

## 論文

光弾性法による閉式孔型ロールの応力解析  
と形状の検討

宮沢 賢二\*

Stress Analysis of Grooved Rolls Having Closed Passes and Discussion on Their Groove Shapes by photoelastic Methods

Kenji MIYAZAWA

## Synopsis:

There was a breaking accident of a solid grooved roll having closed passes, which seemed to be broken at a groove bottom mainly by mechanical stresses.

The stresses were analyzed by a three-dimensional photoelastic method and the cause of the breakage was studied. The effect of groove shapes on the stress distribution of the grooved roll was investigated by a two-dimensional photoelastic method. The main results obtained are as follows:

1) As a result of the stress analysis of the solid grooved roll having closed passes, it became clear that the breakage was caused by too large mechanical working stresses.

2) To prevent the breaking accident of the grooved roll at a groove fillet, it is most effective to make the diameter of the groove and collar as large as possible.

**Key words:** stress analysis; photoelastic method; grooved roll; closed pass; breakage; groove shape; mechanical stress.

## 1. 緒言

形鋼、軌条、棒鋼などを圧延する溝つきロールでは、溝底から破壊して折損するものがしばしばある。折損ロールは特定の圧延機で使用されたもので、溝が複数個で深いもの、あるいは深くて複雑なもの、などに多いようである。折損事故の因子としては、ロールの構造(一体あるいは組立式)、溝の形状、圧延条件、ロール管理法、ロール材の耐熱き裂性、強度、韌性などがあげられる。

折損の原因と防止法を検討するためには、圧延使用時におけるロールの応力解析を必要とするが、解析した報告はほとんどみられない。その理由としては、溝つきロールに作用する応力が、圧延荷重による応力、熱応力、残留応力などの重畠したものとなり、応力解析が困難であること、および解析に必要なデータも少ないとこと、などがあげられる。

溝つきロールの折損事故品には、熱応力が支配的なもの、曲げやねじりなどによる機械的応力が支配的なもの、およびはじめ熱応力が支配的で熱き裂が発生し、その後機械的応力が支配的となつて折損に至つたものなど、さ

まざまの場合があるようにみうけるが、耐折損性におよぼすロールの溝形状の影響は、かなり大きいと考えられる。

そこで、本研究では、2重式圧延機で使用され、機械的応力が支配的で溝底から折損したと予想された一体式構造の閉式孔型ロールをとりあげ、まずその機械的応力を3次元光弾性法により解析し、折損原因について考察した。次に、2次元光弾性法により溝の形状的強化法について検討した。

## 2. 実験方法

## 2.1 供試モデル

閉式孔型ロールの3次元光弾性モデルの寸法をFig. 1に示した。モデルは寸法を縮尺1/10とし、合成樹脂(アラルダイトB)と硬化剤(ハードナー901)を融解(130°C)して重量比100:20に配合し、均一に混合した後注型凝固させ、その鋳塊を機械加工して製作したものである<sup>1)</sup>。

次に2次元光弾性モデルは、軸心を含む実体ロール縦断面の1/5寸法のものとしたが、上ロールモデルとし

昭和55年4月本会講演大会にて発表 昭和62年4月13日受付 (Received Apr. 13, 1987)

\* 関東特殊製鋼(株)研究開発部 (Research and Development Department, Kanto Special Steel Works, Ltd., 1-3-1 Tsujidoukandai Fujisawa 251)

