

© 1990 ISIJ

論文

粘塑性構成式による高炭素低合金鋳塊の
熱応力解析戎 嘉男^{*}・関根 和喜^{*2}・葉山益次郎^{*2}Thermal Stress Analysis of a High Carbon Low Alloy Cast Steel
Ingot by the Use of a Viscoplastic Constitutive Equations

Yoshio EBISU, Kazuyoshi SEKINE and Masujiro HAYAMA

Synopsis:

Applicability of the temperature and strain rate-dependent constitutive equations proposed by L. ANAND, which is based on an internal-variable theory, is examined for a high carbon low alloy cast steel.

It is shown that with relatively less number of compression test data these equations can well predict the stress-strain relations of the material at elevated temperatures in excess of a homologous temperature of 0.5.

Formulation by the finite element method is done based on these constitutive equations to calculate thermal stress state during solidification and subsequent cooling period of an ingot of the above steel, which shows that the method described in this paper is useful for analyzing thermally-induced high temperature problems of castings. The method also offers a simplified, straightforward algorithm of FEM compared with the classical treatment where the stress-strain relationship is modelled by the combinations of time-independent elastoplasticity and of elastoplasticity and creep.

Key words: constitutive equations; viscoplasticity; low alloy steel; ingot casting; thermal stress; finite element method.

1. 緒 言

金属材料の凝固・冷却過程においては、物体は連続的に変化するひずみ速度と温度の状況下におかれているので、このような物体の応力・ひずみ解析に際しては温度はもちろんひずみ速度の影響を考慮する必要がある。これらの影響を考慮した解析例として、Perzyna の粘塑性理論を基礎に、凝固直後から室温に至る全温度範囲で鋼塊の熱応力解析を行った吉田・長岐・井上¹⁾の方法、さらに溶接過程の熱応力解析に発展させた王・井上の方法²⁾が上げられる。これらの方法で用いられている材料の応力-ひずみ関係を記述する構成式は後述する内部変数理論の観点から見ると、古典的構成式の範疇に入るものである。その他、温間・熱間加工において種々の構成式が提案されており、文献も多い。これらの一例を文献3)及び4)に示す。

一方、材料の微視的な変形のメカニズムに対する考察から応力-ひずみ関係を記述するマクロ的、現象論的な

構成式を構築しようとする立場をとる、いわゆる内部変数理論について多くの研究が行われておらず、成書⁵⁾が出版されている。内部変数理論においては、変形による材料の硬化及び軟化の状態を内部変数と呼ばれるいくつかの物理量で記述し、これら変数と応力及び温度の函数として非弾性挙動をより正確に予測しようとするものであり、構成式の形が重要となる。実用的には少ない実験数で構成式に含まれる材料パラメーターを決定でき広い温度及びひずみ速度範囲で適用できることが望ましい。本論文では、L. ANAND⁶⁾によって提案された構成式を採用し、低合金鋼への適用性について検討した。さらに有限要素法による定式化を行い、低合金鋼塊の凝固・冷却過程における熱応力解析を行った。また、ANANDの構成式を用いた本法においては、従来多くの弾塑性解析に見られるように応力-ひずみ関係を時間に依存しない弾塑性あるいは弾塑性とクリープの組合せとして取り扱うのではなく、これらを区別せず、時間依存型の非弾性変形として統一的に扱うことにより、有限要素法のアルゴリ

平成2年2月20日受付(Received Feb. 20, 1990)

* 横浜国立大学工学部(現:(株)エビス)(Faculty of Engineering, Yokohama National University, Now EBIS Corporation, 5-10-6 Araisono Sagamihara 228)

*2 横浜国立大学工学部(Faculty of Engineering, Yokohama National University)

$$\{\dot{\sigma}\} = [D](\{\dot{\varepsilon}\} - \partial[D]^{-1}/\partial T \{\sigma\} \dot{T} - \{\alpha\} \dot{T} - \{\partial\alpha/\partial T\} T \dot{T} - \{\dot{\varepsilon}^p\}) \quad \dots \dots \dots (13)$$

$$\{\dot{\varepsilon}^p\} = 3 \dot{\varepsilon}^p / 2 \bar{\sigma} \{\sigma'\} \quad \dots \dots \dots (14)$$

