式、(7) 式を得る。

$$A_0 W^3/3 + HW = A \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$A_0 W^2 + H = 0 \quad \dots\dots\dots (7)$$

(6) 式、(7) 式を A_0, H について解くと (8) 式、(9) 式を得る。

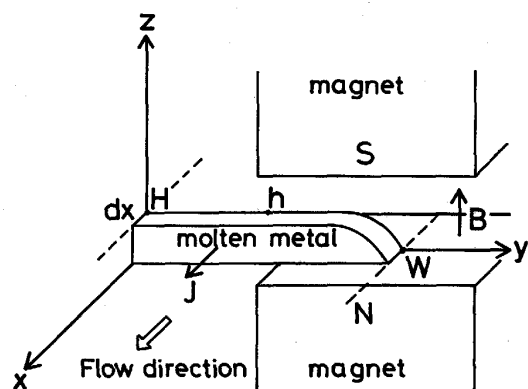


Fig. 2. Schematic view showing coordinates.

式が得られるので、流れの形状を表す関数 $h = f(x, y)$ は(10)式のように表現されることになる。

$$A_0 = -3A/2W^3 \dots\dots\dots (8)$$

$$H = 3A/2W \dots\dots\dots (9)$$

$$h = (-3A/2W^3)y^2 + (3A/2W) \dots\dots\dots (10)$$

ただし、 $W = W(x)$ である。また、以下の誘導においては $h \equiv A_0 y^2 + H$ と記す。

3.2 磁場分布

本実験系における磁場分布を流れ方向に6区分に分けて定式化する。磁場は x に関して1次、 y に関しては2次の式で近似する。

$$B_{zi} = a_i y^2 + b_i y + c_i (x_{i-1} < x < x_i) \quad (i = 1 \sim 5) \dots\dots\dots (11)$$

ただし、 $a_i = A_{1i}x + A_{2i}$, $b_i = B_{1i}x + B_{2i}$, $c_i = C_{1i}x + C_{2i}$ である。ここで流れの方向に磁場が存在し始める位置を $x = 0$ とする。また溶湯を流さない状態で磁場分布を測定し、 A_{ji} , B_{ji} , C_{ji} ($j = 1, 2$, $i = 1 \sim 5$) を決定した。

3.3 積分運動方程式

ここで微分形式で書かれた運動方程式の y 成分を断面にわたって積分する

$$\begin{aligned} & \int_0^W \int_0^h \rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) dz dy \\ & \quad \text{(慣性力項)} \\ & = \int_0^H \rho g(H-z) dz - F_s - \int_0^W \int_0^h J_x B_z dz dy \dots\dots (12) \\ & \quad \text{(溶湯静圧項) (表面張力項) (電磁気力項)} \end{aligned}$$

以下、式(12)の各項の展開を行う。

慣性力項

慣性力の導出にあたっては断面形状が長方形であることを仮定する。この仮定は先に(1)式で示した断面形状を2次式近似するとの仮定と矛盾するが、解析を簡単化するため、慣性項の導出に限ってあえてこの仮定を採用した。

(12)式の左辺の被積分項は次のように近似できる。(Appendix A 参照)。

$$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = \frac{\rho u^2 y}{W} \frac{d^2 W}{dx^2} \dots\dots\dots (13)$$

(1)式を(13)式に代入して積分を実行すると(14)式を得る。

$$\begin{aligned} & \int_0^W \int_0^h \rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) dz dy \\ & = \frac{\rho u^2}{W} \left(\frac{d^2 W}{dx^2} \right) \int_0^W \int_0^h y dz dy \\ & = \rho u^2 (A_0 W^3/4 + HW/2) \left(\frac{d^2 W}{dx^2} \right) \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

溶湯静圧項

本項は断面形状によらず、溶湯の高さのみで決まり(15)式となる。

$$\int_0^H \rho g(H-z) dz = \rho g H^2/2 \dots\dots\dots (15)$$

表面張力項

電場・磁場が印加されていないリブレット流の幅を W_0 とすると(9)式より高さ H_0 が求まる。表面張力は電場・磁場の作用を直接受けないと考えられ、さらに電磁気力が働いていない条件下で表面張力は溶湯静圧と釣り合うことから、(15)式に H_0 を代入して表面張力を見積もることができる。

$$F_s = \rho g H_0^2/2 \dots\dots\dots (16)$$

電磁気力項(強制電流)