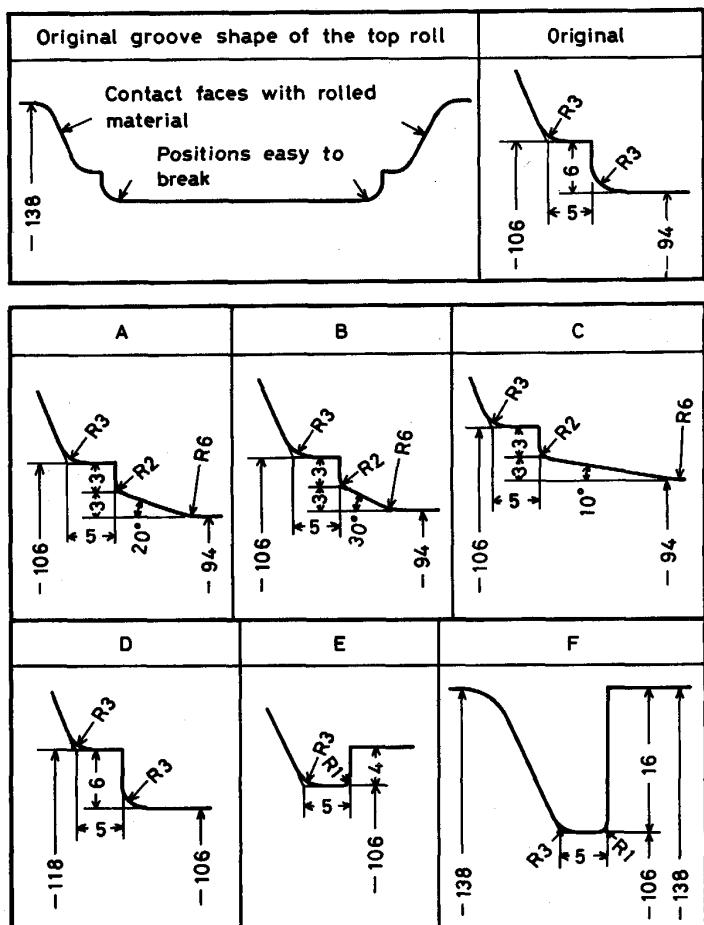


Fig. 2. Several shapes and dimensions of groove fillets of two-dimensional top roll models (1/5).

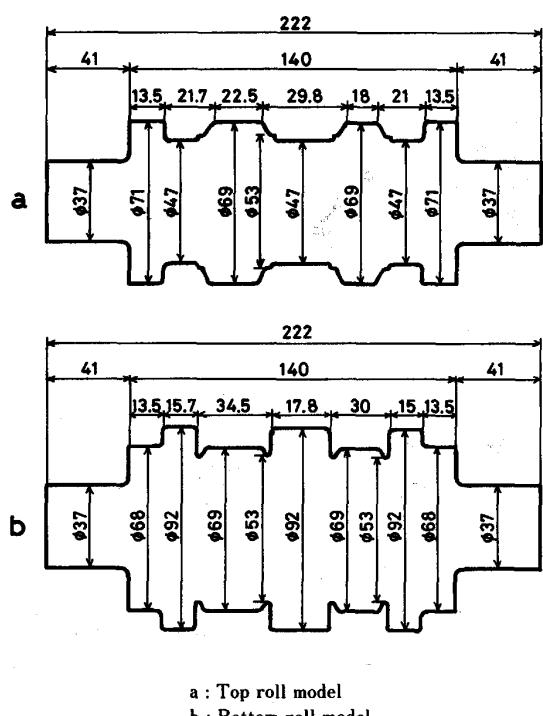


Fig. 1. Dimension of three-dimensional models of grooved rolls (1/10).

ては、折損危険溝の形状を変えた7体を準備した。これらロールモデルの溝形状の特徴をFig. 2に示した。図において形状A, B, Cは危険溝底径を一定（原型のものと同一の94 mm）として、溝底コーナーにゆるやかなテーパーをもうけ、これらを滑らかな曲率で結んで応力集中の低減をはかつたものである。またD, E, Fは、危険溝底径を下ロールモデルの孔型最小径（106 mm）にあわせて径大とし、単に径大のみによって応力低減をねらつたもの、および径大と形状変更による重畠効果により応力低減をねらつたものなどである。なお、2次元モデルについても3次元モデルと同一の材料、製法をもついた。

## 2・2 応力凍結法<sup>2)(3)</sup>

3次元および2次元モデルとも応力凍結法により実験したが、その場合モデルへの負荷法にはとくに配慮した。すなわち、上下のロールモデルは応力凍結装置（PA-2型）内で実圧延機同様に組み合わせ、孔型には製品形鋼モデル（アラルダイイトBで製作）をはめ込み、ペアリングチョックモデルを介して負荷した。3次元ロールモデルへの負荷法および上下ロールモデルのセット外観をFig. 3とPhoto. 1に示した。次に応力凍結条

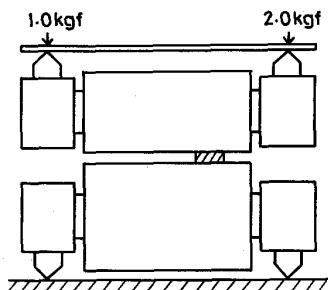


Fig. 3. Method of loading on three-dimensional roll models.

