'87－S890

(154) 一定凝固速度における厳密解・近似解の算出
(柱状デンドライト模型を用いた凝固時溶質再分配解析－I)

住友金属工業㈱ 総合技術研究所 小林純夫

1. 緒言： 鋼の凝固時溶質再分配解析において，デンドライト形状を平面[1,2]および柱状[3]で仮定する二つの場合が報告されている．柱状デンドライト・一定凝固速度の場合について，厳密解および近似解を求め，先に導出した平面凝固の場合の結果[2]と比較した．

2. 解析模型： Fig.1に示す形状において，溶質分布がyのみの関数であると仮定すると，本質的には円柱状デンドライトと同一であり，固相中拡散，溶質保存に関する次式が成り立つ．

$$\frac{\partial C_s}{\partial t}=D\left[\frac{\partial^2 C_s}{\partial y^2}+\frac{1}{y}\frac{\partial C_s}{\partial y}\right] \quad (1), \qquad \frac{2kf_s}{Y^2}\int_0^Y C_s\,y\,dy+C_s^i(1-f_s)=kC_o, \quad (2)$$

ここで，液相中は完全拡散を仮定した．記号は，y，Yを除き文献2)と同じ意味である．凝固速度は，

$f_s=t/t_f$， (3) で与えられると仮定した．t_f:局所凝固時間．

3. 結果： 解析方法は平面凝固の場合と同様である．すなわち，無次元パラメータ，$\gamma=8Dt_f/\lambda^2$ (λ：デンドライトアーム間隔)を定義し，$z=y^2/(2\gamma Y^2)$の変換を行なって，(1)，(2)をf_sとzを変数とする方程式に書き直す．変数分離法で厳密解を逐次近似法で近似解を求めた．厳密解は，次の通りである．

$$C_s(f_s,z)=kC_o\sum_{n=0}^{\infty}\zeta_n\frac{L_n(-z)}{L_n(-z_0)}f_s^n \quad (4); \qquad \zeta_n=\prod_{m=0}^{n-1}\left[1-\frac{k}{m+1}\frac{\sum_{l=0}^{m}L_l(-z_0)}{L_m(-z_0)}\right] \quad (5)$$

ここで，$z_0=1/2\gamma$，Ln:Laguerreの多項式である．一方近似解は次式で与えられる．

$$C_s^i=kC_o\xi^n[1+\Gamma\{\tfrac{1}{2}(1/\xi^2-1)-2(1/\xi-1)-l_n\xi\}] \quad (6)$$ ここで，$\eta=(k-1)/(1-\beta k)$

$\xi=1-(1-\beta k)f_s$，$\beta=2\gamma/(1+2\gamma)$，$\Gamma=\beta^3(k-1)((1+\beta)k-2)/(4\gamma(1-\beta k)^3)$．

種々のk，γに対して，$f_s=1$におけるC_s^i/C_oを計算した．結果をFig.2に示す．平面凝固にくらべ偏析が低目に評価されること，および近似解の精度が十分なことが分る．

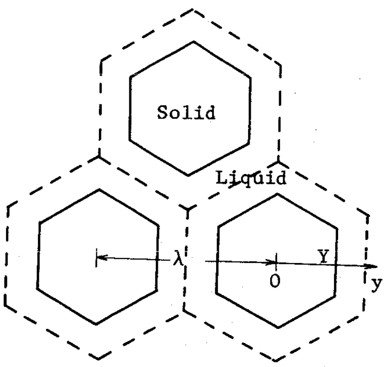

Fig.1 Columnar dendrite model.

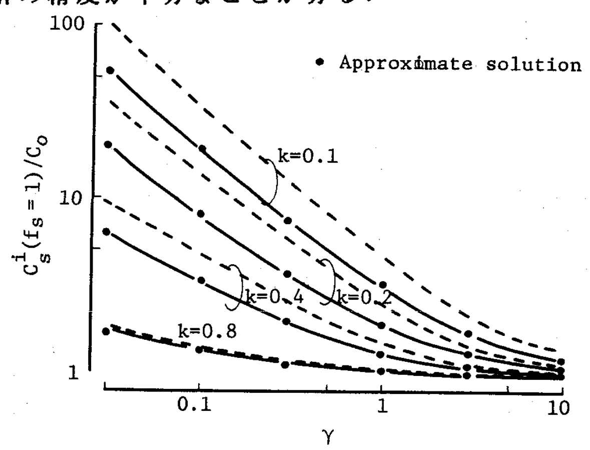

Fig.2 C_s^i/C_o vs. k and γ.
—— : Columnar model, ------ : Planar model

1) H.D. Brody, M.C. Flemings : Trans. AIME, 236 (1966), 615.
2) S. Kobayashi : Tetsu-to-Habane, 71 (1985) S.199 & S.1066.
3) I. Ohnaka : Trans. ISIJ, 26 (1986), 1045.