$J_x = I/A$ と(11)式を代入して次式を得る。

$$\begin{aligned} & \int_0^W \int_0^h J_x B_z dz dy = \int_0^W \int_0^h \frac{I}{A} (ay^2 + by + c) dz dy \\ & = \frac{I}{A} \{ aA_0 W^5/5 + bA_0 W^4/4 + (aH + cA_0) W^3/3 \\ & \quad + bHW^2/2 + cHW \} \\ & \equiv F(x, W) \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

電磁気力項(誘導電流)

誘導電流 J_x と(11)式を代入して次式を得る。なお誘導電流の導出は Appendix B に示す。

$$\begin{aligned} & \int_0^W \int_0^h J_x B_z dz dy \\ & \equiv G(x, W) \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

(14)式、(15)式、(16)式、(17)式、(18)式を用いると(12)式は次のように表されることになる。

$$\begin{aligned} & \rho u^2 (A_0 W^3/4 + HW/2) \left(\frac{d^2 W}{dx^2} \right) \\ & = \rho g H^2/2 - F_s - F(x, W) - G(x, W) \dots\dots\dots (19) \end{aligned}$$

(19)式を以下の境界条件のもとに解くことによって、リブレット流の形状が求まることになる。

$$W = W_0 \quad \text{at} \quad x = 0 \dots\dots\dots (20)$$

$$\frac{dW}{dx} = 0 \quad \text{at} \quad x = 0 \dots\dots\dots (21)$$

なお、式(19)の解法には、ルンゲークッターギル法を使用して数値計算を行った。

4. 実験

4.1 実験方法

Fig. 3 に本制御原理確認のための実験装置の概略図を示す。溶融金属として水銀を使用し上流側に設置したタンクに保持しておく。モーターにより一定速度でアクリ

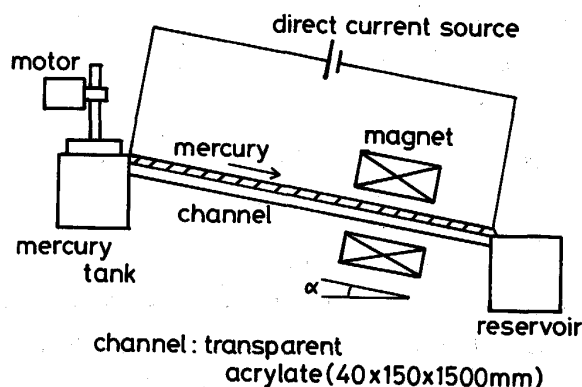


Fig. 3. Schematic view of experimental apparatus.

ル塊をタンクに浸漬させ水銀をオーバーフローさせることにより一定流量を流路に供給して流れを作り、流路の下端付近に設置しておいた永久磁石の磁極間を通過させる。また、流路の両端に電極を設置し電源に接続し電極を通してこの流れに直流電流を印加する。これにより磁極間において流れに直流電流および直流磁場が同時に印加され、誘導される電磁気力が流れの幅を減少させることになる。

なお、タンクよりオーバーフローした直後の流れには乱れがあるため、永久磁石を下端部近くに設置しタンクから電磁気力の印加される位置までの距離を十分とることで乱れを鎮静化させた。また、流れにかかる力は左右対称となるため (Fig. 1 参照) 実験の簡易さより、流路の一方の側壁に沿わせて液体を流すことで側壁を対称軸とみなし実験を行った。流れの形状測定は、暗室内にて次のように行った。流路の底面および側面に感光紙を張り付け、実験開始後流れが定常になった時点で点灯すると水銀の流れが存在する箇所以外は感光紙が感光するため、それを現像して流れの高さおよび幅の流れ方向の分布を知る。