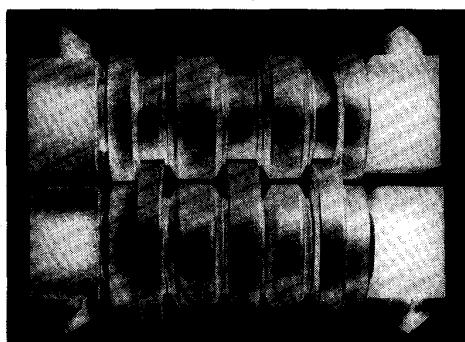


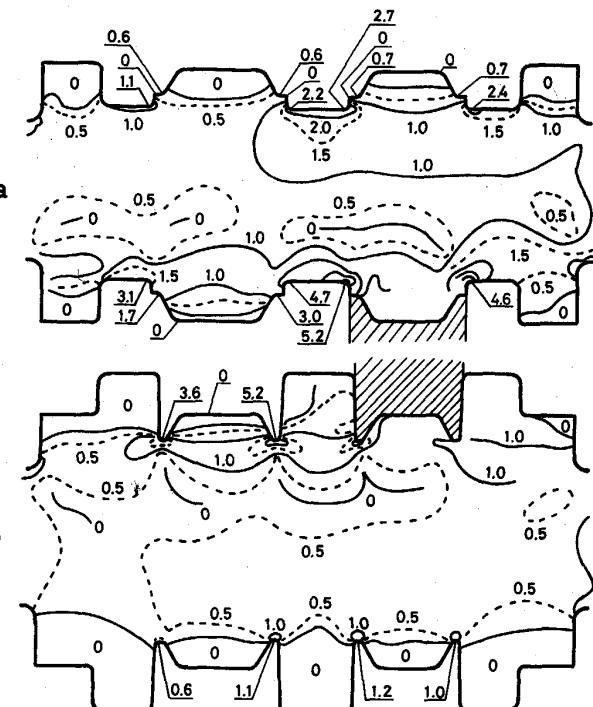
Photo. 1. Appearance of a set of three-dimensional roll models.

件であるが、荷重は3次元ロールモデルではFig. 3のごとく3kgfを、2次元ロールモデルではA, B, C, D, Eの各溝形状のモデルに対し757gf, F型モデルでは1065gfをバランスさせて加え、 $130^{\circ}\text{C} \times 1\text{h} \rightarrow$ 徐冷( $4^{\circ}\text{C}/\text{h}$ )の凍結サイクルを与えた。応力凍結後、3次元ロールモデルでは負荷方向に平行で軸心を含む板状主応力面スライス2枚(上、下モデルより各1枚)を切り出し、これらと2次元ロールモデルについて、光弾性実験装置(PA-420型)により等色線の観察と写真撮影をおこない、縞次数を調べた。

### 3. 実験結果と考察

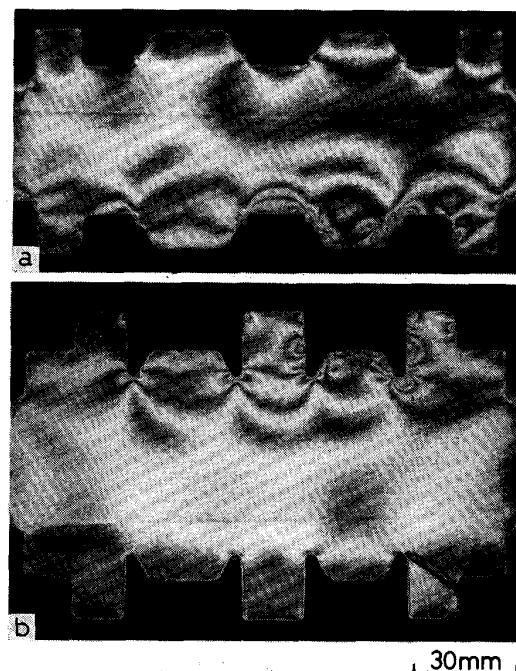
#### 3.1 等色線と縞次数分布

3次元ロールモデルのスライスより得られた等色線および縞次数分布を、Photo. 2とFig. 4に示した。上下ロールモデルの接近する内側の各溝では、等色線が密集し、溝底の縞次数は大きいが、この部分では圧縮応力が作用する。一方、両ロールモデルの外側の溝底では、等色線の密集が少なく縞次数は小さいが、引張応力が作用するので重要である。とくに上ロールモデルでは、下ロールモデルよりも大きい縞次数の溝底が目立つ。次に、2次元ロールモデルの等色線と縞次数分布の例を、Photo. 3およびFig. 5, 6に示した。溝形状を変えたロールモ



a : Isochromatic fringe orders in top roll model  
b : Isochromatic fringe orders in bottom roll model

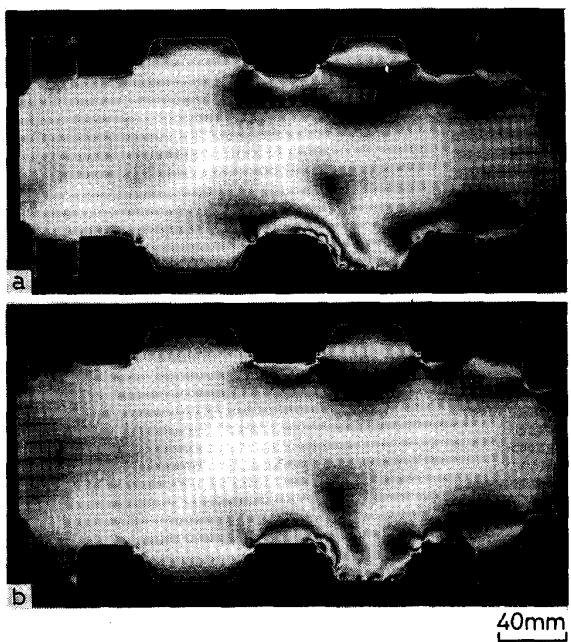
Fig. 4. Distribution of isochromatic fringe orders in three-dimensional roll models.



