

論 文

溶融金属フィルムの落下挙動に及ぼす
電磁気力印加の影響小塚 敏之*・浅井 滋生*²・巖 巖*²Effect of Applying Electromagnetic Force on Falling Behaviour of
Molten Metal Film

Toshiyuki KOZUKA, Shigeo ASAI and Iwao MUCHI

Synopsis:

In order to obtain a uniform and stable molten metal film, the shape control function induced by high frequency magnetic field is utilized.

Firstly, the falling behaviour of liquid film shaped by a slit nozzle was observed in a water-model experiment by use of a high speed VTR. The falling liquid is classified into two regions. Namely, one is denoted as the film flow region appearing in the middle part of the falling liquid and the other as the channel flow region appearing in both sides of the film flow region. The width of the film flow region decreased continuously with increase in the falling distance. A mathematical model predicting the falling behaviour of the liquid film is developed on the basis of hydrodynamics and is verified by the water-model experiment.

Then, the effect of magnetic field on the falling molten-metal film is studied by the mathematical model taking into account the magnetic pressure induced by magnetic field.

Key words: continuous casting; twin roll process; molten metal film; electromagnetic force; direct rolling; near net shape.

1. 緒 言

最近、溶融金属から直接薄板を作る直接成形プロセスが注目を集め、種々の技術開発が進められている。その中の一つである双ロール法では、表面性状のすぐれた製品が得られることが知られている¹⁾。

従来、双ロール法は非晶質リボンや薄片の製造に広く活用されてきたが、双ロール法を薄板製造に適用する際には、溶融金属の供給方法が製品の品質に大きな影響を及ぼすことが認識されるようになってきた²⁾³⁾。特に、幅広の薄板の生産に当たっては、幅広のフィルム状の溶湯の安定供給が重要となる。しかしながら溶融金属の表面張力は大きいために、幅広のフィルム流の形成は極めて困難であると考えられる。

一方、溶融金属は電気の良い導体であるから、電磁場によつてその形状を制御することが可能である。特に、高周波磁場は溶融金属の表面に磁気圧力を誘発するので、これを利用することによつて、厚さが均一で、かつ安定したフィルム流の形成が期待できる⁴⁾。

ここでは、水模型実験の結果に基づいて、スリット状ノズルから流出する液体の落下挙動を記述する数学的モデルの展開を行う。次に、溶融金属フィルム流の表面に高周波磁場を印加した場合のフィルム流の挙動について理論解析を行い、落下に伴つて起こるフィルム流の幅収縮の抑制とフィルム流の温度上昇に及ぼす磁場の効果を検討する。

2. 水模型実験

溶融金属フィルム流の落下挙動を把握するために、水を用いて（慣性力が支配的となる条件下で）模型実験を行った。実験装置の概要を Fig. 1 に示す。アクリル製の貯水槽の下部に設置したスリット状ノズルから水を落下させた。流体の落下挙動を調べるために、インクをトレーサーとして上流から注入して流線の写真撮影を行った。また、フィルム流の流速分布を測定するために、インクを多点にわたつて等間隔に注入し、それが描く流跡を高速ビデオカメラ（500 コマ/s）により撮影した。

スリット状ノズルから落下する流れ（以下、スリット

昭和 60 年 10 月本会講演大会にて発表 昭和 61 年 5 月 26 日受付 (Received May 26, 1986)

* 名古屋大学大学院 (Graduate School, Nagoya University, Furo-cho Chikusa-ku Nagoya 464)

*² 名古屋大学工学部 工博 (Faculty of Engineering, Nagoya University)

流と略称する)とその流線の写真を Photo.1 に示す。
 上方のスリット状ノズルの両端から下方に向かって管状

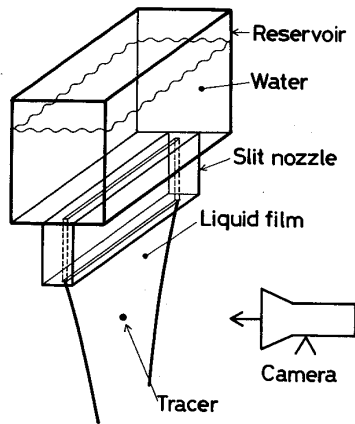


Fig. 1. Experimental apparatus.

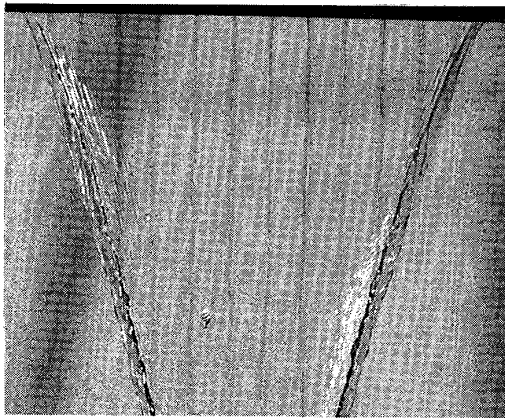


Photo. 1. Reduction in width of the falling water film and the stream lines.