本実験のように外力を加えることで流れの形状を部分的に変化させる場合には流れの慣性力も流れの形状に影響を及ぼすと考えられるので、Fig. 3 における流路の傾斜角度 α を変化させることにより流速を変えた実験も行った。実験条件を Table 1 に示す。ここで、流れの平均流速は供給流量と磁場および電流を印加しない場合の流れの断面積から求めた。

4.2 実験結果および考察

Photo. 1 に電流値を変化させた場合の磁極出口部における流れの様子を示す。電流値の増加にともない流れの幅は減少し流路の側壁における流れの高さが増加している様子が分かる。一方、下流側においては電流値の増加により幅が広がる傾向があるが、これは電磁気力の印

Table 1. Experimental conditions.

Magnetic flux density (Max.)	0.42 (T)
Electric current	0~20 (A)
Electric current density	0~18 ($\times 10^4$ A/m ²)
Inclination of channel	2, 3, 4 (°)
Molten metal flow rate	9.4, 11.4, 13.0 ($\times 10^5$ m ³ /s)
Molten metal velocity	0.82, 1.0, 1.13 (m/s)

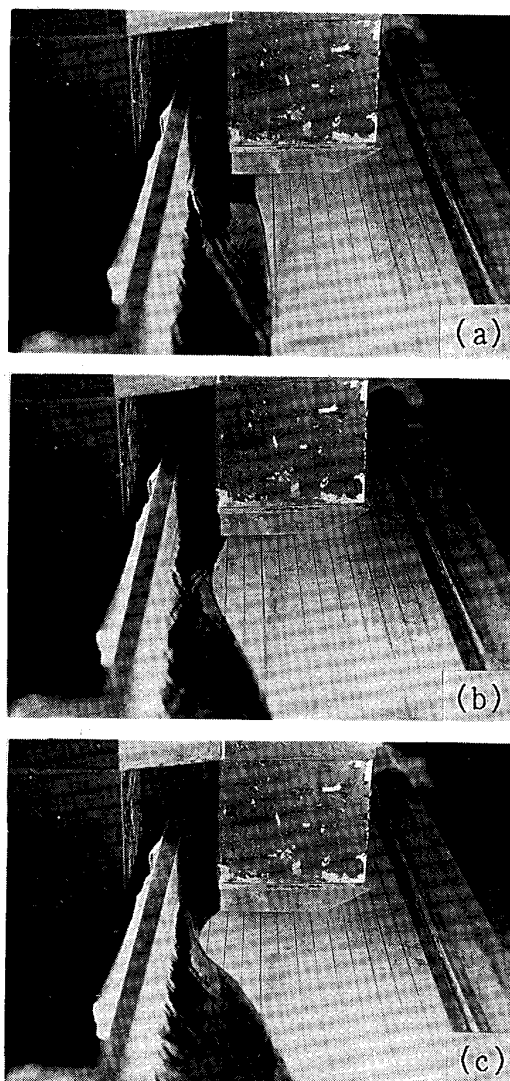
(a) $I = 0$ A (b) $I = 10$ A (c) $I = 20$ A

Photo. 1. Rivulet flow around the outlet of magnetic pole.

加されている部分において高さが増加していることから下流側で溶湯静圧の解放により流れの幅が増加したためと考えられる。なお、印加電流が零の場合にも流れの幅の減少が少し見られるが (Photo. 1 (a)), これは誘導電流によるものである。

Fig. 4 に電流を変化させた場合の流れの幅 W と高さ H の実測値を流速 0.82, 1.0, 1.13 (m/s) のおのこのについて示す。これより電流の増加にともない磁極位置において流れの幅が減少していき、電流を操作変数とし