a : Fringes in top roll model  
b : Fringes in bottom roll model

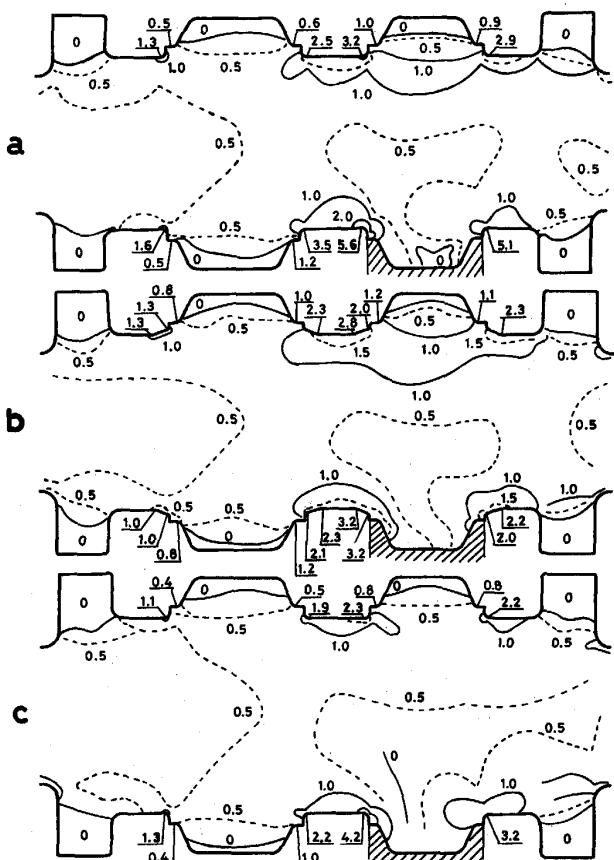
Photo. 2. Isochromatic fringes in three-dimensional roll models.

デルの代表例としてA, D, F型モデルについて示したが、溝底の縞次数は溝形状、寸法によつてかなり変化す



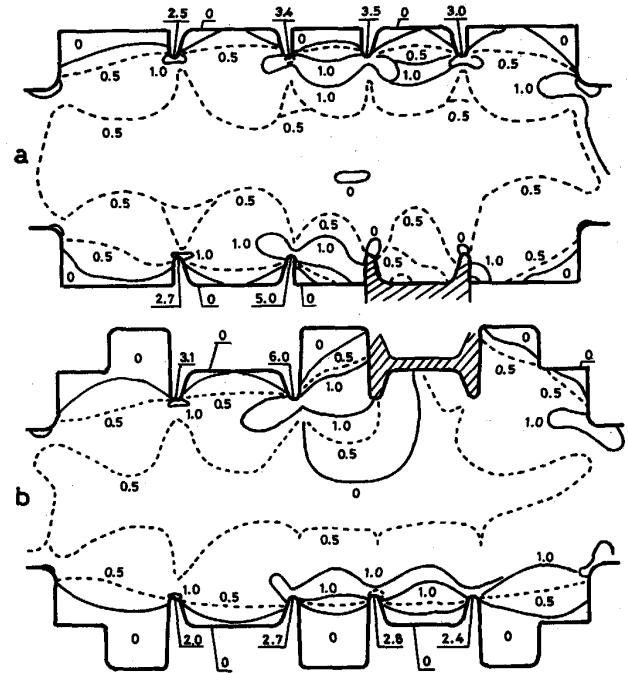
a : Fringes in A type roll model  
b : Fringes in D type roll model

Photo. 3. Isochromatic fringes in two-dimensional top roll models.



a : Isochromatic fringe orders in original roll model  
b : Isochromatic fringe orders in A type roll model  
c : Isochromatic fringe orders in D type roll model

Fig. 5. Distribution of isochromatic fringe orders in several groove shapes of two-dimensional top roll models.



a : Isochromatic fringe orders in F type roll model  
b : Isochromatic fringe orders in bottom roll model

Fig. 6. Distribution of isochromatic fringe orders in two-dimensional F type and bottom roll model.

ることがわかる。

### 3・2 3次元ロールモデルの溝底応力

スライス面内の二つの主応力を  $\sigma_1, \sigma_2$  とすると、一般に次の関係が成立する<sup>4)</sup>。

$$\alpha t (\sigma_1 - \sigma_2) = N \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

ここで、 $\alpha$ : 光弾性感度、 $t$ : スライスの厚さ、 $N$ : 等色線縞次数である。本実験の場合、上ロールモデルでは  $\alpha = 40 \text{ mm/kgf}$ ,  $t = 5.4 \text{ mm}$ , 下ロールモデルでは  $\alpha = 46 \text{ mm/kgf}$ ,  $t = 4.4 \text{ mm}$  であった。次に、 $\sigma_1, \sigma_2$  はモデル自由表面ではいずれかが 0 であること、および Fig. 4 の等色線縞次数より、式(1)をもちいて各溝底の表面応力を求めると、Table 1 のごとくなる。引張応力の大きい溝底では、圧縮応力も大きいので、引張応力についてみると、上ロールモデルでは製品形鋼モデルと接触する孔型に隣接する溝コーナー(位置 e)で最大となり、下ロールモデルでは孔型底(位置 s)で最大となつた。