の流れが形成されており、管状部はフィルム状の部分より厚くなっていることが観察された。この管状の流れに挟まれた部分はフィルム状となつている。フィルム状の部分で黒く見える縦の線はトレーサーによつて可視化された流線である。これらの流線が鉛直下向きに延びることから、フィルム状の部分の流れの方向は鉛直下方で、スリット流の両側端にみられる幅の収縮挙動とは無関係であることがわかる。Fig. 2 に、ビデオの録画の画像解析から求めたフィルム状の部分の流速を示す。横軸はスリット流がノズルを離れてからの落下時間であり、縦軸は落下に伴う速度の増分を示している。図中にはフィルム状の部分の幅方向の4点から得られたデータと自由落下の理論直線(実線)が示されている。ノズル出口速度が 0.85 m/s および 1.35 m/s の場合ともに、観測されたデータは幅方向の位置によらず自由落下の理論直線のまわりに分布していることから、フィルム状の部分の流速は幅方向に均一で、かつ自由落下していることがわかる。

3. 理論解析

3.1 数学的モデル

ここでは、水模型実験によつて得られた知見に基づいて数学的モデルを展開する。Fig. 3 に示すようにスリット流をフィルム状の部分(以下、領域(I)とする)とその両側端の管状の部分(以下、領域(II)とする)に分けてモデル化し、流体は完全流体(粘性をもたない流体)として取り扱う。領域(I)はその幅と厚さが落下に伴つて減少するが、幅の収縮は領域(I)の流れの方向とは無関係であることから、その収縮は流速の増加に

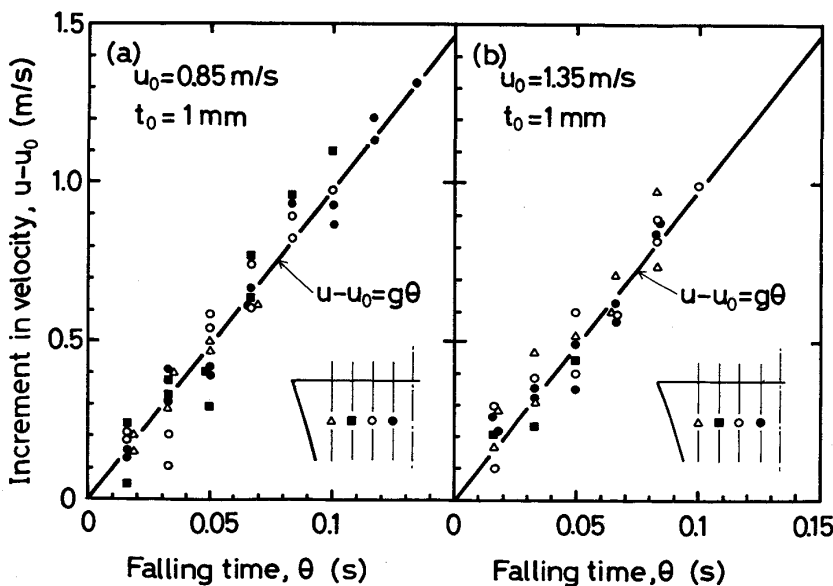


Fig. 2. Increment in falling velocity with time in film flow region.

よるものではなく表面張力によつてひき起こされるもの
と考える。自由落下の式に従つて領域 (I) の流速 (u)
が増加するにつれて、領域 (I) の厚さ (t) は物質収支
に基づいて減少することになる。次に、 u と t の関数形
を決定する。まず、自由落下の式により、 u は次式で与
えられる。

$$u = (2gx + u_0^2)^{1/2} \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 u_0 はノズル出口速度である。また、(2) 式の
物質収支式により t は (3) 式で与えられる。

$$d\{u(x)t(x)\}/dx = 0 \dots\dots\dots (2)$$

$$t(x) = u_0 t_0 / u(x) \\ = u_0 t_0 (2gx + u_0^2)^{-1/2} \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 t_0 はスリット流のノズル出口での厚さ、すな
わちスリット間隔である。

領域 (II) では、その断面 (断面積 s) 内で流速 (v)

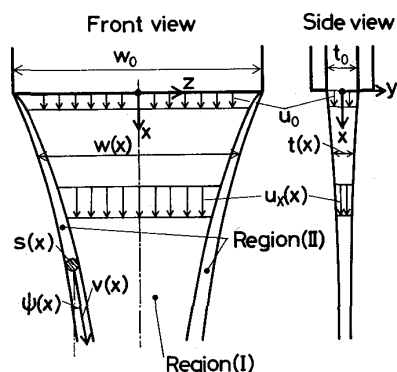


Fig. 3. Illustration of the falling liquid film.