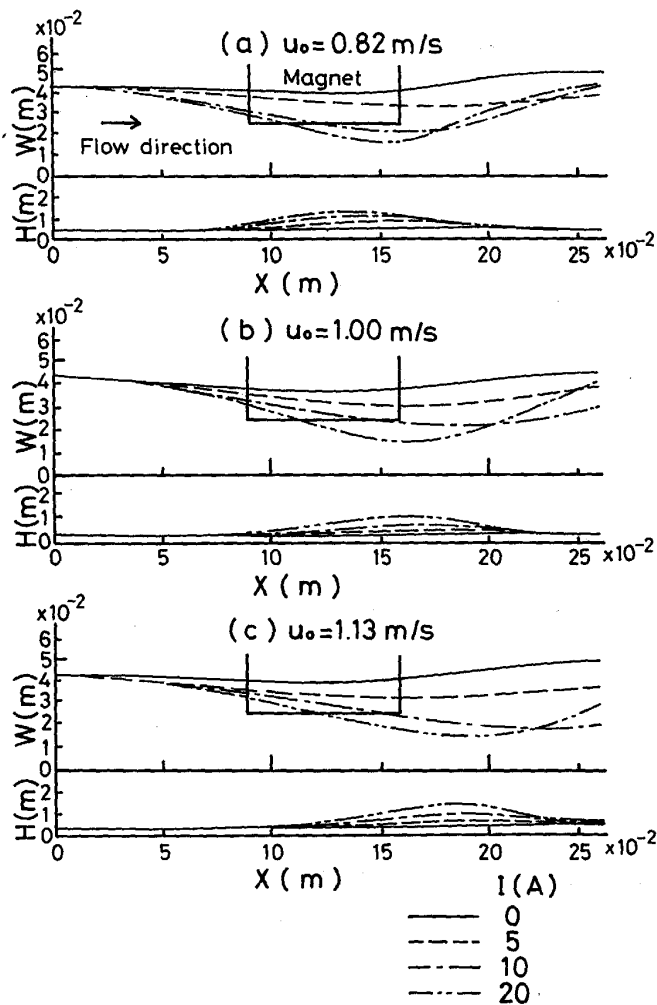


Fig. 4. Observed profile of height and width along flow direction.

て流れの形状が制御できることが分かる。ここで磁場中心部で磁場が最大であるために流れに作用する電磁気力もその点で最大となるが、流れの慣性力によって上流側の幅が押し広げられており、Fig. 4 の (a), (b), (c) を同じ電流値の流れの形状について比較した場合、流れの幅が最も小さくなる位置は流速が大きいものほど下流側に移行している。また、同じ流速のものについて比較した場合電流値が 5 A, 10 A, 20 A と大きくなるにつれて流れの幅が最小となる位置が磁極の中心部に近づくことから、電磁気力は磁極中心部で最大になっていることが理解される。なお、Fig. 4 で実線 (0 A) と破線 (5 A) を比較した場合には上記の傾向と異なっているように見受けられるが、実線 (0 A) の場合の流れの幅の減少の機構は磁場勾配と流れの速度に伴う誘導電流によるものであり²⁾、ここで検討している印加電流による効果とは本質的に異なるものである。すなわち、実線 (0 A) と他の線 (5 A, 10 A, 20 A) が示す傾向を同一視して論ず

