

## 論文

UDC 621.746.62.01 : 669.14-404

## 液相の流動を考慮した鋼塊の凝固解析

大中 逸雄\*・福迫 達一\*・西川 清明\*\*

## Solidification Analysis of Steel Ingots with Consideration of Fluid Flow

Itsuo OHNAKA, Tatsuichi FUKUSAKO, and Kiyoshi NISHIKAWA

## Synopsis:

A numerical technique of solidification analysis is presented which is based on "Inner Nodal Point Method" and takes account of fluid flow induced by solidification shrinkage and variable fluid density. As examples, solidifications of tapered steel ingots have been analysed. It is shown that (1) a step by step method, where the equations of conservation laws for heat- and fluid-flow are solved alternately, can be employed, (2) the value of permeability in solid-liquid region affects considerably the magnitude of fluid velocity, pressure and rate of solidification, (3) the magnitude of negative pressure and rate of solidification decrease with increasing taper, and (4) the movement of solid phase should be considered in some cases. In addition, the mechanisms of formation of V- and A-segregation are discussed on the flow and pressure field calculated. The proposed technique, which can handle complicated boundary shape, may be more useful for the determination of ingot shape and casting condition than conventional ones.

## 1. 緒 言

鋳塊の凝固時に生じる凝固収縮や液相の濃度変化および温度変化による液相の流動はマクロ偏析や鉄巣の原因となる。また温度分布や凝固時間も流動により変化する。従つてこのような流動を考慮して凝固解析を行うことは健全な鋳塊を得るために省エネルギー、省資源のための押湯等の最適設計や最適铸造条件の決定のために非常に重要なことである。

流動を考慮した凝固解析としてはまず凝固収縮のみを考慮した解析的手法による CARSLAW ら<sup>1)</sup>や TIEN ら<sup>2),3)</sup>の報告がある。特に TIEN らは Al-Cu の場合、凝固収縮により凝固は約 10% 遅れること<sup>2)</sup>、長さ約 150 cm の Al-4.5%Cu 鋳塊では凝固が約 90% 進むと約 100 atm の負圧が生じる<sup>3)</sup>などの計算結果を得ている。しかしながらこれらの解析的な手法では実際の鋼塊への適用は困難であり、自然対流を考慮することも容易ではない。

自然対流を考慮したものとしては連続铸造における固液界面の形状におよぼす自然対流の影響を解析した KROEGER らの研究<sup>4)</sup>、塩の溶解現象を解析した SPARROW らの研究<sup>5)</sup>等があるが、これらは固液共存域が存在しない純物質の場合の定常解を座標変換法と差分法により求めたものである。また SZEKELY らは層流自然対

流に対する数学モデル<sup>6)</sup>を発展させ、最近では ESR における電磁力を考慮に入れた定常流れ解析<sup>7)</sup>や側面からのみ凝固させた塩化アンモニウム水溶液の凝固解析<sup>8)</sup>を行つてある。この最後の報告<sup>8)</sup>は凝固時の自然対流の取扱いとしては従来の研究の中では最も勝れたものと思われるが、凝固収縮は考慮されておらず、数値解法としても差分法であるためテーパなどのある鋳塊への応用は容易ではない。

一方、以上のような主に凝固に主点を置いた研究の他にマクロ偏析の解明に主点を置き流動を解析した研究がかなり報告されている。例えは凝固収縮による物質移動のみを取扱つた KIRKALDY や YOUDELIS らの逆偏析解析<sup>9),10)</sup>を発展させた FLEMINGS らの研究<sup>11),12)</sup>、フローパターンを仮定して自然対流による偏析を解析した STREAT らの研究<sup>13)</sup>、凝固収縮のみならず自然対流をも考慮した MEHRABIAN らの研究<sup>14)</sup>、同様の手法による森らの研究<sup>15)</sup>、遠心力の作用する場合を解析した Kou らの研究<sup>16)</sup>がある。あるいは MEHRABIAN らの再溶解理論をさらに発展させた浅井らの研究<sup>16),17)</sup>、ESR における定常状態での流れとマクロ偏析を解析した RIDDER らの研究<sup>18)</sup>もある。これらの研究は逆偏析やチャンネル型の偏析などのマクロ偏析の生成機構の説明にはかなり成功しているものの、浅井らの研究を除き温度場は仮定されている

昭和 55 年 4 月本会講演大会にて発表 昭和 55 年 4 月 21 日受付 (Received Apr. 21, 1980)

\* 大阪大学工学部 工博 (Faculty of Engineering, Osaka University, Yamadakami Suita 565)

\*\* 大阪大学工学部(現: 日本鉱業(株)) (Faculty of Engineering, Osaka University, Now Nippon Mining Co.)