また、上ロールモデルの最大引張応力は下ロールモデルの約 2 倍であったので、機械的使用応力が支配的で破壊がおこる場合には、上ロールの方が破壊しやすいことを示している。

### 3・3 実体ロールにおける溝底応力の算出

閉式孔型ロールの典型的折損事故例を Photo. 4 に示した。

折損ロールは上ロールで、破壊起点位置は製品形鋼と

Table 1. Stresses at groove fillets of three-dimensional roll models.

| Position                      | a     | b     | c     | d     | e     | f     | g     | h     |
|-------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Fringe order                  | 1.1   | 0.6   | 0.6   | 2.2   | 2.7   | 0.7   | 0.7   | 2.4   |
| Stress (kgf/cm <sup>2</sup> ) | +0.51 | +0.28 | +0.28 | +1.02 | +1.25 | +0.32 | +0.32 | +1.11 |
| Position                      | i     | j     | k     | l     | m     | —     | —     | n     |
| Fringe order                  | 3.1   | 1.7   | 3.0   | 4.7   | 5.2   | —     | —     | 4.6   |
| Stress (kgf/cm <sup>2</sup> ) | -1.44 | -0.79 | -1.39 | -2.18 | -2.41 | —     | —     | -2.13 |
| Position                      | o     | p     | —     | —     | —     | —     | —     | —     |
| Fringe order                  | 3.6   | 5.2   | —     | —     | —     | —     | —     | —     |
| Stress (kgf/cm <sup>2</sup> ) | -1.78 | -2.58 | —     | —     | —     | —     | —     | —     |
| Position                      | q     | r     | s     | t     | —     | —     | —     | —     |
| Fringe order                  | 0.6   | 1.1   | 1.2   | 1.0   | —     | —     | —     | —     |
| Stress (kgf/cm <sup>2</sup> ) | +0.29 | +0.54 | +0.59 | +0.49 | —     | —     | —     | —     |

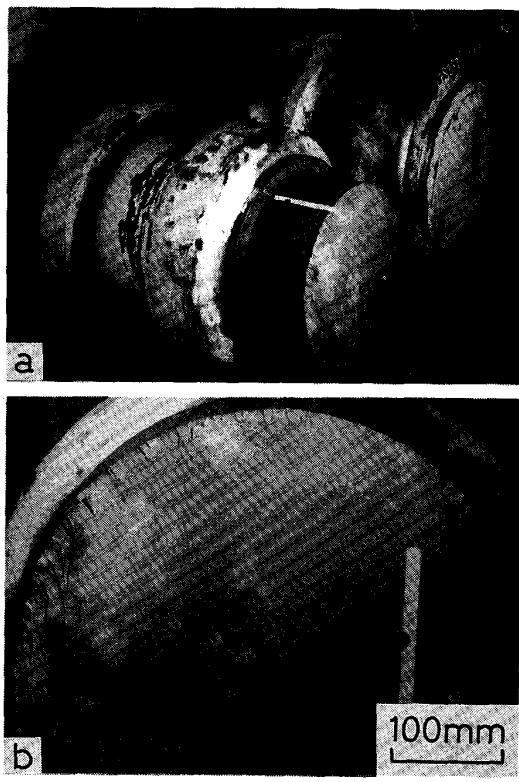
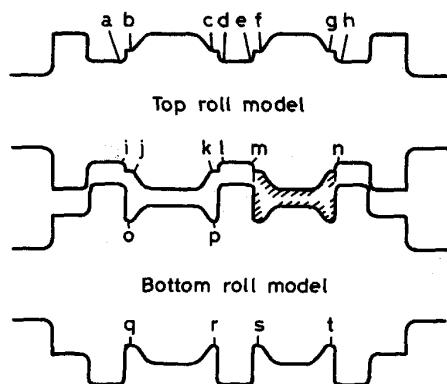


Photo. 4. Breaking condition of a top grooved roll having closed passes.

接触する孔型に隣接する溝コーナーであつた。これは先の3次元ロールモデルの実験結果で示した上ロールモデルの最大引張圧縮応力の作用位置(e, m)と一致した。

次に、実体ロールの折損時における溝底応力を求めてみる。Fig. 7は実体ロールの折損部と環状ノッチつき丸棒の応力集中部の関係を示したものである。実体ロールの溝底折損破面には、Photo. 4にみると环状き裂が観察されたので、折損前の折損位置では環状き裂に



a : Circumferentially cracked grooved roll  
b : Circumferentially notched round bar  
c : Circumferentially notched round bar with axial hole

Fig. 7. Relation between a cracked grooved roll and notched round bars.

