

© 1988 ISIJ

## 論文

## ホッパーにおける粒状体の運動

田中 努\*・梶原 義雅\*・稻田 隆信\*

## Flow Dynamics of Granular Materials in a Hopper

Tsutomu TANAKA, Yoshimasa KAJIWARA and Takanobu INADA

## Synopsis:

A mathematical model, capable of describing the macroscopic movement of an assembly of discs in a hopper, was developed based on the constitutive equations described by Voigt-Kelvin rheological model with a slider and on the equations of motion for translation and rotation of each disc. The validity of the present model was confirmed by comparing the results, such as the order of discs discharged from the hopper, arrangement of discs after charging in the hopper and stress distribution at the wall, obtained from calculations with the corresponding ones obtained by experiments as well as JANSSEN's equation.

The present model was successfully applied to the macroscopic flow of the assembly of granular materials of different disc size, subjected to gravitational force in a hopper.

The installation of a repulsion box in the upper part of the hopper was also simulated and resulted in the decrease in the variation of disc size during discharge through the suppression of small disc segregation during charge, while it had insignificant effect on the deposit profile and the order of discharge.

The present model was found to precisely describe frictional wall effect in solid flow and abnormal flow behavior, such as bridge formation, in comparison with the conventional continuous potential flow model.

**Key words :** iron making process ; solid flow ; hopper ; granular materials ; Voigt-Kelvin rheological model ; blast furnace simulation ; flow dynamics.

## 1. 緒 言

製鉄分野におけるコークス、鉱石などの粒状体の運動に関する理論的検討は原料搬送過程における偏析の制御性を向上し、高炉における安定な荷下がりを実現するために重要である。しかし、この分野の理論的研究は比較的最近着手されたところであり、解析方法が十分確立されているとは言えない。

粒状体を連続体として扱う報告がいくつある。その第一はポテンシャル流れによる解析であり、桑原ら<sup>1)</sup>は高炉内の荷下がり現象に対してポテンシャル流れを初めて適用した。杉山ら<sup>2)</sup>も類似の方法で炉内のガス流れ、反応および伝熱と併せた解析により炉内状態の推定を行っている。これらの方法は粒状体の軌跡を簡単に表す点では成功しているが、基礎式に力学法則を用いていないので炉内の応力、送風の影響などの評価が困難である。また連続体を前提としているため、ホッパー出口における架橋現象、高炉における棚吊り、スリップ等の荷下がりの異常現象を記述することができない点に問題が残さ

れている。さらに、運動と分離した静的応力解析または実験的知見に基づき、粒状体の運動可能領域を境界条件として設定する必要があるなどの解析上の制約が存在する。

第二に粒子の不規則な運動に着目し、確率論に基づいて粒状体の運動を記述する試みがある<sup>3)(4)</sup>。この方法では不規則な運動の影響範囲をパラメーターとして導入することにより特別な境界条件を設定しないでホッパーにおける縮流の挙動を記述することができる点に特徴がある。しかしポテンシャル流れによる扱いと同様に連続体を前提とし、かつ運動の軌跡のみを表すという点に問題が残されている。

第三に塑性変形を考慮した粘弾性理論による解析がある<sup>5)</sup>。この方法は応力分布に対応して速度分布が決まる点に特徴があるが、連続体を前提としているため適用範囲に制約がある。

連続体を前提とした解析とは対照的に、離散化粒子を前提に粒子ごとの運動方程式を適当な粒子間相互作用のもとで解くことにより粒子集合体が示す巨視的挙動を研

昭和61年10月本会講演大会にて発表 昭和63年1月11日受付 (Received Jan. 11, 1988)

\* 住友金属工業(株)鉄鋼技術研究所 (Iron &amp; Steel Research Laboratories, Sumitomo Metal Industries, Ltd., 16 Oaza-Sanayama Hasakimachi Kashima-gun Ibaraki pref. 314-02)

究する着想が提案されている。CAMPBELLら<sup>6)</sup>は剛体粒子モデルを提案しておりシート内の粒子の運動など粒子間の衝突が極めて短時間に完了すると仮定できる現象に対しても有効であることを示している。また、CUNDALLら<sup>7)</sup>はVoigt-Kelvin模型で表される柔粒子モデルを提案しており、このモデルは粒子の接触時間に制約条件が存在しないので静的な応力状態から短時間に大きな状態変化を示す高速現象まで解析範囲が広い点に特徴を持つが、すべり条件に粘性力の影響を考慮していない点に問題が残されている。

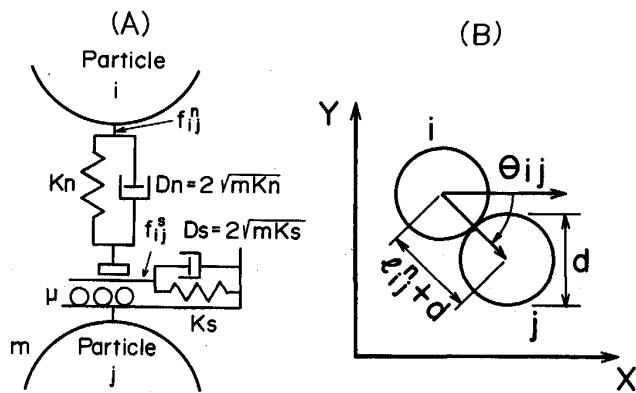
以上のごとく、従来の粒状体の運動に関する理論的検討には適用範囲、あるいは解析精度の上で問題がある。そこで、本研究では弾性力と粘性力の合力からすべり条件が定まる点に特徴を持つVoigt-Kelvin模型を用いて粒子集合体が示す巨視的挙動を解析する数式モデルを開発するとともに、本モデルをホッパーから排出する粒子の粒径偏析現象に適用した。