仮想仕事の原理を(13)式に適用して要素の剛性方程式

$$[k]\{\dot{u}\} = \{\dot{L}_s\} + \{\dot{L}_E\} + \{\dot{L}_{th}\} + \{\dot{L}_p\} \quad \dots \dots \dots (15)$$

を得る。ここに、 $\{\dot{L}_s\}$, $\{\dot{L}_E\}$, $\{\dot{L}_{th}\}$, $\{\dot{L}_p\}$ はそれぞれ外荷重、弾性定数の温度依存性、熱膨張および粘塑性変形による等価節点力速度であり次式で与えられる。

$$[k] = \int_V [B]^T [D] [B] dV \quad \dots \dots \dots (16)$$

$$\{\dot{L}_E\} = \int_V [B]^T [D] \partial[D]^{-1}/\partial T \{\sigma\} \dot{T} dV \quad \dots \dots \dots (17)$$

$$\{\dot{L}_{th}\} = \int_V [B]^T [D] (\{\alpha\} + \{\partial\alpha/\partial T\} T) \dot{T} dV \quad \dots \dots \dots (18)$$

$$\{\dot{L}_p\} = \int_V [B]^T [D] \{\dot{\varepsilon}^p\} dV \quad \dots \dots \dots (19)$$

計算方法は概要次のとおりである：ある時間ステップ Δt において、

(1), (4), (8), (7)式より $\dot{\varepsilon}^p$, S^* , S を求め、(14)式より $\{\dot{\varepsilon}^p\}$ を計算する。

(2) 温度変化速度 \dot{T} を計算する(3・1節を参照)

(3) (16)～(19)の式より各要素の $[k]$, $\{\dot{L}_{th}\}$, $\{\dot{L}_E\}$ および $\{\dot{L}_p\}$ を計算し系全体の剛性方程式 $[K]\{\dot{U}\} = \{\dot{L}\}$ へ重ね合わせる。

(4) 上記剛性方程式を解き各要素のひずみ速度 $\dot{\varepsilon}$ さらに(13)式より応力速度 $\dot{\sigma}$ を求め、前タイムステップまでの解へ加える。すなわち、

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon\} + \{\dot{\varepsilon}\} \Delta t,$$

$$\{\sigma\} = \{\sigma\} + \{\dot{\sigma}\} \Delta t, \quad S = S + \dot{S} \Delta t \text{ etc.}$$

を求め次の時間ステップ(1)へもどす。

ここで、上記のアルゴリズムと従来の方法との違いを簡単に考察しておく。周知のごとく、この種の熱応力解析に多く用いられている古典的な熱弾塑性有限要素法¹³⁾では、材料の応力-ひずみ関係を弾性と塑性に分解して扱う結果、降伏という概念を必要とする。従って、弾性から塑性へ遷移する要素について特別の考慮を払う必要がある。よく用いられる方法として、要素を1個づつ降伏させるよう荷重増分を制御する山田らのいわゆる γ_{min} 法¹⁴⁾は計算精度に優れているが、2次元あるいは3次元問題となると荷重増分ステップ数が極端に多くなり計算時間が増大する。これを避けるために弾性マトリックス $[D^e]$ と塑性マトリックス $[D^{ep}]$ からなる換算塑性マトリックス $[D^{ep}]_{eff}$ を用いる方法¹⁵⁾等が提案されている。ペルソナ型の粘塑性構成式を用いた方法¹²⁾は溶融状態から室温まで扱える点で有用性が高いがやはり降伏の概念を用いており、弾性から塑性あるいは弾性から塑性へ遷移する要素について特別の考慮

を必要とするなど上述の古典的弾塑性解析と同様の事情を有するものと判断される。一方、本法においては、上述のアルゴリズムから明らかにごとく、材料の応力-ひずみ関係を弾性と塑性とに分解せず時間依存型の非弾性変形として統一的に扱う結果、降伏という概念は不要となり上記のような古典的扱いに比べてアルゴリズムが簡明となる。本法においては弾性マトリックス(式(13))の $[D]$ のみ計算すればよい。従って γ_{min} 法との比較においてはもちろんのこと、上記の他の方法に比べて計算時間が短縮される。

3. 実験及び計算結果

3・1 鋳造実験

高周波誘導炉にて低合金鋼を大気溶解し Al 脱酸後 Fig. 1 に示す円筒形鋳型に下注ぎ鋳造した。図中には鋳造後インゴットを切断して確認した PR 熱電対の位置