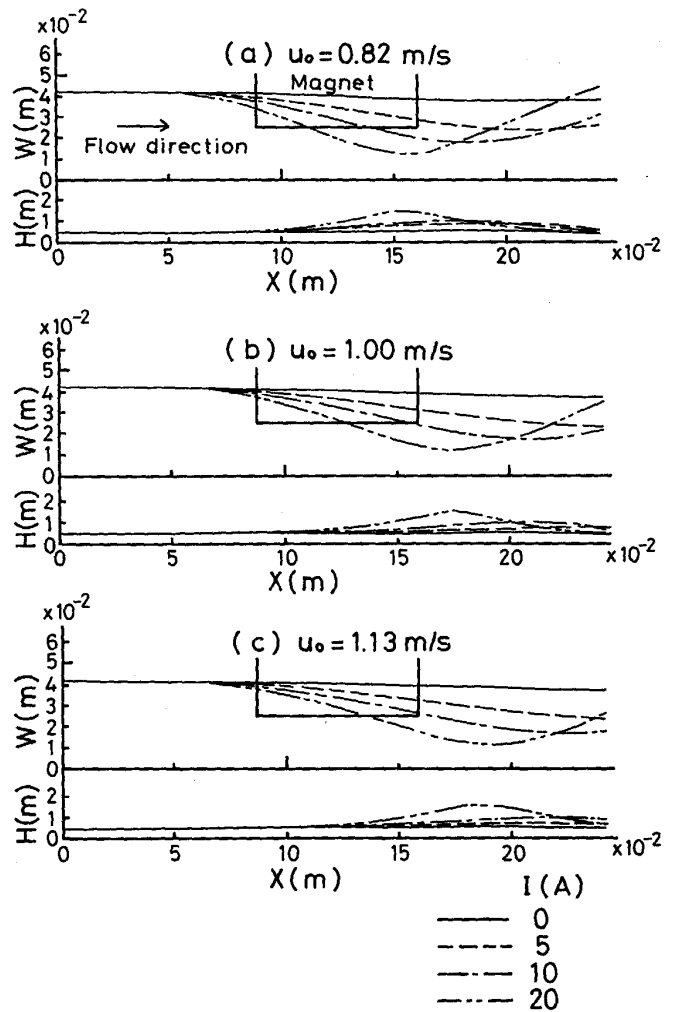


Fig. 5. Calculated profile of height and width along flow direction.

ることはできない。Fig. 5 には、(19)式の常微分方程式を数値計算した結果を Fig. 4 と同様の条件下で示す。計算結果は上記に示した流れの特徴を良く再現していることから流れの形状を求めるうえで本解析が妥当なものであることが分かる。Fig. 6 と 7 に、磁極中心部における流れの無次元化した高さ (H/H_0) と幅 (W/W_0) に及ぼす印加電流と流速の効果を示す。同図より直流電流の増加に従って流れの高さが増加し、幅が減少すること、また流速の増加に従って流れの高さが減少し幅が増加することが分かる。図中の計算結果を示す各種の線は実験結果の傾向を定性的にはあるが説明している。

これらの結果は、直流電流を操作因子として電磁気力により非接触で流れの形状を制御することが可能であることを示し、同時に厳密に流れの形状を制御するためには流れの慣性力の影響も考慮にいれなければならないことも示している。実験結果と計算結果の間に定量的には多少差異がみられる (Fig. 6, 7) のは計算において断面

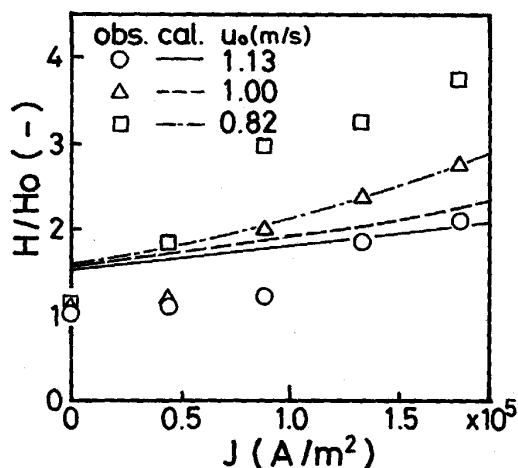


Fig. 6. Effect of direct current and flow velocity on height of the flow.

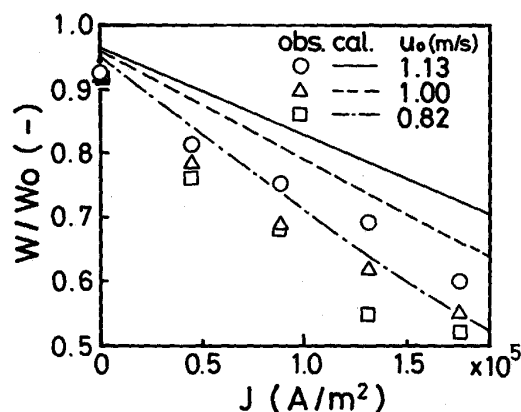


Fig. 7. Effect of direct current and flow velocity on width of the flow.