よる応力集中とロールの形状による応力集中とが重複していたと考えられた。しかし、西田<sup>5)</sup>によれば鋭いノッチとゆるやかなノッチとが重複した場合の応力集中率は、鋭いノッチのみの応力集中率に近似しうると述べている。

そうすると、実体ロールの折損位置 Fig. 7a における応力集中率は、溝底径  $2(d+r)$  と同一径の丸棒に深さ  $d$  の環状き裂が存在する場合 Fig. 7b について、考えればよいことになる。HARRIS<sup>6)</sup>は軸心に穴があいた環状ノッチつき丸棒に対し、引張荷重  $P$ 、曲げモーメント  $M$ 、ねじりモーメント  $T$  が同時に作用した場合 Fig. 7c の

モード I に対する応力拡大係数  $K_I$  として、次式を与えている。

$$\begin{aligned} K_I = & \frac{P}{\pi[(r_i+r)^2 - r_i^2]} \sqrt{\pi d} \left\{ 0.80 \right. \\ & + \frac{d}{r+r_i} \left( 4+1.08 \frac{r_i}{r} \right) \left. \right\}^{-\frac{1}{2}} \\ & + \frac{4M(r_i+r)\cos\phi}{\pi[(r_i+r)^2 - r_i^2]} \sqrt{\pi d} \left\{ 0.80 \right. \\ & + \frac{d}{r+r_i} \left( 7.12 + 1.08 \frac{r_i}{r} \right) \left. \right\}^{-\frac{1}{2}} \quad \dots \dots \dots (2) \end{aligned}$$

ここで、中実丸棒の場合には  $r_i=0$ 、引張荷重およびねじりモーメントが作用しない場合には  $P=T=0$  である。ただし、ねじりモーメント  $T$  を含む項はない。

そうすると、上式は下記のごとくなる。

$$K_I = \frac{4M\cos\phi}{\pi r^3} \left\{ 0.80 + 7.12 \frac{d}{r} \right\}^{-\frac{1}{2}} \sqrt{\pi d} \quad \dots \dots \dots (3)$$

なお、 $\phi$  は丸棒横断面において円周方向にとつた中心角で、ここでは  $K_I$  が最大となる  $\phi=0$  を採用すると、

$$K_I = \frac{4M}{\pi r^3} \left\{ 0.80 + 7.12 \frac{d}{r} \right\}^{-\frac{1}{2}} \sqrt{\pi d} \quad \dots \dots \dots (4)$$

となる。一方、Photo. 4 に示す折損破面の観察によると、上ロールは主として繰返し曲げ応力によって疲労破壊し、約 10 mm 深さの環状き裂に進展したのち脆性破壊により折損したことが推定された。ロール材の平面ひずみ破壊革性を  $K_{IC}(R)$  とすると、ロール折損時点では  $K_I = K_{IC}(R)$  であるから、式(4)においてき裂深さ  $d=10$  mm、軸心とき裂先端までの距離  $r=225$  mm、および  $K_{IC}(R)=130 \text{ kgf/mm}^{3/2}$  より<sup>7)</sup>、曲げモーメント  $M$  を求めると、

$$M = 21.9 \times 10^7 \text{ kgf}\cdot\text{mm}$$

となる。また、圧延荷重を  $P_P$  とすると、 $M=1005 \times P_P/3$  となるので、 $P_P=6.54 \times 10^5 \text{ kgf}$  である。

ところで、3次元光弾性モデルと実体とが相似の関係にあれば、一般的に相似則

$$\frac{\sigma_P}{\sigma_m} = \frac{W_P}{W_m} \cdot \frac{1}{(l_P/l_m)^2} \quad \dots \dots \dots (5)$$

が成立する<sup>8)</sup>。ここで、 $\sigma_P$ : 実体における応力、 $\sigma_m$ : モデルにおける応力、 $W_P$ : 実体に加えられた荷重、 $W_m$ : モデルに加えた荷重、 $l_P$ : 実体の寸法、 $l_m$ : モデルの寸法である。式(5)を用いれば、 $\sigma_m$  より  $\sigma_P$  を求めることができる。しかし厳密には、光弾性モデルと実体との間で寸法や荷重が相似関係にあつても、弾性係数、ポアソン比などにおいてかなりの差があるので、応力分布も相似の関係にあるとはかぎらない。これらが応力分布によぼす影響について検討する必要がある。河田<sup>9)</sup>は応