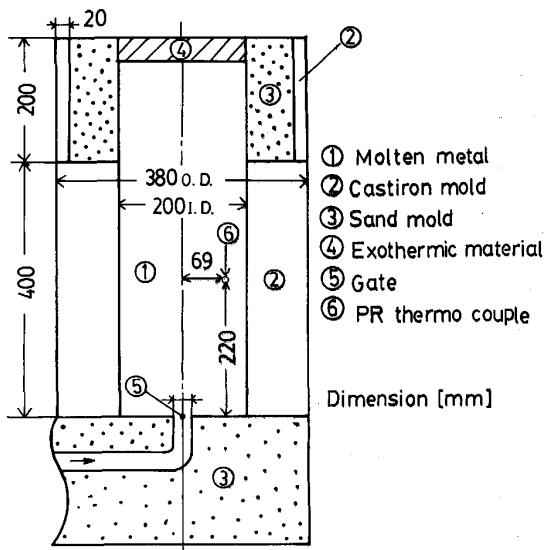


Fig. 1. Casting mold.

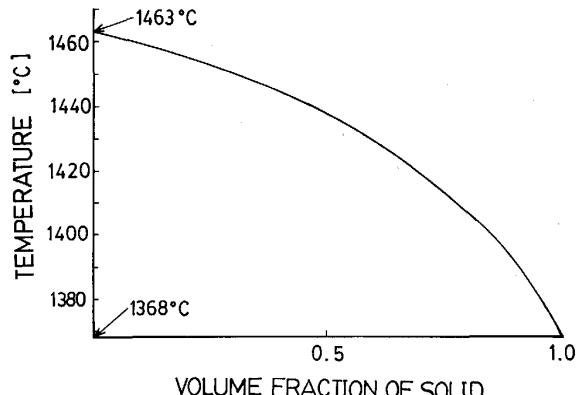


Fig. 2. Relationship between temperature and volume fraction of solid for the low alloy steel calculated using the method by FUJII et al. ref. 16).

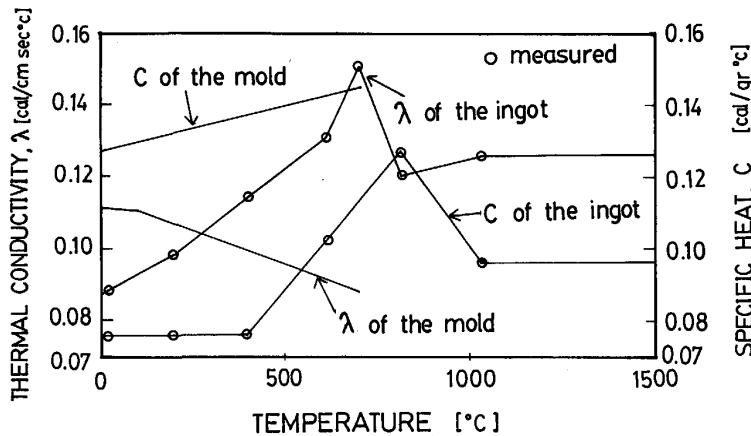


Fig. 3. Thermal properties of the low alloy steel and a cast iron.

Table 1. Chemical compositions of the low-alloy cast steel used for analysis (wt%).

C	Si	Mn	P	S	Ni	Cr	Mo
0.83	0.21	0.61	0.017	0.006	0.12	1.01	0.42

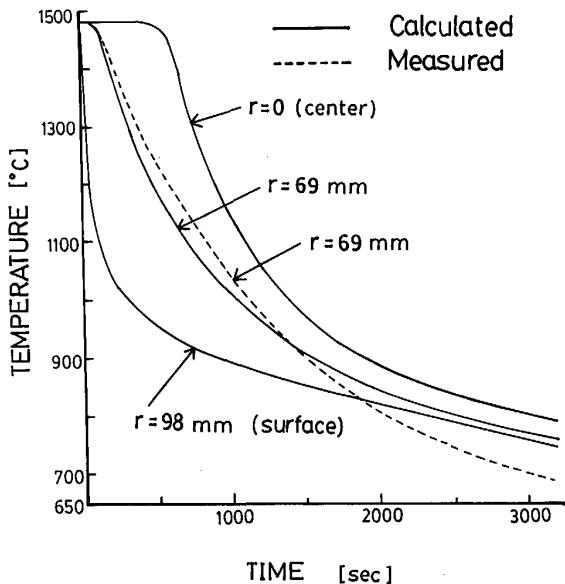


Fig. 4. Computational results of the temperature-time curves together with the measured curve at the location of the ingot shown in Fig. 1.