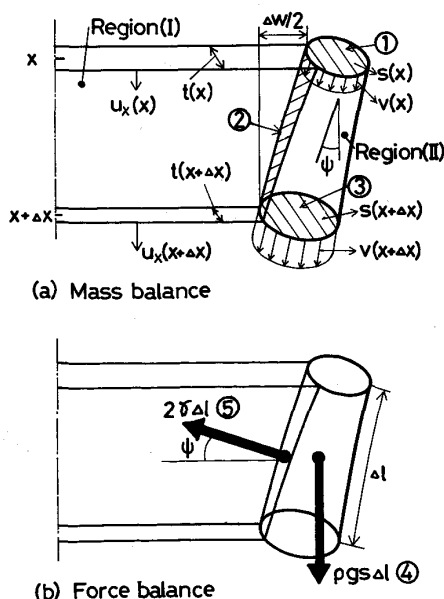


Fig. 4. Controlling volume of region (II).

は均一で、その傾き角を ψ (x 軸となす角) とすれば、 v 、 s および ψ は x の関数となる。Fig. 4 に、領域 (II) の
微小要素の模式図を示す。(a) は流体の物質収支を表
しており、流体は要素の上面①と領域 (I) との接触面
②から入り、要素の下面③から出てゆく。したがって、
物質収支式は次式で表される。

$$s(dv/dx) + v(ds/dx)$$

$$- u_0 t_0 \tan \psi = 0 \dots\dots\dots (4)$$

また、(b) は力の釣合いを示すもので、重力④が鉛直
下方に働き、表面張力⑤はスリット流の両表面において
接触面②と垂直をなす方向に作用する。 x 方向と z 方向
の運動量収支式は、それぞれ (5) 式および (6) 式と
なる。

$$d(sv^2 \cos \psi)/dx - u^2 t \tan \psi \\ + 2\gamma \tan \psi / \rho - gs \sec \psi = 0 \dots\dots (5)$$

$$d(sv^2 \sin \psi)/dx - 2\gamma / \rho = 0 \dots\dots\dots (6)$$

s 、 v および ψ の $x=0$ における境界条件を次のように定
める。

$$s_0 = t_0^2 \dots\dots\dots (7)$$

$$v_0 = u_0 / \cos \psi_0 \dots\dots\dots (8)$$

$$\tan \psi_0 = \{2/(We - 2)\}^{1/2} \dots\dots\dots (9)$$

ここで (9) 式中の We はウェーバー数であり、次の
ように定義する。

$$We = \rho u_0^2 t_0 / \gamma \dots\dots\dots (10)$$

(7) 式は、スリット状ノズルの出口での領域 (II) の
形状を一辺がスリット幅の矩形と近似したものである。

(8) 式は、領域 (II) の出口速度の鉛直下向き成分が
ノズル出口速度 (u_0) に等しいことを意味している。一
方、スリット間隔 (t_0) を無限に小さくした場合に、 x

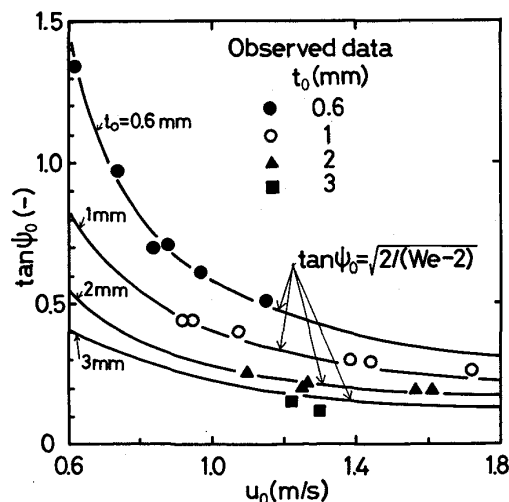


Fig. 5. Comparison of the observed data with theoretical curves.

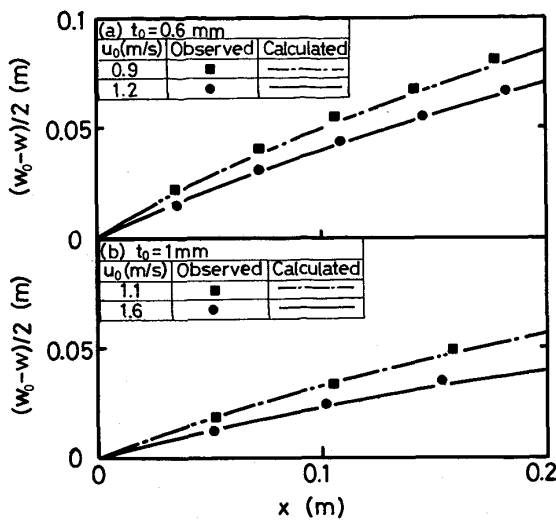


Fig. 6. Comparison of the observed data of reduction in width of water film with calculated results.

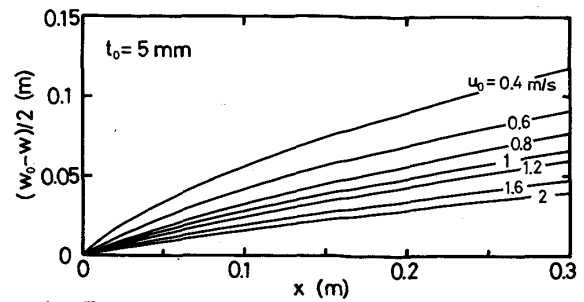
$=0$ において (4)~(6) 式が成立するためには (9) 式の条件が必要となる (誘導は Appendix に示す). スリット流のモデル化により導かれた (9) 式を水模型実験により検証した結果を Fig. 5 に示す. 図中には (9) 式を使つて計算した結果を実線で示し, 実測値と比較した. t_0 の値が比較的小さい場合にはよい一致がみられる.