## 2. 数式モデルの概要

### 2.1 粒子間相互作用力

粒子の衝突によるエネルギー損失を考慮するとともに、静的状態における粒子配列の安定性を保証するためには本研究では粒子間相互作用力としてFig. 1(A)に示すライダを持つVoigt-Kelvinのレオロジー模型を用いた。円板状の2次元粒子を前提としており、粒子の中心を結ぶ主歪みの方向だけでなくそれと直交するすべり歪み方向にもVoigt-Kelvin模型を適用しているので、粒子の並進運動だけでなく回転運動も含めた解析が可能である。

CUNDALLの場合と異なり、ばねによる力だけでなくばねによる力とダッシュポットによる力の合力に対して



(A) : Rheological model for the interaction between particles  
(B) : Particle arrangement used for the mathematical model

Fig. 1. Solid particle in the mathematical model.

(1) 式で表されるCOULOMBのスライド条件を適用した。

$$|f_{ij}^s / f_{ij}^n| \leq \mu \dots \dots \dots \quad (1)$$

Fig. 1(A)のレオロジー模型を従来の連続体を前提とした弾性解析と比較すると前者は力、後者は応力を解析の対象とする点に違いはあるものの、 $K_n$ 、 $K_s$ はそれぞれ圧縮率およびすべり率に相当すると考えられる。また、粘性流体解析と比較すると $D_s$ 、 $D_n$ はそれぞれ（第一種の）粘性係数および第二種の粘性係数<sup>8)</sup>に相当すると考えられる。さらに、摩擦係数 $\mu$ を介してすべり条件を与えることができるので塑性変形を考慮することも可能である。従つてFig. 1(A)のレオロジー模型は塑性変形を考慮した粘弹性体を離散化した模型に相当する。

なお、ばね要素の弾性係数 $K$ とダッシュポットの粘性係数 $D$ は主歪みおよびすべり歪み方向とも粒子の質量 $m$ を介して $D = 2\sqrt{mK}$ の関係が成立することを前提とした。これは粒子の衝突に際してエネルギーが最も短時間に散逸する臨界制動条件を適用することを意味する。

### 2.2 数式モデルの定式化

微小時間において粒子の配置に微小変位が生ずると、状態方程式を介して粒子間に力が発生する。この力は運動方程式を介して再び微小変位を発生させる。このように状態方程式と運動方程式を摩擦のある壁などの境界条件のもとで時間の進展とともに交互に解くことにより粒子集合体の示す巨視的挙動が明らかとなる。

微小時間 $\Delta t$ における粒子 $j$ に対する粒子 $i$ の法線方向に関する微小変位 $\Delta l_{ij}^n$ は、Fig. 1(B)に示す幾何学的関係から速度 $\dot{X}_i$ 、 $\dot{Y}_i$ および粒子 $i$ の中心から粒子 $j$ の中心に向かうベクトルと $X$ 軸の成す角 $\theta_{ij}$ を用いて(2)式で表される。

$$\begin{aligned} \Delta l_{ij}^n = & (\dot{X}_i - \dot{X}_j) \cos \theta_{ij} \cdot \Delta t \\ & + (\dot{Y}_i - \dot{Y}_j) \sin \theta_{ij} \cdot \Delta t \dots \dots \dots \quad (2) \end{aligned}$$

ここで $\theta_{ij}$ は反時計回り、 $\Delta l_{ij}^n$ は粒子が接近する方向を正とした。また粒子 $j$ に対する粒子 $i$ のすべり方向の微小変位 $\Delta l_{ij}^s$ は、法線方向の場合に加えて、粒子の直径および回転の角速度を考慮することにより(3)式で表される。

$$\begin{aligned} \Delta l_{ij}^s = & -(\dot{X}_i - \dot{X}_j) \sin \theta_{ij} \cdot \Delta t \\ & + (\dot{Y}_i - \dot{Y}_j) \cos \theta_{ij} \cdot \Delta t \\ & + d(\dot{\phi}_i + \dot{\phi}_j) \cdot \Delta t / 2 \dots \dots \dots \quad (3) \end{aligned}$$

ここで、 $\Delta l_{ij}^s$ および $\phi_i$ は反時計回りを正とする。

本モデルにおける状態方程式は粒子間の力と変位の関係であり、(4)、(5)式で表される。

$$f_{ij}^n = K_n(\Delta l_{ij}^n + l_{ij}^n) + D_n \Delta l_{ij}^n \dots \dots \dots \quad (4)$$

$$f_{ij}^s = K_s(\Delta l_{ij}^s + l_{ij}^s) + D_s \Delta \dot{l}_{ij}^s \quad \dots \dots \dots (5)$$