力凍結法の精度について述べているが、ポアソン比の差（光弾性材料のポアソン比 0.5、実体の鋼 0.3 程度）による影響として、応力分布に若干のずれを生じるとしている。また、環状切欠きを有する丸棒に長手方向の引張荷重が作用するような場合に、切欠き底に作用する負荷方向の主応力はポアソン比の影響をほとんど受けないが、これに垂直な他の二つの主応力に対しては影響が大きいとしている。次に、弾性係数の差（たとえばアルダイトの弾性係数  $1.8 \text{ kgf/mm}^2$ 、鋼は  $21000 \text{ kgf/mm}^2$  程度）による影響として、モデルの変形が大きいことについて述べているが、この場合には光弾性材料の弾性係数、光弾性感度、およびモデルの大きさなどについて十分検討し、変形ができるだけ小さくして、その影響を回避することがのぞましいとしている。以上により光弾性実験においては、上記のような問題点について十分配慮することによって  $\sigma_m$  を求め、式(5)により  $\sigma_P$  を求めるならば、誤差は小さいと考えられた。そこで本報では、負荷方向を含む縦断面内での応力を算出対象としていること、およびモデルの変形は最小限におさえたことより、式(5)により  $\sigma_P$  を算出することとした。式(5)において  $W_P=6.54 \times 10^5 \text{ kgf}$ 、 $W_m=3.0 \text{ kgf}$ 、 $l_P/l_m=10$  および  $\sigma_m$  としては、折損面位置（モデルにおける位置 e, m）に対応する応力 (+) $1.25 \times 10^{-2} \text{ kgf/mm}^2$  および (-) $2.41 \times 10^{-2} \text{ kgf/mm}^2$  を用いて  $\sigma_P$  を求めると、

$$\sigma_P = (+)27.3 \text{ および } (-)52.5 \text{ kgf/mm}^2$$

となる。すなわち、実体ロールの折損溝底コーナーには引張応力で  $27.3 \text{ kgf/mm}^2$ 、圧縮応力では  $52.5 \text{ kgf/mm}^2$  の応力が作用したことになるが、これを定常的繰返し応力と考えた場合には、振幅  $39.9 \text{ kgf/mm}^2$ 、平均応力 (-)  $12.6 \text{ kgf/mm}^2$  となり、ロール材の回転曲げ疲れ限度が  $25 \text{ kgf/mm}^2$  程度であるから、使用応力としては破壊するのに十分な大きさであることがわかつた。

なお、使用応力の計算にあたつては、製品形鋼から受ける加熱の影響で生じる熱応力についても検討する必要があるが、本ロールの計算対象位置では、以下のごとく加熱の影響はごく小さいと考えられた。

孔型ロール表面の測温結果はみあたらないが、歌橋ら<sup>10)</sup> および水谷ら<sup>11)</sup> は鉄鋼用分塊ロール表面層の測温結果を示しているが、これらによると  $200^\circ\text{C}$  以上の高温となるのは、前者の結果では表面から 2 mm 深さ以内、後者では 1 mm 深さ以内であった。また、奥本ら<sup>12)</sup> はホットストリップミル用ワークロールの測温結果について報告しているが、この場合にも、 $200^\circ\text{C}$  以上の高温層は 1 mm にもならないことを示している。一方、本ロールの使用応力計算位置は、製品形鋼と接触する孔型に隣

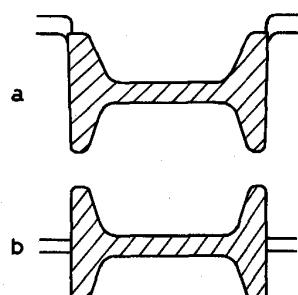
接する溝コーナーで、その隣接孔型底から 30 mm 深さと同一の水平位置にあつた。そこで、上記測温結果の延長として推定した場合、本ロール表面下 30 mm 深さの加熱温度は 100°C 以下であることは確実であろう。そうすると問題の溝コーナーでは、製品との接触がないこと、當時冷却も十分おこなわれる条件下にあること、などを考えれば高くみても数 10°C であり、深さ方向の温度勾配は最大 0.085°C/mm 程度、その場合の熱応力は最大 1.9 kgf/mm<sup>2</sup> 程度と考えられ、したがつてほとんど影響がないと判断された。

### 3・4 各種2次元ロールモデルの溝底応力と溝形状の検討

各種2次元ロールモデルの溝底における等色線縞次数測定結果 Fig. 5, 6 などと式(1)より、モデルの引張側溝底における応力を算出し、Table 2 に示した。この場合、 $t$  は全モデルとも 6.0 mm であつたが、 $\alpha$  は原型、A, B, C, D, E の各上ロールモデルでは 35 mm/kgf、下ロールモデルでは 49.4 mm/kgf であつた。また、F 型上ロールモデルの場合には  $\alpha$  は 43.8 mm/kgf で、荷重は 1065 gf としたので、応力としては他のロールモ

Table 2. Stresses at groove fillets in the tensile side in several two-dimensional roll model (load 757 gf).