形状を2次関数で近似していることによるものと考えられる。流れの高さに対して幅が十分に大きければ流れの断面形状は矩形によって良く近似されることが考えられるが、本実験系におけるように流れの幅がそれほど大きくない場合には流れの断面形状は複雑な曲線となることからモデル化の際には適当な近似関数を選ぶ必要がある。今回の解析では2次関数による近似を行っているが、断面形状が電流値や流れの速度に依存しているためすべての流れを2次関数で近似することは難しく、実際の形状と近似した形状との差が実験値と計算値との差として表れたものと考えられる。

Fig. 8 と 9 に、磁極中心部における無次元化した流れの高さと幅とスチュアート数の関係を流速を変化させた場合について示す。ただし電磁気力と流れの慣性力の比を表すスチュアート数を次式で定義する。

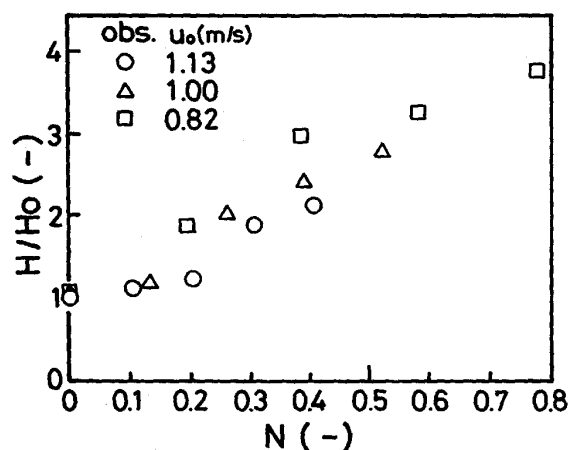


Fig. 8. Effect of Stuart number on height of the flow.

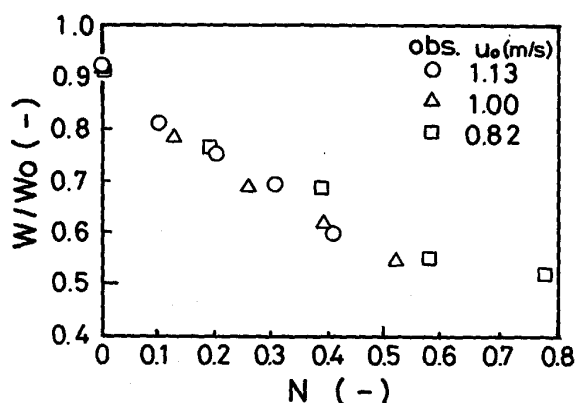


Fig. 9. Effect of Stuart number on width of the flow.

$$N = \frac{IBL}{\rho V^2 A} \quad (22)$$

ここで、代表長さとしては磁場・電場を印加しない場合の流れの幅を使用する。Fig. 8 と 9 において、高さ・幅ともに流速と印加電流値にかかわらずスチュアート数によってかなり良く整理されていることが示され、本実験系では流れの形状が電磁気力と慣性力によって支配されていることが分かる。

5. 結 言

1) 直流磁場下において直流電流を操作変数として溶融金属リブレット流の形状が制御可能であることを明らかにした。

2) 電磁力を印加した場合の溶融金属リブレット流の形状を求める計算モデルを提案し、計算結果が実験結果を説明できることを示した。

最後に、本研究遂行にあたりご協力いただいた名古屋

大学工学部桑原守博士に深く感謝いたします。また、本研究経費の一部は日本鉄鋼協会特定基礎研究会電磁気冶金の基礎研究部会よりご援助いただいたことを記し謝意を表します。

Appendix A

連続の式より(A-1)式を得る。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (\text{A-1})$$

流れの横断面 ($x = \text{const.}$) において x と y 方向の速度成分 u, v は z 方向に均一と仮定すると(A-2)式を得る。

$$w = -z \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + f(x, y) \quad (\text{A-2})$$

壁面 ($z = 0$) において $w = 0$ より(A-3)式が得られる。

$$f(x, y) = 0 \quad (\text{A-3})$$

流れの表面上における速度の z 方向成分を w_h とすると(A-2)式, (A-3)式より次式が得られる。

$$w_h = -h \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad (\text{A-4})$$

一方、定常状態において式(A-5)が成り立つ。

$$w_h = \frac{Dh}{Dt} = u \frac{\partial h}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial y} \quad (\text{A-5})$$