を示す。注湯温度は約 1550°C, 注湯時間は 33 s であった。化学成分値を Table 1 に示す。熱応力の計算に必要となるインゴットの凝固及び冷却中の温度分布については差分法による半径方向一次元の数値解析を行って求めた。その際必要となる温度と固相率の関係については上記成分の多元合金モデル¹⁶⁾によって求めた。その結果を Fig. 2 に示す。計算に用いた熱物性値を Fig. 3 に示す。またインゴット及び鉄鉄鉄型の密度はそれぞれ 7.6 及び 7.0 (g/cm³), 凝固潜熱は 66 (cal/g), インゴット/金型境界における伝熱抵抗を 20 (cm²s°C/cal) とし

Table 2. Values of the material parameters in ANAND's constitutive equations obtained from Fig. 5.

$$\begin{aligned}
 A &= 10^{11} [\text{s}^{-1}] \\
 Q &= 6.55 \times 10^{-19} [\text{J}] \\
 m &= \begin{cases} 5.606 \times 10^{-4} T - 0.4388 & (T \geq 970^\circ\text{C}) \\ 5.882 \times 10^{-5} T + 0.0479 & (970^\circ\text{C} \geq T \geq 700^\circ\text{C}) \end{cases} \\
 h_0 [\text{kgt/mm}^2] &= \begin{cases} 60 & (T \geq 1140^\circ\text{C}) \\ 469.1 - 0.3588 T & (1140^\circ\text{C} \geq T \geq 970^\circ\text{C}) \\ 914.1 - 0.8176 T & (970^\circ\text{C} \geq T \geq 700^\circ\text{C}) \end{cases} \\
 \dot{S} [\text{kgt/mm}^2] &= \begin{cases} 2.0435 - 5.2941 \times 10^{-4} T & (T \geq 970^\circ\text{C}) \\ 6.1518 - 4.7647 \times 10^{-3} T & (970^\circ\text{C} \geq T \geq 700^\circ\text{C}) \end{cases} \\
 m' &= \begin{cases} 4.6375 \times 10^{-4} T - 0.3067 & (T \geq 1140^\circ\text{C}) \\ 2.5128 \times 10^{-4} T - 0.0645 & (1140^\circ\text{C} \geq T \geq 700^\circ\text{C}) \end{cases} \\
 \text{Young's modulus} &= 962.5 - 0.625 T (T \geq 1140^\circ\text{C}) \\
 E [\text{kgt/mm}^2] &= \begin{cases} 3100.0 - 2.5 T & (1140^\circ\text{C} \geq T \geq 1000^\circ\text{C}) \\ 7600.0 - 7.0 T & (1000^\circ\text{C} \geq T \geq 700^\circ\text{C}) \end{cases} \\
 S_0 [\text{kgt/mm}^2] &= \begin{cases} 1.9425 - 0.001125 T & (T \geq 1140^\circ\text{C}) \\ 6.8294 - 5.4118 \times 10^{-3} T & (1140^\circ\text{C} \geq T \geq 970^\circ\text{C}) \\ 9.4541 - 8.1176 \times 10^{-3} T & (970^\circ\text{C} \geq T \geq 700^\circ\text{C}) \end{cases}
 \end{aligned}$$

Note : n is determined by the relationship $n = m' - m$ ⁶⁾

た。結果を Fig. 4 に示す。図中には底面から 220 mm, $r = 69$ mm における温度実測値を示す。時間が経つにつれて計算値が実測値より高くなっているが、この主な原因は鋳型底面からの抜熱の影響を無視していることによると思われる。なお、鋼塊縦断面のマクロエッティングの結果ほぼ全域で等軸晶組織であった。