ただし、 $\Delta l_{ij}^s + l_{ij}^s < 0$  のとき  $f_{ij}^s = f_{ij}^n = 0$  とする。

ここで  $f_{ij}^n$  は、粒子  $j$  と接触する粒子  $i$  に作用する圧縮を正とした法線方向に作用する力である。また  $f_{ij}^s$  は反時計回りを負とした粒子  $i$  のすべり方向に作用する力であるが、実現可能な粒子の配列を表すために(1)式に相当する(6)式が付加される。

$$|K_s(\Delta l_{ij}^s + l_{ij}^s) + D_s \Delta \dot{l}_{ij}^s| \\ < \mu \cdot |K_n(\Delta l_{ij}^n + l_{ij}^n) + D_n \Delta \dot{l}_{ij}^n| \quad \dots \dots \dots (6)$$

一方、運動方程式は並進  $X$ 、 $Y$  および回転  $\psi$  に関する3個の方程式から構成され、(7)～(9)式により表される。

$$m\ddot{X}_i = mg_x - \sum_j (f_{ij}^n \cos \theta_{ij} - f_{ij}^s \sin \theta_{ij}) \quad \dots \dots \dots (7)$$

$$m\ddot{Y}_i = mg_y - \sum_j (f_{ij}^n \sin \theta_{ij} + f_{ij}^s \cos \theta_{ij}) \quad \dots \dots \dots (8)$$

$$md\ddot{\psi}_i = -4 \sum_j f_{ij}^s \quad \dots \dots \dots (9)$$

(2)～(9)式を時間積分することにより粒子間力、速度などが得られる。その際、時間刻みは調和振動モデル<sup>9)</sup>から予測される臨界時間刻み  $2\sqrt{m/K_n}$  の  $1/17$  程度の値  $2 \times 10^{-4}$  s を選んだ。また、 $K_n$  の値をパラメーターとして粒子の重なりが顕著にならない条件で重力と弾性力の比を表す無次元数  $\Pi = mg/K_n d$  をできる限り大きな値に設定することが計算時間を短縮する上で望ましい。

### 2・3 粒子性状の評価

2次元粒子として円形断面のアクリル棒を対象に一軸剪断試験を実施して粒子・粒子および粒子・壁間の摩擦係数を求めた。実験方法の一例と垂直荷重をパラメーターとしたすべり力と変位の時間変化をFig. 2に示す。変位は時間にはほぼ比例しており、すべり力は微小な振動を示すもののはほぼ一定である。粒子・粒子間および粒子・壁間の垂直荷重とすべり力の関係をFig. 3に示す。垂直荷重とすべり力は比例関係にあり、(1)式のCOULOMB則が妥当であることがわかる。Fig. 3の直線の傾きか

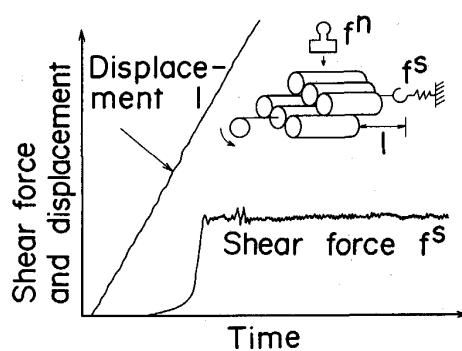


Fig. 2. Example of shear test result for the evaluation of friction coefficient of particle.

ら粒子・粒子間および粒子・壁間の摩擦係数をそれぞれ 0.36 および 0.42 と評価した。

### 2・4 数式モデルの妥当性の検討

数式モデルの妥当性を検討するために、角形状あるいは出口に向かつて縮小するホッパーに直径 1.4 cm、長さ 10 cm のアクリル棒を充填する場合、および底面にスリットを設けたホッパーから充填粒子を排出する場合を対象に実験とモデル計算との比較を行った。ホッパーの大きさは 23.8 × 43.8 cm、スリットの幅は 6.6 cm であり、必要に応じてホッパー内に 6.7 × 3.4 cm の反発箱を配置した。壁との摩擦を除くためにアクリル棒をホッパーの側壁と底面のみで抱束した。

数式モデルの妥当性について以下の4点から検討を行った。

#### 2・4・1 堆積形状

層状に配列した着色粒子をホッパーの入口幅で重力落下により充填した場合の粒子の再配列についてモデル計算を行った。計算条件をTable 1に示す。粒子数は実験の場合のおよそ 1/9 の 297 個である。

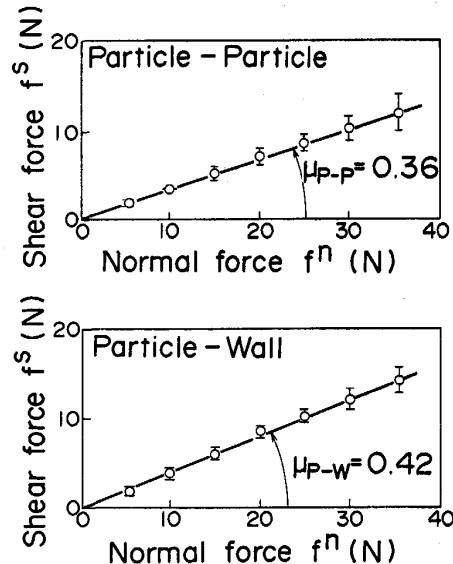


Fig. 3. Relation between normal force and shear force for particle-particle and particle-wall.

Table 1. Calculation condition for filling a hopper with particles.