Fig. 6 は, 模型実験で用いた水の場合 ($\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\gamma = 0.074 \text{ N/m}$) について, 本数学的モデルに基づいた計算値と実測値を比較したものである. 横軸はスリット流の落下距離であり, 縦軸はスリット流の収縮量の半分の値が示されている. 計算値と実測値はよく一致しており, 本数学的モデルによつて水のスリット流の挙動が的確に表現されていることがわかる.

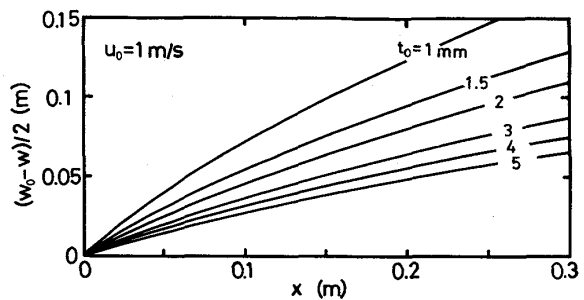
次に, Fig. 7 には本数学的モデルを用いて計算した溶鋼 ($\rho = 7000 \text{ kg/m}^3$, $\gamma = 1.84 \text{ N/m}$) のスリット流の収縮挙動を示す. (a) は t_0 を一定に保つて u_0 の効果を, (b) は u_0 を一定に保つて t_0 の効果をそれぞれ調べたものである. スリット流の収縮を抑制するには, スリット間隔を大きくすること, また, ノズル出口速度を大きくすることが必要である. なお, 溶鋼の表面張力は極めて大きい (水の約 25 倍) ために, Fig. 6 に示した水の場合の計算値と比較すると, 溶鋼での幅収縮がより大きくなっていることがわかる.

3.2 磁場によるスリット流の幅収縮の抑制

前述の水模型実験から明らかなように, スリット流の幅収縮にともなつてその両側端には領域 (II) が形成され, スリット流の厚さは幅方向にわたつて不均一となる. そのため, 均一なスリット流を得るには幅の収縮を抑制



(a) Effect of initial velocity.



(b) Effect of slit clearance.

Fig. 7. Calculated results of reduction in width of molten steel film.

しなければならない.

スリット流の表面に対して平行な幅方向 (z 方向) に高周波磁場を印加する場合, スリット流内部の磁束密度の分布は次式を解くことによつて得られる⁶⁾.

$$(1/\mu_0\sigma)\nabla^2\mathbf{B} = \partial\mathbf{B}/\partial\theta - \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) \cdots (11)$$

ここで, 対象とする溶融金属の落下速度は, 数 m/s 以下であるとする, (11) 式の右辺第二項を無視することができ, 次式が得られる.

$$(1/\mu_0\sigma)\nabla^2\mathbf{B} = \partial\mathbf{B}/\partial\theta \cdots (12)$$

印加する磁束密度 $\mathbf{B}_0$ が, 幅方向 (z 方向) 成分のみを持ち, 角周波数 ω で振動するとして, $\mathbf{B}_0$ を次のように表す.

$$\mathbf{B}_0 = [0, 0, B_0 \exp(j\omega\theta)] \cdots (13)$$

この場合, スリット流内部での磁束密度も z -成分のみとなり, 同じ角周波数を持つことになるため, (12) 式は (14) 式となる.

$$d^2B_z/dy^2 = k^2 B_z, \quad k^2 = j\omega\mu_0\sigma \cdots (14)$$

境界条件は次式で与えられる.

$$y = \eta/2 \text{ で } B_z = B_0 \cdots (15)$$

$$y = 0 \text{ で } dB_z/dy = 0 \cdots (16)$$

ここで, η はスリット流の厚さである. (14) 式を (15) 式, (16) 式のもとで解くと, 次式が得られる.

$$B_z = B_0 \cosh(ky)/\cosh(k\eta/2) \cdots (17)$$

次の (18) 式 (アンペールの式) に (17) 式を代入する

ことにより、電流密度の分布は (19) 式で与えられる。

$$\mathbf{J} = (1/\mu_0) \cdot (\nabla \times \mathbf{B}) \quad (18)$$

$$J_x = (B_0/\mu_0) k \sinh(ky)/\cosh(k\eta/2) \quad (19)$$

体積力 $\mathbf{F}$ は、次式を使つて求めることができる。

$$\mathbf{F} = \mathbf{J} \times \mathbf{B} \quad (20)$$

すなわち、(17)、(19) 式を (20) 式に代入し、一周期にわたつて時間平均した体積力 $\mathbf{F}$ ($0, f_y, 0$) を求めると、次式となる。