(A-4)式, (A-5)式より(A-6)式を得る。

$$\frac{\partial}{\partial x} (hu) + \frac{\partial}{\partial y} (hv) = 0 \quad (\text{A-6})$$

ここで、流れの高さ h は矩形断面内で均一、流れの幅の変化に伴う h の変化は小さい ($\partial h / \partial y \approx 0$)、 x 方向の速度成分 u は断面内で均一と仮定すると、(A-6)式は(A-7)式となる。

$$\frac{d}{dx} (hu) + h \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{A-7})$$

流れの対称性 ($y = 0$ において $v = 0$) を(A-7)式に適用すると(A-8)式を得る。

$$v = -\frac{y}{h} \frac{d}{dx} (hu) \quad (\text{A-8})$$

流れの側面においては速度の法線方向成分は0であるので次式が書ける。

$$\frac{dW}{dx} = \frac{v_{y=w}}{u_{y=w}} = \frac{v_{y=w}}{u} \quad (\text{A-9})$$

ここで(A-8)式を用いると(A-10)式を得る。

$$v_{y=w} = -\frac{W}{h} \frac{d}{dx} (hu) \quad (\text{A-10})$$

(A-9)式, (A-10)式より(A-11)式を得る。

$$\frac{d}{dx} (uhW) = 0 \quad (\text{A-11})$$

(A-7)~(A-11)より慣性項の展開を行うと(A-12)式となる。

$$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\rho}{h} \left(uh \frac{\partial v}{\partial x} + hv \frac{\partial v}{\partial y} \right) \\ &= \frac{\rho}{h} \left\{ uh \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{d}{dx} (hu) \right\} \\ &= \frac{\rho}{h} (uh)^2 \frac{d}{dx} \left(\frac{v}{hu} \right) \\ &= \rho hu^2 \frac{d}{dx} \left\{ -\frac{y}{h^2} \frac{d}{dx} (hu) \frac{dW/dx}{v_{y=w}} \right\} \\ &= \rho hu^2 \frac{d}{dx} \left\{ \frac{y}{h^2} \frac{hv_{y=w}}{W} \frac{dW/dx}{v_{y=w}} \right\} \\ &= \rho hu^2 y \frac{d}{dx} \left\{ \frac{(dW/dx)}{hW} \right\} \quad (\text{A-12}) \end{aligned}$$

ここで矩形と仮定した断面積 $hW = A$ を一定とすると(A-12)式は(13)式となる。

$$\begin{aligned} \rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) &= \frac{\rho hu^2 y}{A} \frac{d^2 W}{dx^2} \\ &= \frac{\rho u^2 y}{W} \frac{d^2 W}{dx^2} \quad (13) \end{aligned}$$

Appendix B

オームの法則 $\mathbf{J} = \sigma_e (\mathbf{E} + \mathbf{U} \times \mathbf{B})$ とベクトル公式を用いると(B-1)式が得られる。

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{J} &= \sigma_e (\nabla \times \mathbf{E} + \nabla \times \mathbf{U} \times \mathbf{B}) \\ &= \sigma_e (\nabla \times \mathbf{U} \times \mathbf{B}) \\ &= \sigma_e \{ (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{U} - (\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{B} \} \\ &= \sigma_e \left\{ |0\rangle_x, |0\rangle_y, \left\{ B_z \frac{\partial u}{\partial z} - u \frac{\partial B_z}{\partial x} \right\}_z \right\} \quad (\text{B-1}) \end{aligned}$$

鉛直方向 (z 方向) の u の変化が小さいとし、 $\partial u / \partial z = 0$ とする。また x 方向の流れの速度は電磁気力の作用しない場合の速度 u_0 で代用すると(B-1)の z 成分の式を使って(B-2)式が次のように得られる。

$$\frac{\partial J_y}{\partial x} - \frac{\partial J_x}{\partial y} = -\sigma_e u_0 \frac{\partial B_z}{\partial x} \quad (\text{B-2})$$