Dimensionless parameter	Value
$d/L$	1/17
$\mu_{p-p}$	0.36
$\mu_{p-w}$	0.42
$mg/K_n d$	$1.5 \times 10^{-3}$
$K_s/K_n$	1/4
$D_n/\sqrt{mK_n}$	2.0
$D_s/\sqrt{mK_s}$	2.0

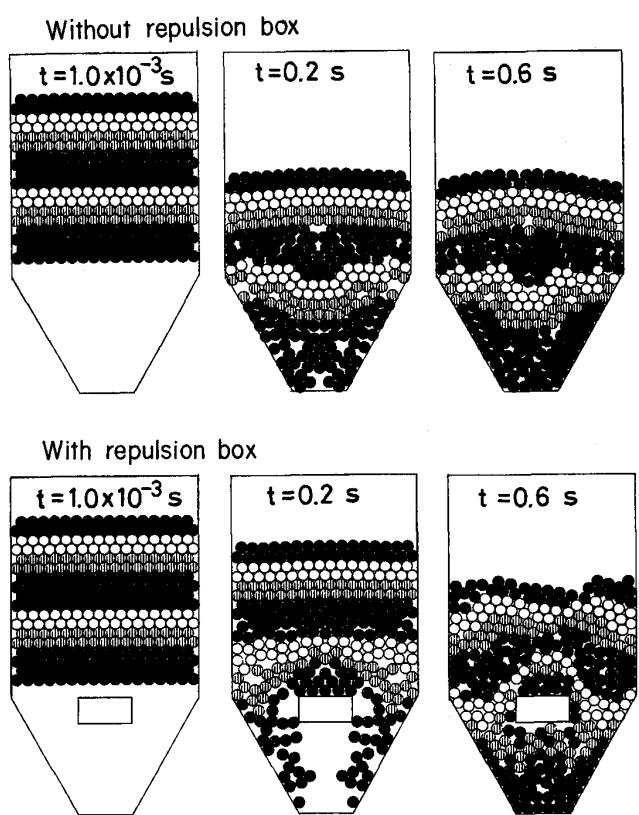


Fig. 4. Flow behavior of particles during charge into the converging hopper without and with a repulsion box.

Fig. 4 に反発箱なしの場合と反発箱ありの場合の粒子の落下挙動を示す。反発箱なしの場合は、ホッパーのほぼ中段より下の部分では、ホッパーの中心部分の粒子が先行して落下し、中段より上の部分では、中心部分の粒子が若干隆起する結果となる。

反発箱ありの場合では反発箱と左右の傾斜した側壁の間隙を落下した粒子はホッパーの底部で衝突するため、反発箱の下方において粒子は隆起する。

角ホッパーに反発箱が存在する場合を含めて、粒子の再配列に関する計算結果と実験結果の比較を Fig. 5 に示す。粒子の堆積形状およびホッパー内の配列に満足すべき一致が認められる。

#### 2・4・2 ホッパーの側壁における応力分布

角形状のホッパーを対象に、力学的平衡状態において側壁に垂直に作用する力について、 $d/L = 1/30$  を除いて Table 1 と同じ条件で解析を行った。その際、粒子数は 885 個であった。無次元化された応力を無次元化された粉体内の応力分布推定式である JANSSEN の式

$$\frac{xp}{\rho g L} = \frac{1}{4\mu_{p-w}} \left[ 1 - \exp \left( 4\mu_{p-w} \kappa \frac{H}{L} \right) \right] \quad \dots \dots (10)$$

と比較した。その結果を Fig. 6 に示す。

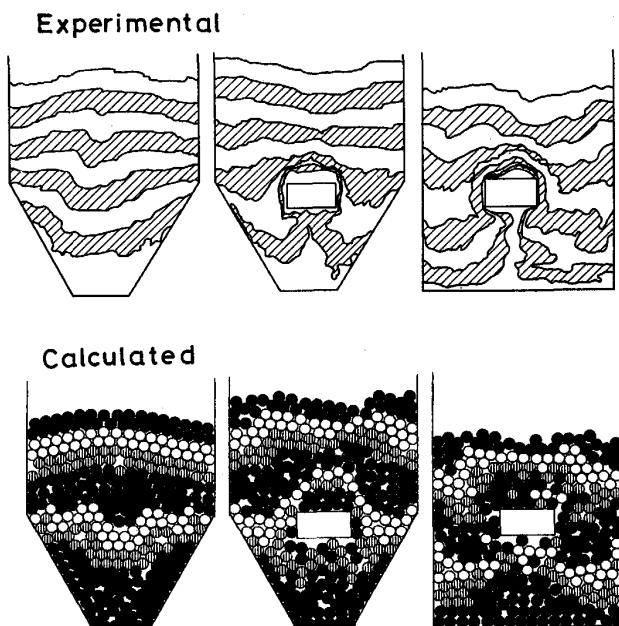


Fig. 5. Comparison of the calculation with the experiments in the arrangement of particles after charging into hoppers.

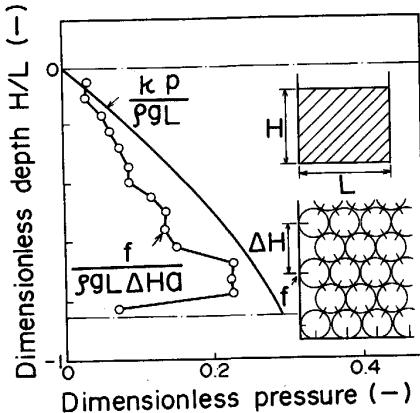


Fig. 6. Stress distribution in the vertical direction at the side wall of a rectangular hopper after charging.