$$f_y = -\frac{B_0^2}{2\mu_0\delta} \cdot \frac{\sinh(2y/\delta) - \sin(2y/\delta)}{\cosh(\eta/\delta) + \cos(\eta/\delta)},$$

$$\delta = (2/\mu_0\sigma\omega)^{1/2} \quad (21)$$

ここで、 δ は電磁的な表皮厚さ (Skin depth) を表す。

(21) 式の体積力は y 方向に働く力であり、負号はスリット流の両表面からスリット流を押さえつける力であることを示している。(21) 式をスリット流の厚さの半分にわたつて積分することにより、磁気圧力 (P_m) が次式で与えられる。

$$P_m = \int_0^{\eta/2} f_y dy = -\frac{B_0^2}{4\mu_0} \left(\frac{\lambda - 2}{\lambda} \right),$$

$$\lambda = \cosh(\eta/\delta) + \cos(\eta/\delta) \quad (22)$$

角周波数が無限大である場合や完全導体においては $\delta = 0$ と置くことができるので、 $\lambda \rightarrow \infty$ となつて (22) 式から $P_m = -B_0^2/4\mu_0$ となる。したがつて、(22) 式中の $(\lambda - 2)/\lambda$ の項は、有限の導電率の金属が有限の角周波数のもとにおかれた場合の補正項と考えることができる。

領域 (I) と領域 (II) では、スリット流の厚さが異なるため、それらに働く磁気圧力も異なり、それぞれ、次のように書ける。すなわち、領域 (I) では (23) 式、(24) 式、領域 (II) では (25) 式、(26) 式となる。

$$P_{mI} = -\frac{B_0^2}{4\mu_0} \left(\frac{\lambda_I - 2}{\lambda_I} \right) \quad (23)$$

$$\lambda_I = \cosh(t/\delta) + \cos(t/\delta) \quad (24)$$

$$P_{mII} = -\frac{B_0^2}{4\mu_0} \left(\frac{\lambda_{II} - 2}{\lambda_{II}} \right) \quad (25)$$

$$\lambda_{II} = \cosh(\sqrt{s}/\delta) + \cos(\sqrt{s}/\delta) \quad (26)$$

ここで、領域 (II) の断面積は s であるから近似的に領域 (II) の厚さを $\sqrt{s}$ とした。磁気圧力は、スリット流内部の静圧を増加させ、スリット流の幅の収縮を抑制することができる。領域 (I) と領域 (II) の接触面には、領域 (I) の側から P_{mI} 、領域 (II) の側から P_{mII} の静圧が働く。このように接触面において静圧に不連続が生じる理由は、モデル上で領域 (I) と領域 (II) の厚さを不連続に変化させたためである。実際には、領域 (I) から領域 (II) へ厚さは連続的に変化しているの

で磁気圧力は P_{mI} と P_{mII} の間の値となる。ここでは、それらの平均値を採用した[†]。

$$\bar{P}_m = (P_{mI} + P_{mII})/2 \quad (27)$$

(27) 式で与えられる磁気圧力は領域 (II) に対しては静圧として表面張力が作用する方向とは逆向きに働くことになる (Fig. 8 参照)。領域 (II) の微小長さ (Δl) に作用する表面張力による力は ($2\gamma \cdot \Delta l$) であり、領域 (I) と領域 (II) の接触面の微小断面積 ($\Delta l \cdot t$) に働く磁気力は ($\bar{P}_m \cdot t \cdot \Delta l$) となる。したがつて、磁場を印加した

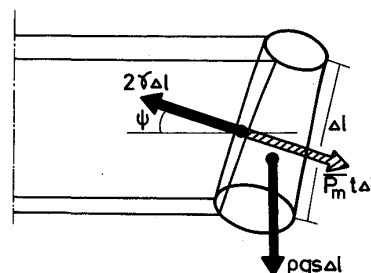
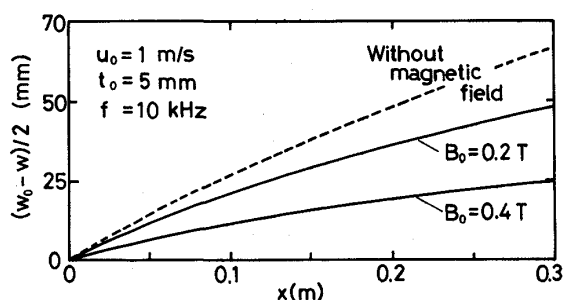
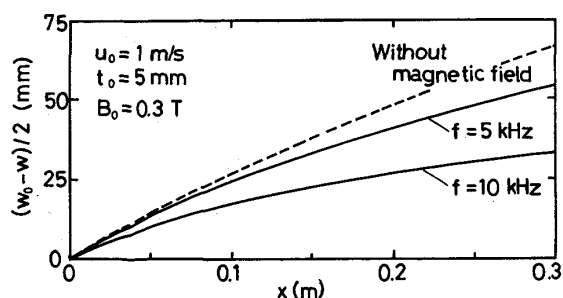


Fig. 8. Force balance taking account of magnetic pressure in region (II).



(a) Effect of intensity of magnetic field.



(b) Effect of frequency of magnetic field.