3・2 ANAND の構成式の材料パラメーターの決定

ANAND の構成式(4), (7)および(8)式の材料パラメーター A , Q , m , h_0 , S および n を決定するため、インゴットより圧縮試験片(直径 6 mm × 長さ 10 mm)を切り出し($r = 65$ mm, 中央部より採取), 試験温度 800°C, 970°C, 1140°C および 1300°C の 4 段階, ひずみ速度 10^{-1}s^{-1} , $3 \times 10^{-3}\text{s}^{-1}$ および 10^{-4}s^{-1} の 3 段階で真空圧縮試験を行い真応力-真ひずみ曲線を得た。(試験機は富士電波工機製 THERMECMMASTER-Z)。圧縮を開始するに先立って各試験温度で 20 min 保持し(ただし, 1300°C については 5 min とした)試料を完全にオーステナイト化した。結果のデータ解析に際して

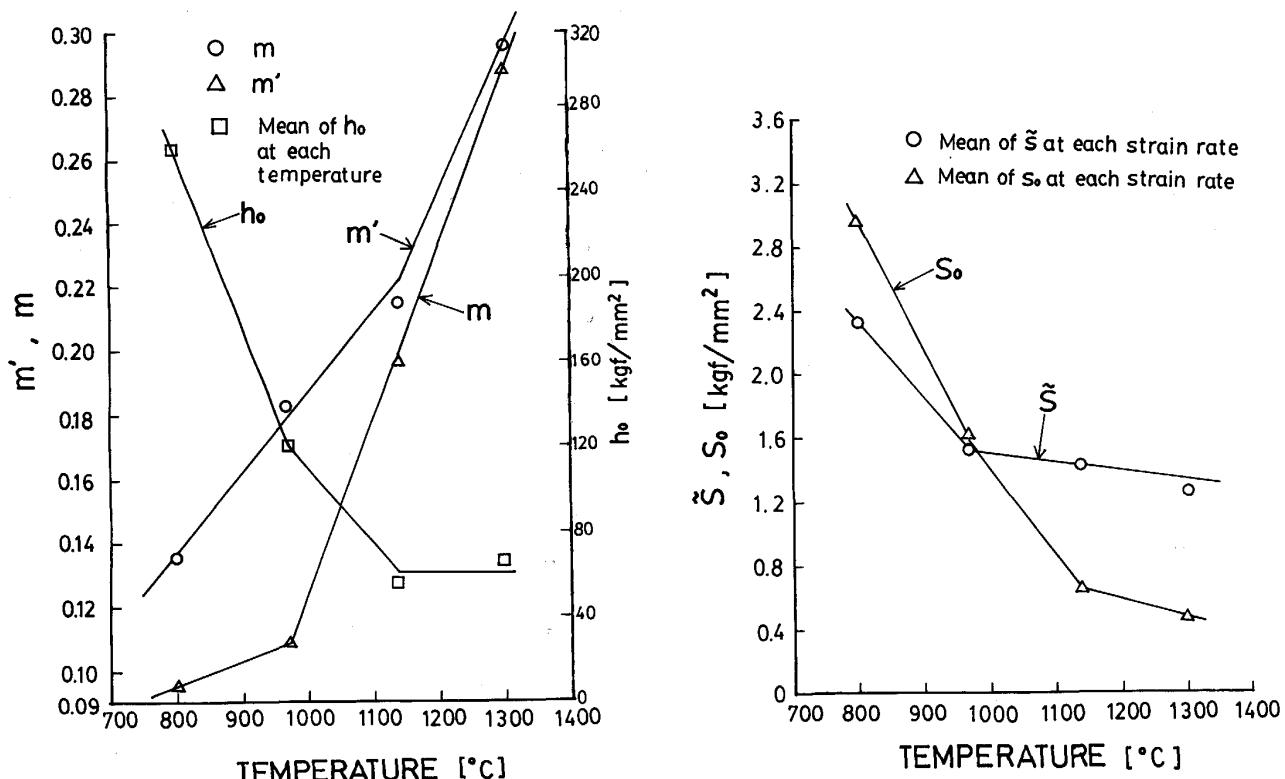


Fig. 5. Temperature-dependent material parameters in ANAND's constitutive equations for the low alloy steel ingot; these values were determined from compression test data obtained at strain rates of 10^{-1} , 3×10^{-3} and 10^{-4} s^{-1} , and at temperatures of 800, 970, 1140 and 1300°C.