モデル計算では、深さの増加とともに側壁での垂直応力は不規則ではあるが増加する傾向を示し、ホッパーのコーナーを除いて JANSSEN の式と大きな矛盾のないことがわかる。Fig. 6 の右下に示すようにホッパーのコーナーに存在する粒子は他の粒子との接点数が少なく、その結果側壁での応力が減少したものと考えられる。

#### 2・4・3 ホッパーから排出される粒子の順序

底部にスリットを持つ角形状のホッパーから排出される粒子の順序について実験結果と比較を行った。実験では断面に番号を付けた粒子を高速度カメラにより記録し

て排出順序を求めた。計算条件は Table 1 と同じである。

まず、モデル計算による粒子の排出順序を Fig. 7 に示す。粒子の中心から引いた実線は運動の向きを表しており、その長さは速度に比例する。粒子配列の変化をわかりやすくするために一部の粒子を黒色に塗つた。ホッパーの中心軸上、かつ排出口の近くに存在する粒子の速度は大きく、側壁近傍かつホッパーの底部に存在する粒子の速度は小さいことがわかる。

次に、粒子の排出順序を実験結果と比較して Fig. 8 に示す。若い数字の領域に存在する粒子は初期に排出されることを表す。排出の初期では、ほぼ  $60^\circ$  のすべり角の逆三角形領域内に存在する粒子の排出が排出口から

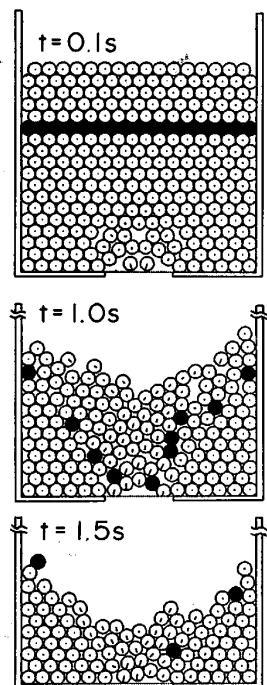


Fig. 7. Flow behavior of particles during discharge from a rectangular hopper.

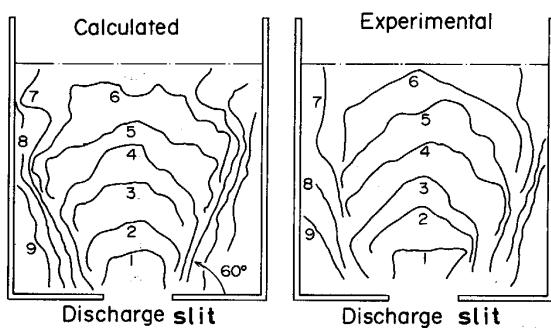


Fig. 8. Comparison of the calculated result with the experimental one regarding the order of discharged particles from a hopper.

層頂に向かい同心円状に拡大する。 $60^\circ$  のすべり角の形成には等径粒子系としての幾何学的条件が影響していることが Fig. 7 の粒子の運動から推察される。粒子の排出順序に関する数式モデルと実験の対比は満足すべきものであることがわかる。

#### 2・4・4 ホッパーから排出される粒子数の経時変化

前節と同じ実験および計算条件で得られた排出粒子数の時間変化を Fig. 9 に示す。排出の終わりを除いて、排出粒子数と時間の間にほぼ比例関係が認められ、単位時間あたりの粒子排出個数が粒子の充填層高に依存しない粒状体固有の特徴が現れており、数式モデルが妥当であることがわかる。

このように、ホッパーでの堆積形状、側壁応力、ホッパーからの排出順序および排出速度について実験結果と比較した結果、本数式モデルの有効性が確認された。

### 3. 粒径偏析現象への数式モデルの適用

不均一粒径の原料を扱うホッパーでの固体流れは製錬プロセスでは重要であり、例えば、ベルレス高炉の炉頂ホッパーから排出される原料粒径の経時変化は高炉の半径および円周方向の通気抵抗の不均一性と関係している。ホッパーでの粒径偏析対策の一つとしてホッパー上部に反発箱を設置する方法が実験的に検討されており<sup>10)</sup>、この方法について数式モデルによる解析を行つた。 $d/L = 1/29$  および  $1/58$ ,  $\mu = 1$  を除く計算条件は Table 1 と同じである。併せて、直径 29 cm のアクリル製ホッパーにおいて粒径 3 mm および 7 mm の表面の粗いアルミ球を用いた実験も行つた。

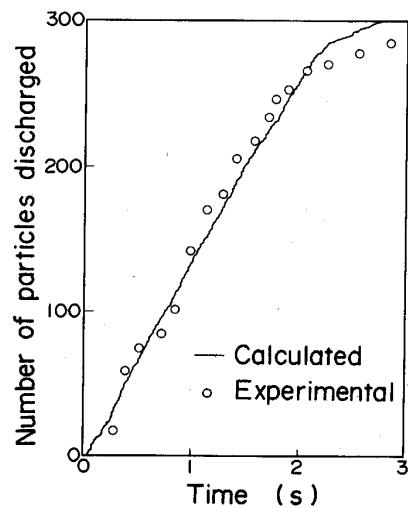


Fig. 9. Transition of number of particles discharged from a hopper.