Fig. 9. Effects of electromagnetic force on reduction in width of molten steel film.

[†] ここに採用したモデルに従えば、領域 (I) から $P_{mI}t$ 、領域 (II) から $P_{mII} \cdot \sqrt{s}$ の力が接触面に働くことになり、接触の静圧は $\bar{P} = (P_{mI}t + P_{mII} \cdot \sqrt{s}) / (t + \sqrt{s})$ と表される。ただし、 $t = \sqrt{s}$ とすれば (27) 式の表現を得る。

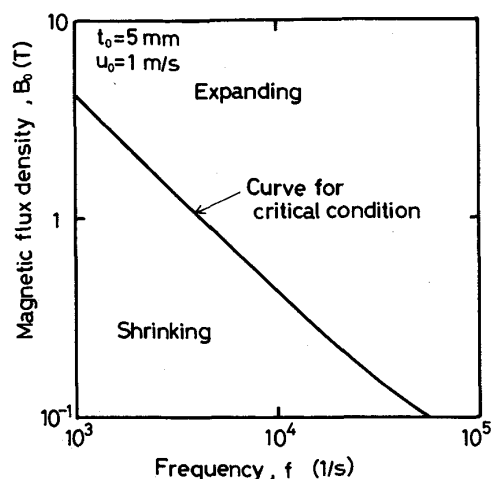


Fig. 10. Critical condition of B_0 and f for suppressing the reduction in width of molten steel film.

場合にスリット流に実質的に働く見かけの表面張力を γ' とすれば、次式が導かれる。

$$2\gamma'\Delta l = 2\gamma\Delta l - \bar{P}_m \cdot \Delta l \cdot t \quad (28)$$

磁場を印加しない場合について展開した前述の数学的モデルで γ を (28) 式より求められる $\gamma' (= \gamma - \bar{P}_m \cdot t/2)$ に置き換えることにより、磁場の効果を考慮した数学的モデルに変換することができる。

ここで述べたモデルに基づいて計算した結果を Fig. 9 に示す。図中の (a) は周波数 (f) を一定にして磁束密度 (B_0) がスリット流の幅収縮の抑制に及ぼす効果を示したものである。また、(b) は磁束密度を一定にした場合の周波数の効果を示している。磁束密度と周波数の増加に伴って、スリット流の収縮が抑制される様子が示されている。

(28) 式は、領域 (I) の厚さ (t) に対して見かけの表面張力が 0 となる磁場の条件が存在することを示している。その条件をスリット流の厚さが 5 mm の場合について示したものが Fig. 10 である。ここに示した B_0 と f の直線よりも上方の磁場の条件ではスリット流は拡大し、下方の条件では収縮する¹²。

3.3 磁場による融体温度の上昇

導電性流体に高周波磁場を印加すると、流体の内部に誘導電流が生じ、ジュール効果によつて流体は加熱される。ここでは、磁場の印加に伴う領域 (I) の温度の上昇について検討する。

ジュール効果による単位体積当たりの発熱量 Q は、

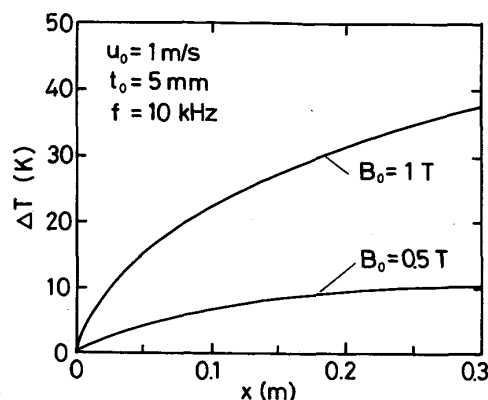


Fig. 11. Effects of magnetic field on the film temperature along the falling distance.

次式で与えられる。

$$Q = |J|^2 / \sigma = J_x^2 / \sigma \quad (29)$$

J_x^2 の一周期にわたる時間平均は次式から計算できる。

$$Q = (1/2) \operatorname{Re} \{ J_x \times J_x^* \} \quad (30)$$

ここで、 J_x^* は J_x の共役複素数であり、 $\operatorname{Re} \{ \}$ は $\{ \}$ 内の実数部を表す。(19) 式を (30) 式に代入して計算すると、次式が得られる。

$$Q = \frac{B_0^2}{\sigma \mu_0^2 \delta^2} \cdot \frac{\cosh(2y/\delta) - \cos(2y/\delta)}{\cosh(t/\delta) + \cos(t/\delta)} \quad (31)$$

Q の y 方向の平均値 ($\bar{Q}$) は次式により計算できる。

$$\begin{aligned} \bar{Q} &= (2/t) \int_0^{t/2} Q \cdot dy \\ &= \frac{B_0^2}{\sigma \mu_0^2 \delta^2} \cdot \frac{\sinh(t/\delta) - \sin(t/\delta)}{\cosh(t/\delta) + \cos(t/\delta)} \quad (32) \end{aligned}$$