$A = 10^{11} \text{ s}^{-1}$ (デバイ振動数), $Q = \text{Const}$ と仮定した。 m , m' ($= n + m$, 文献 6 参照), S 等すべてのパラメーターで温度依存性とともに比較的小さい応力(ひずみ速度)依存性が認められた。この傾向は高温、高ひずみ速度になるほど大きくなる。そこで、応力依存性が特に顕著に現れる $\dot{\epsilon} = 10^{-1} \text{ s}^{-1}$, $T = 1300^\circ\text{C}$ のデータを除き、温度依存性のみを考慮してデータ解析を行った。結果を Fig. 5 に示す。紙面の都合で詳しい考察は省くが、ひずみ硬化速度 h_0 は温度上昇とともに小さくなる。 n ($= m' - m$) は高温になるほど小さくなり(7)および(8)式よりひずみ軟化が効いてくるなど期待される効果を示している。これらのグラフから求めた材料パラメーターを Table 2 に示す。Table には Young 率および内部変数 S の初期値 S_0 も含まれている。これらの材料パラメーターを用いて計算した真応力-真ひずみ曲線を実験データとともに Fig. 6 に示す。実験値と計算値の良好な一致が認められる。ANAND⁶⁾ は 0.05 wt% 炭素鋼について m , h_0 , S および n をすべて定数と仮定して決定した値を用いて応力-ひずみ関係を精度良く予測できることを示した。一方、本論文で扱った合金は炭素量が 0.83 wt% と高く多くの元素を含むオーステナイト+炭

化物組織であるため温度依存性が強く現れたものと考えられる。

3・3 計算結果

2・2 節で述べた方法によって低合金鋼塊 (Fig. 1 参照) の凝固及び冷却過程における熱応力計算を行った。計算に用いた材料パラメーターを Table 2 に示す。熱膨張係数は, $20 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$ とした。軸方向のひずみ速度一定とする一般化平面ひずみ条件を採用し、構成式の適用温度範囲を考慮し、凝固開始から約 750°C までの温度範囲で計算を行った。なお、凝固中、固相部分には、熱応力の他に液相及び固液共存相の液体による圧力が働くが、本論文においては、液相圧は扱わざ固相に生ずる半径方向一次元の熱応力のみ計算した。[ここでは液圧の影響については言及しないが、一般的にいって、凝固の初期の段階では固相に働く液圧の影響は無視できない。しかしながら、鋼塊の場合、ある程度凝固が進行した段階では熱応力の大きさに比べて液圧の影響は無視してよいと考えられる。] 結果を Fig. 7 に示す。応力分布は外側で圧縮、内側で引張りとなり時間経過に伴う温度降下とともにこれらの値は大きくなる。凝固完了後は内側で σ_r , σ_θ , σ_z ともに大きくなり中心で最大値を示す