B_z の x 方向の勾配は流れの幅にわたって (y 方向について) 変化しているが、ここではその平均値を用いることにする。ただし B_z は(11)式に示すように x の1次式で近似しているので B_z の x による偏微分は定数となり、この平均値は x のみの関数となる。

$$\frac{\partial J_y}{\partial x} - \frac{\partial J_x}{\partial y} = -\frac{\sigma_e u_0}{W} \int_0^W \frac{\partial B_z}{\partial x} dy \quad (\text{B-3})$$

次に、誘導電流は磁場勾配が存在する端部を除けば流れ方向の x 成分が支配的であることを考慮して、 y 成分が無視できると仮定すると(B-4)式を得る。

$$\frac{dJ_x}{dy} = \frac{\sigma_e u_0}{W} \int_0^W \frac{\partial B_z}{\partial x} dy \equiv C \quad (\text{B-4})$$

ここで、 C は x のみの関数となる。

さらに、誘導電流は磁場勾配の存在する領域内で電流ループを形成しその中心が流れの幅の中心にあると仮定

すると、(B-4)式の境界条件は(B-5)式により与えられる。

$$J_x = 0 \quad \text{at} \quad y = W/2 \quad \dots\dots\dots (B-5)$$

(B-4)式を上記の境界条件のもとで解くと(B-6)式となる。(B-6)式において J_x は W の関数となり流れの形状を反映していることになる。

$$J_x = \frac{\sigma_e u_0 (y - W/2)}{W} \int_0^W \frac{\partial B_z}{\partial x} dy$$

$$= C (y - W/2) \quad \dots\dots\dots (B-6)$$

(B-6)式より誘導電流による電磁気力は(18)式のように求められる。

$$\int_0^W \int_0^h J_x B_z dz dy$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^W \int_0^h C |y - W/2| (ay^2 + by + c) dz dy$$

$$= \frac{CH}{4} \{ 2a (W^4/4) + (2b - aW) (W^3/3) \\ + (2c - bW) (W^2/2) - cW^2 \}$$

$$- \frac{CH}{2} \{ 2a (W^4/64) + (2b - aW) (W^3/24) \\ + (2c - bW) (W^2/8) - cW^2/4 \}$$

$$\equiv G(x, W) \quad \dots\dots\dots (18)$$

ここで電磁気力は流れに対し左右対称にかかるので、その絶対値を断面平均して求めた。

記 号

A : 流れの横断面積 (m^2)
 B , B : 磁束密度 (T)
 E : 電場 (A/m)

F , F : x 方向単位長さあたりの力 (N/m)

g : 重力加速度 (m/s^2)

h : 流れの任意の位置における高さ (m)

H : 流れの側壁における高さ (m)

I : 電流 (A)

J , J : 電流密度 (A/m^2)

L : 流れの代表長さ (m)

N : スチュアート数 (—)

Q : 流量 (m^3/s)

u : 流速の x 方向成分 (m/s)

U : 流速 (m/s)

v : 流速の y 方向成分 (m/s)

W : 流れの幅の 1/2 の値 (m)

w : 流速の z 方向成分 (m/s)

ρ : 熔融金属の密度 (kg/m^3)

σ_e : 熔融金属の電気伝導度 ($1/\Omega \cdot m$)

文 献

- 1) 湯原 温, 小塚敏之, 浅井滋生, 磯 巖: 材料とプロセス, 1 (1988), p. 389
- 2) 大島修造, 山根隆一郎, 持丸義弘, 須藤浩三: 日本機械学会 論文集 B, 51 (1985), p. 3471
- 3) T. N. AITOV, A. B. IVANOV and A. V. TANANAEV: Magnethydrodynamics, 1 (1986), p. 91
- 4) T. N. AITOV and B. A. DITYATKIN: Magnethydrodynamics, 4 (1986), p. 41
- 5) T. N. AITOV, E. M. KIRILLINA and A. V. TANANAEV: Magnethydrodynamics, 1 (1986), p. 7
- 6) S. G. BANKOFF: Int. J. Heat and Mass Transfer, 14 (1971), p. 2143
- 7) 大島修造, 山根隆一郎, 持丸義弘, 須藤浩三: 日本機械学会 論文集 B, 51 (1985) p. 3480