したがって、スリット流の落下時間 $\Delta\theta$ における温度上昇 ΔT は、次式により計算できる。

$$\Delta T = \int_0^{\Delta\theta} (\bar{Q} / c_p) d\theta \quad (33)$$

$\Delta\theta$ とフィルム落下距離 (Δx) の関係は (1) 式で与えられるので (1) 式と (33) 式を用いて、スリット流の落下距離と温度上昇の関係を計算することができる。

Fig. 11 に、周波数を一定にした場合の温度上昇に及ぼす磁束密度の影響を示す。磁束密度は、温度上昇 (ΔT) に大きく影響することがわかる。

溶鋼のスリット流がノズルから 0.2 m 落下したときの領域 (I) の温度上昇を Fig. 12 に示した。図中の破線は、Fig. 10 に実線で示したスリット流の幅収縮を抑制する磁場の条件である。この図からわかるように、領域 (I) の収縮を完全に抑制する磁場の条件下では、0.2 m 落下したときの温度上昇は溶鋼の場合には約 5~10 K となる (周波数 1~100 kHz)。また、アルミニウムの場合では約 1~6 K であり比較的小さい値となつてい

¹² 実際のスリット流は落下に伴い厚さが減少するので、厳密には、Fig. 10 に示した磁場のもとでも、多少の収縮は避けられない。

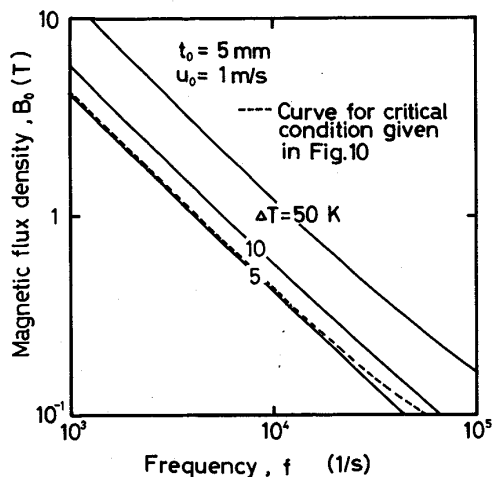


Fig. 12. Increase in the temperature of molten steel film for given magnetic field conditions.

Table 1. Increase in the temperature of various metal films at the point of 0.2 m fall from nozzle under suppressing film shrinkage.

	1 kHz	10 kHz	100 kHz
Fe	5.1 K	5.4 K	10 K
Al	0.8	1.2	5.6
Cu	0.8	1.2	5.4
Hg	2.9	3.0	7.5
Ti	10	10	17

る。他の主要な金属について同様の計算を行った結果を Table 1 に示す。

(21) 式と (22) 式からわかるように、スリット流の厚さが小さい場合には、印加する磁場の周波数を増加させることによって δ を小さくして、 P_m を、 $(-B_0^2/4\mu_0)$ に接近させるようにすることが望まれる。一方、周波数を増加させると、温度上昇が無視できなくなるので、スリット流の均一化を図るには、温度上昇を考慮した上で磁束密度と周波数を決定する必要がある。

3.4 フィルム形成条件

スリット流は落下途中において自らが持つ不安定性により領域 (I) に破断点を生ずる。Fig. 13 には、破断点に作用する慣性力と表面張力を模式的に示した。破断点を下方に押し下げスリット流の破断を阻止する方向に作用する慣性力と破断点で領域 (I) を上方に向かつて引き裂く方向に作用する表面張力との差を D とすると、 D は次式で表される。

$$D = \rho u^2 t \cdot \xi - 2\gamma \cdot \xi \quad (34)$$

ここで、 ξ は破断の長さである。 $D > 0$ ならば外乱によつて生じた破断点はすぐに消失し、逆に $D < 0$ ならば破断点は上方に移動しノズルの位置からフィルムが分断

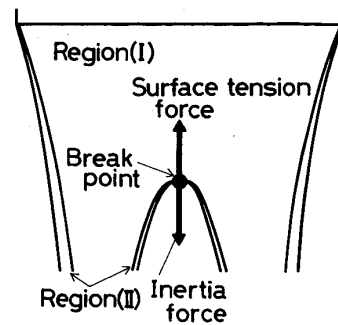


Fig. 13. Force balance at a break point.

される。つまり領域 (I) が安定に保たれるためには、 $D > 0$ とならねばならない。したがって、フィルム形成条件として次式が得られる。

$$We = (\rho u^2 t / \gamma) > 2 \quad (35)$$

(2) 式より、 (ut) は単位幅当たりの体積流量を表し、一定となるので、落下に伴い We は漸次増大する。したがって、 We はスリット出口で最小となり、フィルム形成条件は次式となる。

$$(\rho u_0^2 t_0 / \gamma) > 2 \quad (36)$$

先に、領域 (I) の側端の傾きの初期値として (9) 式を採用したが、(9) 式は We が 2 以下では定義できないものとなっている。このことは (36) 式で表されるノズル出口でのフィルム形成条件が (9) 式と整合することを表している。