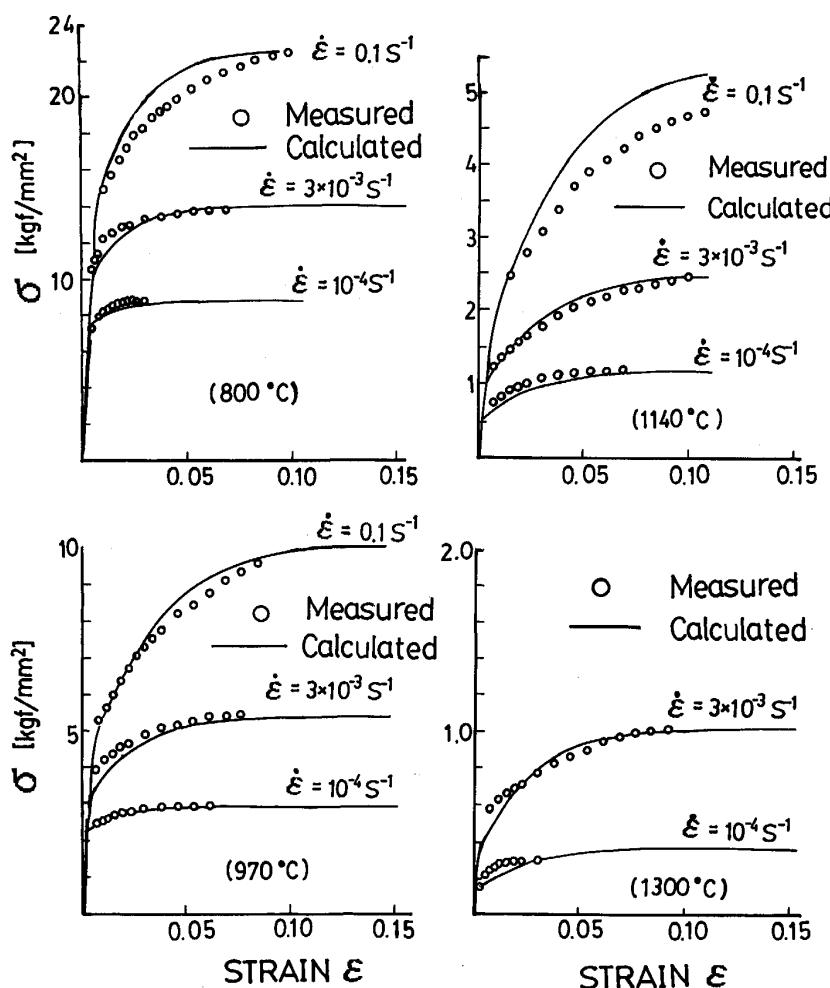


Fig. 6. Calculated stress-strain curves for various strain rates and temperatures, and the compression test data for the low alloy steel ingot: the full lines are theoretically calculated curves, while experimental data denoted by circles.

(Fig. 7(c)). 鋼塊の内部割れを考察する場合、応力分布とともに純粋な塑性ひずみ分布が重要となるので図にはこれも含めた(Fig. 7(c))。円周方向の塑性ひずみ ϵ^p_θ が負になっているのに対して鋼塊内部で軸方向の塑性ひずみ ϵ^p_z が正となっていることがわかる。

4. 結 言

温度及びひずみ速度依存性を考慮した内部変数理論としてANANDによって提案されている構成式を用い、高炭素低合金鋼への適用性について検討した。その結果、 $T/T_m > 0.6$ (T =温度, T_m =融点 [K]) のオーステナイト温度範囲において、比較的少ない圧縮試験数で材料の応力-ひずみ応答を十分予測できることがわかった。さらに本構成式を用いた有限要素法による定式化を行い、低合金鋼塊の凝固・冷却過程における熱応力解析を行い実用問題の解析に適用できることを示した。また、材料の応力-ひずみ関係を時間に依存しない弾塑性あるいは弾塑性とクリープの組合せとして扱う古典的な方法に比べてこれらを区別せず時間依存型の粘塑性として統

一して扱う内部変数理論を用いれば、有限要素法のアルゴリズムを簡明化できることを示した。

最後に、鋳造実験に協力いただき試料を提供された関東特殊製鋼(株)、日代充信、前田長門の両氏、高温圧縮試験を実施していただいた NKK 中央研究所の大内千秋氏に感謝の意を表します。

文 献

- 1) 吉田 晃、長岐 滋、井上達雄: 材料, 31 (1982), p. 897
- 2) 王 志剛、井上達雄: 日本機械学会論文集(A), 50 (1984), p. 1900
- 3) 濑沼武秀、矢田 浩、浜渦修一: 第 101 回塑性加工シンポジウム前刷集(塑性加工学会・機械学会共編)(1985), p. 21
- 4) 大野信忠: 同上, p. 33
- 5) 例えは J. R. RICE: Constitutive Equations in Plasticity, ed. by A. S. ARGON (1975), p. 23 [MIT Press]
- 6) L. ANAND: Trans. ASME J. Eng. Mater. Technol., 104 (1982), p. 12
- 7) O. D. SHERBY and P. M. BURKE: Progress in Materials Science, ed. by CHALMERS, 13 (1966), p. 324 [Pergamon Press]
- 8) M. F. ASHBY: Acta Metall., 20 (1972), p. 887
- 9) J. J. GILMAN: Proc. 5 th U. S. Nat. Cong. Appl. Mech.,