### 3・1 装入における粒子の流動

反発箱なしの場合（ケース a）とありの場合（ケース b）における粒子装入の途中段階を Fig. 10 に示す。ケース b での頂点の位置は粒子の落下軌跡から決まるので一般には反発箱の設置高さ、大きさ等に依存する。

装入後の細粒の分布を Fig. 11 に示す。ケース a では細粒はホッパーの中心部分に多く、ケース b では中

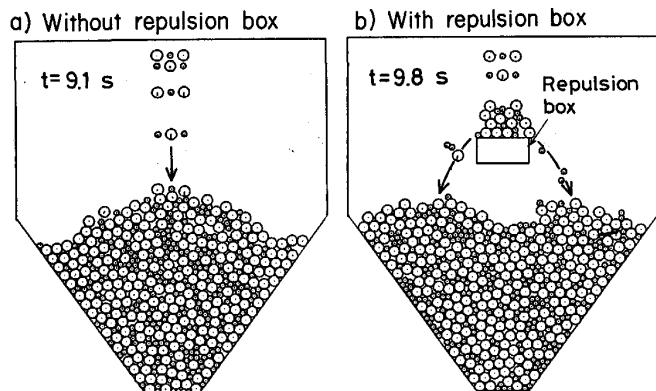


Fig. 10. Flow behavior of particles during charge without or with a repulsion box installed at the upper part of a hopper.

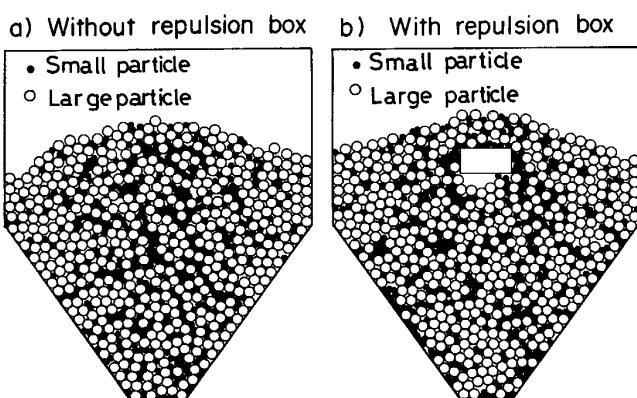


Fig. 11. Distribution of small particles after charging without or with a repulsion box installed at the upper part of a hopper.

心部分は少なく、装入時に頂点が形成されるホッパーの中間部分に多い。細粒の分布を定量的に評価するため細粒の分散を(11)式で定義した。

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(s/\bar{s})^2 - n}{n}} \quad \dots \dots \dots \quad (11)$$

ここで  $s$  はホッパー直胴部の側壁から測定した細粒の水平方向の座標、 $\bar{s}$  はその平均値、 $n$  は細粒の数を表し、 $n = 450$  である。ケース a およびケース b では  $\sigma$  はそれぞれ 0.36 および 0.42 であり、反発箱の設置により水平方向における細粒の分散は 17% ほど向上することが予想される。

### 3・2 排出における粒子の流動

排出される粒子の順序を粒子の濃淡により区別して Fig. 12 に示す。ケース a ではホッパー出口近くの粒子が最初に排出され、続いて排出粒子は出口上方から表層に拡大した後側壁に向かうことを表しており、ロート状流れの挙動を示す。ケース b では反発箱の近傍を除いてケース a と類似の挙動を示す。

以上の粒子の装入および排出挙動に関する解析より、ホッパー上部に反発箱を設置した場合は、細粒の半径方向の分散は向上するが、堆積形状および排出の順序に顕著な変化が現れないことが判明した。

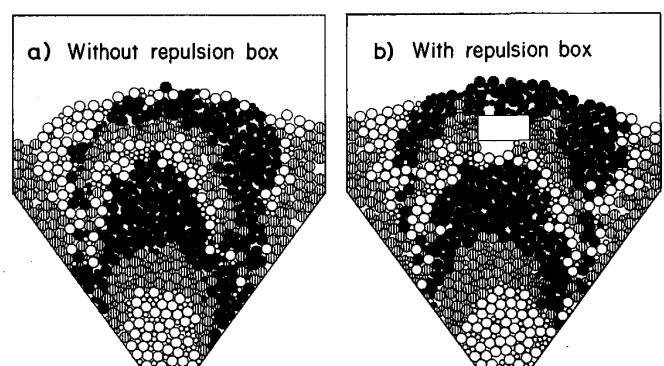


Fig. 12. Effect of a repulsion box installed at the upper part of a hopper on the discharging order of particles.

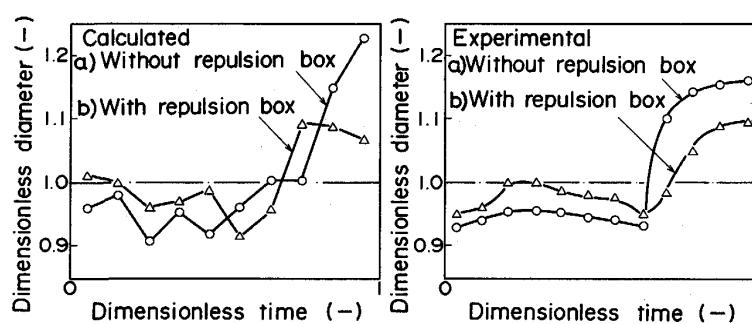


Fig. 13. Effect of a repulsion box installed at the upper part of a hopper on the transition of particle size during discharge.