| Groove shape      | Tensile stress (kgf/cm <sup>2</sup> ) |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|-------------------|---------------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|                   | Original                              | 0.62 | 0.24 | 0.29 | 1.19 | 1.52 | 0.48 | 0.43 | 1.38 |      |      |      |
| A                 | 0.62                                  | 0.62 | 0.38 | 0.48 | -    | 1.10 | 1.33 | 0.95 | 0.57 | 0.52 | -    | 1.10 |
| B                 | 0.62                                  | 0.48 | 0.33 | 0.48 | -    | 1.10 | 1.38 | -    | 0.57 | 0.52 | -    | 1.10 |
| C                 | 0.48                                  | 0.62 | 0.33 | 0.52 | 1.00 | 1.29 | 1.43 | 0.71 | 0.62 | 0.95 | 0.81 | 1.05 |
| D                 |                                       | 0.52 | 0.19 | 0.24 | 0.90 | 1.10 | 0.38 | 0.38 | 1.05 |      |      |      |
| E                 |                                       | 0.48 |      |      | 0.86 | 1.19 |      |      | 1.14 |      |      |      |
| F                 |                                       | 0.68 |      |      | 0.92 | 0.95 |      |      | 0.81 |      |      |      |
| Bottom roll model |                                       | 0.67 |      |      | 0.91 | 0.94 |      |      | 0.81 |      |      |      |



a : Closed pass in original rolls  
b : Open pass in the rolls of improved strength  
Fig. 8. Two types of pass.

ルと同一の 757 gf の場合に換算して表示した。Table 2 によれば、原型上ロールモデルの最大引張応力は  $1.52 \times 10^{-2}$  kgf/mm<sup>2</sup> であったが、他の上ロールモデルではいずれもこれより小さい値であった。このことは、A~F の 6 種の溝形状は大なり小なり形状的強化法として効果があることを示している。すなわち、溝底径を一定として溝底コーナーの曲率を大きくとる方法では、A 型モデルで 12.5%，B 型で 9.2%，C 型で 5.9% の応力低減となつた。一方、溝底径を大きくとる方法では D 型モデルで 27.6%，E 型で 21.7%，F 型で 37.5% の応力低減となり、溝底径を大きくとる方法は形状的強化法として効果が大きいことがわかる。とくに、F 型の効果は大きい。しかし、2 次元ロールモデル全部についてみると、下ロールモデルが最も小さい最大応力を示している。この下ロールモデルが小さい応力を示した大きな理由は、E 型ロールモデルとの比較において明らかなるところ、カーラー径が大きいことにあり、大きなカーラーの存在が曲げ剛性を大きくしたものと考えられた。しかし、原型上ロールモデルを直ちに下ロールモデルと同一形状、寸法にすることは実用的には不可能なので、上下ロールモデルの軸心間距離一定（縮尺 1/5 の場合 140 mm）の限定のもとに、E 型モデルを延長して実用的にカーラー径を最大にしたものが、F 型モデルである。この F 型ロールモデルと下ロールモデルの応力値は Table 2 にみると、両者の差はわずかであつた。このことは上ロールを F 型とすれば、ほぼ下ロールなみの機械的強度が得られることを示している。なお、上ロールを F 型にした場合、下ロールも同型となり、孔型は Fig. 8 に示すごとき開式になる。

### 4. 結 言

圧延荷重による使用応力が支配的で折損したと予想された一体式構造の閉式孔型ロールをとりあげ、光弾性法による応力解析と形状的強化法について検討した。その結果以下の結論を得た。

- (1) 実体ロールの折損位置と、3 次元光弾性ロールモデルの最大応力の作用位置は一致した。
- (2) 実体ロールの折損時における機械的使用応力を、光弾性応力解析結果と応力拡大係数より求め、事故ロールには折損するに十分な大きさの機械的応力が作用したこと示した。
- (3) 形状的強化法として、溝底径を大きくした場合、効果の大きいことが示された。
- (4) 強度的に最も有効な形状は、溝底径とカーラー径ができるだけ大きくしたものであつた。この場合、孔型は

開式となる。

### 文 献

- 1) 設計技術者のためのひずみ測定(日本非破壊検査協会編)(1968), p. 11
- 2) 辻二郎, 西田正孝, 河田幸三: 光弾性実験法(1975), p. 283 [日刊工業新聞社]
- 3) 応力測定法(応力測定技術研究会編)(1969), p. 620 [朝倉書店]
- 4) 辻二郎, 西田正孝, 河田幸三: 光弾性実験法(1975), p. 316 [日刊工業新聞社]
- 5) 西田正孝: 応力集中(1981), p. 34 [森北出版]
- 6) D. O. HARRIS: Journal of Basic Engineering, (1967) Mar., p. 49
- 7) 宮沢賢二: 関東特殊鋼(株)(私信)昭和55年5月
- 8) 江守一郎, D. J. シューリング: 模型実験の理論と応用(1977), p. 17 [技報堂]
- 9) 辻二郎, 西田正孝, 河田幸三: 光弾性実験法(1975), p. 331 [日刊工業新聞社]
- 10) 歌橋千之, 柳沢高義, 蜂須幹雄, 奥本武臣, 渡辺十郎, 柴崎鶴雄: 鉄と鋼, 49(1963), p. 1619
- 11) 水谷訓, 神崎昌久, 吉田明峻, 奥本武臣, 新山英輔: 鉄と鋼, 50(1964), p. 599
- 12) 奥本武臣, 新山英輔: 鉄と鋼, 50(1964), p. 601