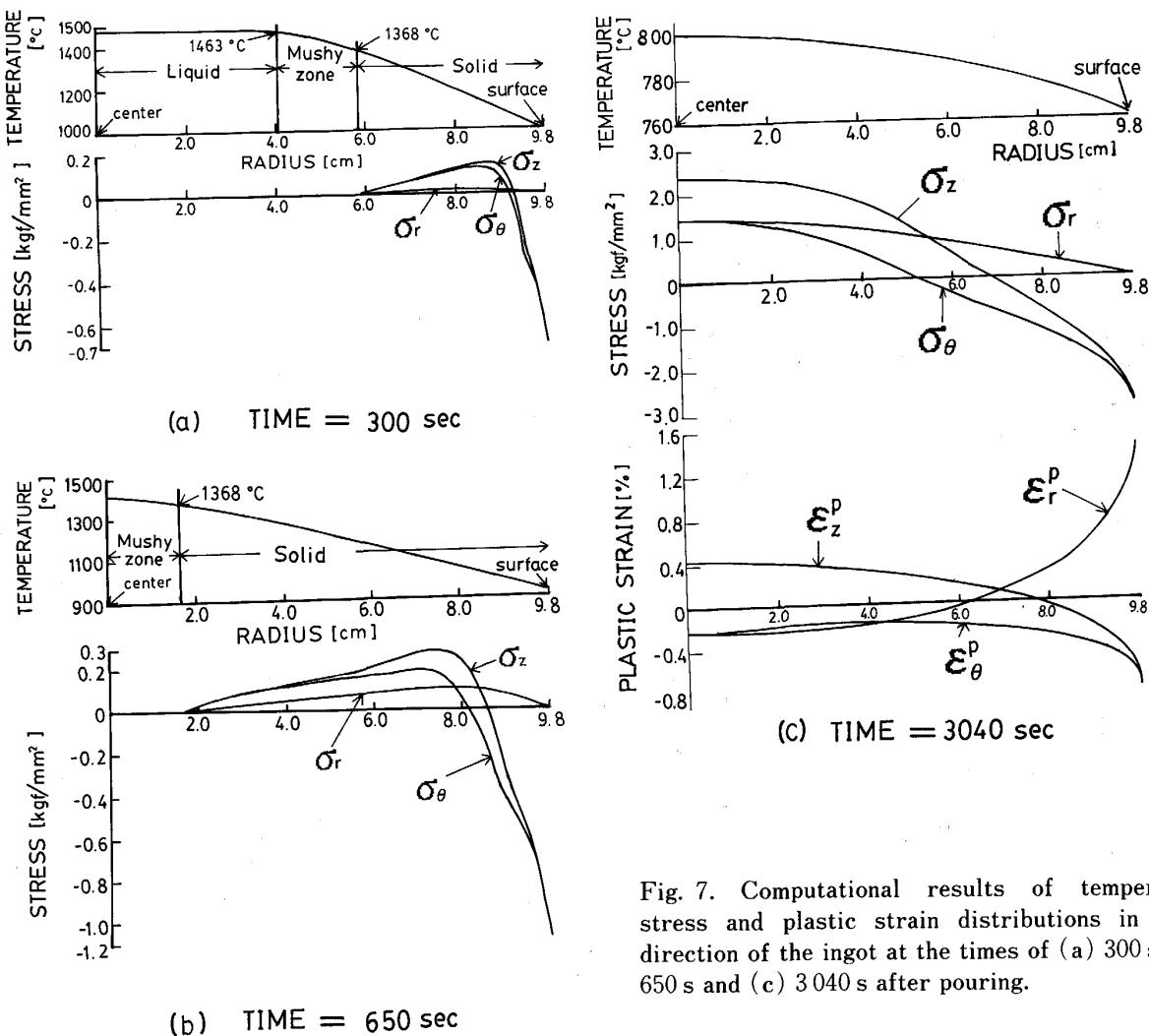


Fig. 7. Computational results of temperature, stress and plastic strain distributions in radial direction of the ingot at the times of (a) 300 s (b) 650 s and (c) 3040 s after pouring.

- (1966), p. 385
 10) E. W. HART: ASME J. Eng. Mater. Technol., **98** (1976), p. 193
 11) U. F. KOCKS: 文献 5), p. 81
 12) R. HILL: The Mathematical Theory of Plasticity (1950), p. 38 [Clarendon Press, Oxford]
 13) 例えば Y. EBISU: Trans. Iron Steel Inst Jpn., **25** (1985), p. 30

- 14) Y. YAMADA, N. YOSHIMURA and T. SAKURAI: Int. J. Mech. Sci., **10** (1968), p. 343
 15) 山田嘉昭: 有限要素法ハンドブック II 応用編 (山田嘉昭, 宮本博編) (1981), p. 201 [培風館]
 16) T. FUJII, D. R. POIRIER and M. C. FLEMINGS: Metall. Trans. B, **10** (1979), p. 331