### 3・3 排出粒子径の経時変化

粒子径の経時変化をアルミ球を使った3次元の実験結果と併せてFig. 13に示す。ケースaでは、排出の前半において細粒の含まれる割合が多く、排出の後半では逆に粗粒の含まれる割合が多い。ケースbでは装入における細粒の半径方向の分散が向上するため、粒径の経時変化は緩和される傾向にあることがモデル計算から予測され、類似の傾向が実験でも確認された。

反発箱なしの場合の粒径偏析は分散に換算して $\sigma = 3.3 \times 10^{-2}$ であり、反発箱の設置によりその値はおよそ40%低減することが数式モデルから予測された。ここで、(11)式において3・1節とは意味の異なる $s = n(t) - n_0(t)$ を用いて $\sigma$ を求めた。なお、 $n(t)$ は時刻 $t$ における細粒の総排出数、 $n_0(t)$ は粒径偏析の生じない理想排出における細粒の総排出数である。

一方実験によればケースaの粒径の分散は $2.9 \times 10^{-2}$ であり、ケースbではこの値はおよそ60%低減した。実験の方が若干顕著ではあるが、反発箱による粒径偏析緩和の傾向を数式モデルにより記述できることが判明した。

## 4. 考察

### 4・1 固体流れ

粒子充填層における固体流れを対象に本モデル(モデルa)と従来の代表的固体流れモデルであるポテンシャル流れモデル(モデルb)とを比較した。容器の形状は長方形の平板であり、原料を片側の側壁近傍かつ底の部分から排出した。

モデルaでは $d/L = 1/10$ を除く計算条件はTable 1と同じであり、初期充填粒子数の2倍の粒子数を排出した段階で計算を停止した。モデルbでは曲線座標で表したラプラス方程式

$$g_{22}\Psi_{xx} - 2g_{12}\Psi_{xy} + g_{11}\Psi_{yy} = 0 \quad (12)$$

$$g_{22}\Phi_{xx} - 2g_{12}\Phi_{xy} + g_{11}\Phi_{yy} = 0 \quad (13)$$

を解いた。ここで、 $\Psi$ 、 $\Phi$ はそれぞれ流れ関数および速度ポテンシャルである。 $g_{ij}$ は計量テンソルであり(14)~(16)式で表される。

$$g_{22} = \Psi_y^2 + \Phi_y^2 \quad (14)$$

$$g_{12} = \Psi_x\Psi_y + \Phi_x\Phi_y \quad (15)$$

$$g_{11} = \Psi_x^2 + \Phi_x^2 \quad (16)$$

モデルaの結果より傾斜角45°の停滯域を境界条件として設定した。

Fig. 14にモデルaおよびbより得られた粒子の配列および固体流れの等時間線を示す。モデルaで $\otimes$ 印で示した粒子は初期充填粒子を表す。両モデルの結果はお

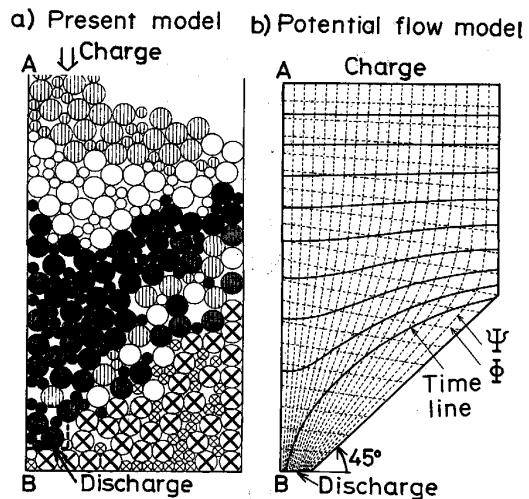


Fig. 14. Comparison of the present model with the potential flow model in the calculated result for solid flow.

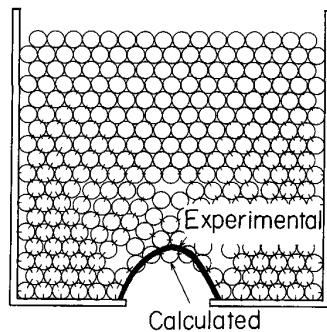


Fig. 15. Bridge formation just above the discharge slit and the distribution of calculated normal force between particles.

おむね一致しているが側壁での降下挙動に若干相違が見られる。モデルbの特徴として固体の降下距離の短い側壁ABでは降下速度が早い結果が得られる。しかし、モデルaによれば側壁ABでは壁との摩擦のため必ずしも降下速度は早くなく、若干側壁から容器の内部に入った所が最も降下速度が早い結果となり、実験でも類似の報告がある<sup>11)</sup>。

このように、ポテンシャル流れモデルでは固体流れにおける粒子と壁との摩擦の影響を高精度に表すことができないが、本モデルではそれが可能であることがわかる。

### 4・2 架橋形成

連続の式を前提としたモデルbではホッパーの出口から流出する原料は必ず上方より供給されるため架橋形成現象を記述できない。しかし、モデルaでは固体が離散化粒子から構成されているので架橋形成現象を記述できる可能性がある。そこで $\mu = 0.72$ の表面の粗い粒