磁場を印加すると (28) 式に見られるように、見かけの表面張力 (γ') が $\gamma' = \gamma - \bar{P}_m t / 2$ のように表されることがからも明らかのように、見かけの We の値が大きくなるため、スリット流はより安定に保たれることになる。

4. 結 言

水模型実験によりスリット状ノズルから落下する水の流れを観察した結果、スリット流はフィルム状の部分とその両側端に形成される管状の部分からなること、および、フィルム状の部分の流体は自由落下することを明らかにした。

この知見に基づいて、スリット流の落下挙動を表現する数学的モデルを展開した。水模型実験によつて得られた観測値とモデルによる計算値の比較から、スリット流の落下挙動が本数学的モデルによつてよく表現できることがわかった。さらに、フィルム領域が形成される条件は We (ウェーバー数) > 2 で表されることを理論的に示した。

次に、スリット状ノズルから落下する流体の収縮の抑制と安定化を図ることを目的として、溶融金属のスリッ

ト流に高周波磁場を印加した場合について理論展開を行った。すなわち、上述の数学的モデルに磁場の効果を加味して、磁場の強度と周波数がスリット流の幅収縮の抑制とフィルム流の温度上昇に及ぼす効果について検討した。

Appendix

(5) 式と (6) 式の微分を実行し、両式から ds/dx と dv/dx を消去すると $d\psi/dx$ は次式となる。

$$\frac{d\psi}{dx} = -\frac{u^2 t}{s v^2} \frac{\sin^2 \psi}{\cos \psi} + \frac{2\gamma}{\rho s v^2} \frac{1}{\cos \psi} - \frac{g}{v^2} \tan \psi = 0 \quad (\text{A-1})$$

(2) 式, (7) 式および (8) 式を用いて上式からノズル出口における方程式を導出すると次式を得る。

$$d\psi/dx|_{x=0} = (\cos \psi_0 / t_0) (2/We - \sin^2 \psi_0) \quad (\text{A-2})$$

t_0 の値が小さい場合にも $d\psi/dx|_{x=0}$ が物理的に意味を持つ (発散しない) ためには $(2/We - \sin^2 \psi_0)$ の値が 0 に漸近しなければならない。したがって ψ の初期値は次式で与えられることになる。

$$\sin^2 \psi_0 = 2/We \quad (\text{A-3})$$

(A-3) 式より (9) 式が得られる。

記 号

B, B_z : 熔融金属内部の磁束密度 (T)
 B_0, B_0 : 外部から印加される磁束密度 (T)
 c_p : 熔融金属の比熱 ($\text{J/K} \cdot \text{m}^3$)
 D : 表面張力と慣性力の差 (N)
 F, f_y : 電磁体積力 (N/m^3)
 g : 重力加速度 (m/s^2)
 J, J_x : 電流密度 (A/m^2)
 j : 虚数単位 (—)
 k : 伝搬定数 ($1/\text{m}$)

Δl : 領域 (II) の微小要素の長さ (m)
 P_m, P_m : 磁気圧力および平均の磁気圧力 (Pa)
 Q : 単位体積当たりの発熱速度 ($\text{J/m}^3 \cdot \text{s}$)
 $\bar{Q}$: Q の厚さ方向の平均値 ($\text{J/m}^3 \cdot \text{s}$)
 s : 領域 (II) の断面積 (m^2)
 t : 領域 (I) の厚さ (m)
 t_0 : スリット間隔 (m)
 u : 流速 (m/s)
 u : 領域 (I) の流速 (m/s)
 u_0 : ノズル出口速度 (m/s)
 v : 領域 (II) の流速 (m/s)
 w : スリット流の幅 (m)
 w_0 : スリット幅 (m)
 We : ウェーバー数 ($=\rho u_0^2 t_0 / \gamma$) (—)
 x : スリット流の落下方向の座標 (m)
 y : スリット流の厚さ方向の座標 (m)
 z : スリット流の幅方向の座標 (m)
 γ : 表面張力 (N/m)
 δ : 電磁氣的表皮厚さ (m)
 ξ : 破断点の長さ (m)
 η : スリット流の厚さ (m)
 θ : 時間 (s)
 μ_0 : 真空の透磁率 (H/m)
 ρ : 密度 (kg/m^3)
 σ : 導電率 ($1/\Omega \cdot \text{m}$)
 ψ : 領域 (II) の傾き角度 (x 方向に対して) (—)
 ψ_0 : ノズル出口での傾き角度 (—)
 ω : 磁場の角周波数 ($1/\text{s}$)

文 献

- 1) 川上公成: 鉄と鋼, **70** (1984), p. 1357
- 2) J. ETAY and M. GARNIER: Proceedings of IUTAN Sympo., Cambridge (1982), p. 190
- 3) K. MIYAZAWA and J. SZEKELY: Metall. trans., **12A** (1981), p. 1047
- 4) M. GARNIER and R. MOREAU: J. Fluid. Mech., **127** (1983), p. 365
- 5) Y. L. YEOW: J. Fluid. Mech., **66** (1974), p. 613
- 6) M. ZAHN: Electromagnetic Field Theory (1979), p. 437 [John Wiley & Sons]