子を Fig. 8 のホッパーから排出する場合を対象にモデル計算を行つた。その結果を Fig. 15 に示す。

排出から 0.2 s 後に排出口の上方に円弧状の架橋が形成され、そのため粒子の排出が停止する結果が得られた。粒子間を結ぶ実線は、粒子間に作用する法線方向の斥力を表しており、その長さは力の強さに比例している。排出口の直上では、円弧状に粒子間力が分布するとともに、排出口の端から 60° の角を成して上方に伸びる斜面と側壁で囲まれる三角形の領域では応力が大きいことがわかる。

類似の現象が実験においても得られ、その場合の架橋形状を Fig. 15 に実線で示す。このような架橋閉塞現象は従来の連続体を前提とした数式モデルでは、記述することができないが、本モデルでは精度良く記述できることがわかる。

## 5. 結 言

適正な Voigt-Kelvin レオロジー模型を用いて粒子ごとの運動方程式に基づく数式モデルを開発し、円柱状二次元粒子から成る粒状体の巨視的挙動の解明に適用した。数式モデルの妥当性をホッパーから排出する粒子の順序、ホッパーへ充填する際の粒子の配列に関する実験結果などとの対応により確認した。

数式モデルを異径粒子系からなる原料をホッパーに装入、排出する際の粒子の流れ及び粒子充填層の固体流れ挙動の解明に適用し、以下の知見を得た。

1) ホッパーの上段に反発箱を設置することにより粒子の落下軌跡は顕著に変化するが、堆積順序および排出順序に顕著な差は認められない。

2) 充填の際の粒子の軌跡は細粒の分布と関係があり、反発箱のない場合はホッパーの中心部、反発箱のある場合はホッパーの中間部に比較的細粒が多い。

3) ホッパーの上段に反発箱を設置し、それに粒子を衝突させながら装入することにより排出における粒径偏析は緩和する。

4) 本モデルは、従来の連続体を前提としたポテンシャル流れモデルに比較して、固体流れにおける壁との摩擦の影響を精度良く記述できるとともに、架橋形成現象などの異常な固体流れ現象を記述できる。

## 記 号

$a$ : 2 次元粒子の長さ (m)

- $d$ : 2 次元粒子の直径 (m)  
 $D$ : ダッシュポットの粘性係数 (kg/s)  
 $f$ : 力 (N)  
 $g$ : 重力加速度 (m/s<sup>2</sup>)  
 $g_{ij}$ : 計量テンソル (—)  
 $H$ : 粒子充填層における表層からの距離 (m)  
 $K$ : ばね要素の弾性係数 (kg/s<sup>2</sup>)  
 $L$ : ホッパーの入口幅 (m)  
 $l$ : 粒子間距離 (m)  
 $m$ : 粒子の質量 (kg)  
 $n$ : 粒子数 (—)  
 $p$ : 粒子充填層における鉛直方向の応力 (N/m<sup>2</sup>)  
 $t$ : 時間 (s)  
 $\theta_{ij}$ : 粒子  $i$  から粒子  $j$  に引いたベクトルと  $X$  軸の成す角度 (radian)  
 $\chi = (1 - \sin \mu_{p-p}) / (1 + \sin \mu_{p-p})$ : 土圧係数 (—)  
 $\mu$ : 摩擦係数 (—)  
 $\Pi = mg/K_n d$  (—)  
 $\rho$ : 粒子密度 (kg/m<sup>3</sup>)  
 $\sigma$ : 分散 (—)  
 $\Phi$ : 速度ポテンシャル (m<sup>2</sup>/s)  
 $\Psi$ : 流れ関数 (m<sup>2</sup>/s)  
 $\psi$ : 粒子の回転角度 (radian)  
添え字  
 $i, j$ : 粒子の番号  
 $n$ : 法線方向  
 $p-p$ : 粒子・粒子間  
 $p-w$ : 粒子・壁間  
 $s$ : すべり方向  
 $\cdot$ : 時間微分

## 文 献

- 桑原 守, 高根慎司, 鞍 嶽: 鉄と鋼, 65 (1979), S 565
- 杉山 喬, 須賀田正泰, 下村泰人, 吉田光男: 鉄と鋼, 69 (1983), S 862
- W. W. MULLINS: Powder Tech., 9 (1974), p. 29
- R. M. NEDDERMAN and U. TÜZÜN: Powder Tech., 22 (1979), p. 243
- K. RUNESSON and L. NILSSON: Bulk Solids Handling, 6 (1986), p. 877
- C. S. CAMPBELL and C. E. BRENNEN: J. Fluid Mech., 151 (1985), p. 167
- P. A. CUNDALL and O. D. L. STRACK: Géotechnique, 29 (1979), p. 47
- L. D. LANDAU and E. M. LIFSHITZ: Fluid Mechanics (1963), p. 304 [Pergamon Press]
- H. GOLDSTEIN: Classical Mechanics (1969), p. 318 [Addison-Wesley]
- Y. AMINAGA, Y. KAJIWARA, T. INADA, T. TANAKA and K. SATO: Trans. Iron Steel Inst. Jpn., 27 (1987), p. 851
- 佐藤裕二, 杉山 喬, 中村正和, 原 行明: 鉄と鋼, 66 (1980), S 634