か、定常凝固や定常状態を仮定しており非定常凝固解析に成功しているとは言えない(浅井らの研究でも十分には成功していない)。

最近 Fujii らはこれらのマクロ偏析の解析をさらに発展させ、初めて温度場と流れ場を連成させた<sup>19)</sup>。この研究ではさらに多成分の溶質の濃化の簡単な取扱い方法をも提案しており注目すべき研究であるが、解析例としては水平方向の一方向凝固の場合しかなされておらず、より実際的な形状の鋳塊の凝固解析への適用については今後の課題であろう。

以上のように流動を考慮した凝固解析は十分にはなされておらず解析方法も確立されてはいない。特に従来の差分法ではテーパの影響などを解析することは容易ではなく折角プログラムを製作しても汎用性に欠けたものとなる。一方著者らの開発した内節点法<sup>20)21)</sup>によれば任意の形状の鋳塊の凝固解析が可能である。本研究はこの内節点法により従来明らかにされていない温度場と流れ場の連成の必要性、凝固における固液共存域での透過率の影響、テーパの影響などについて調べたものである。

## 2. 解析モデルおよび解析方法

### 2.1 解析モデルおよび仮定

温度場と流れ場の連成の程度を検討するために Fig. 1 (a) のような厚さ 0 の円筒鋳型中の溶鋼の凝固を考えた。鋳型厚さを 0 としたのは計算コストを節約するためで、冷却条件は Table 1 No. 1~3 に示すように徐冷の場合と急冷の場合を考えた。

また鋳型テーパなどの影響を調べるために鈴木、宮本<sup>22)</sup>により実験が行われている Fig. 1 (b) のような円錐台状の砂型鋳塊について解析した。なおテーパ( $= (D_T - D_B)/H$ )としては主に、0, 13.3, 26.7% について検討した。

以上のような鋳塊に対し、次の仮定をおき解析した。

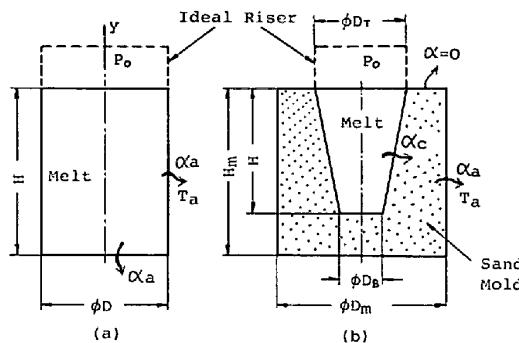


Fig. 1. Models (Refer to Table 1.)

- (a) Model for analysis of fluid-and heat-flow coupling
- (b) Model for other analyses

(1) 鋳塊上部には理想的押湯が存在し、溶湯の補給は完全で、押湯から鋳塊に流入する溶鋼の温度は鋳塊中の最高温度、すなわち中心軸最上部の温度より 1°C 高いものとする。これは押湯部の冷却条件を 2, 3 変化させた予備計算により、押湯温度の影響は鋳塊部の最高温度より高ければ少なくとも鋳塊の最上部近傍の凝固以外にはあまり大きい影響を与えないことがわかつたこと、および本研究の目的としてはなるべく簡単なモデルを使用したかつたためである。

(2) 初期条件として鋳型内および溶鋼内の温度は一定で、流動は存在しないとする。この仮定は事実と反するが現在の所、温度分布、流動を推定することは容易ではなく、また本研究の目的に対してはこのような仮定をおいても特に不都合は生じないと考える。

(3) 固相の流動は考えない。これも事実と反する仮定であるが、固相の流動を考えないことによりどのような結果が得られるかを知るのも本研究の目的の一つである。

(4) 気泡等は生じないとする。

(5) 固液共存域および完全液相域での液相の流動は

Table 1. Dimensions and boundary conditions of steel ingots and molds analysed  
(Refer to Fig. 1.)

No.	Ingot					Mold		Heat transfer coef.		Atmos. temp. T <sub>a</sub> /°C
	Height H/mm	Bottom dia. D <sub>B</sub> /mm	Top dia. D <sub>T</sub> /mm	H/D <sub>B</sub>	Taper %	Height H <sub>m</sub> /mm	Outer dia. D <sub>m</sub> /mm	Ingot/Mold α <sub>c</sub> /W/m <sup>2</sup> K	Mold/Atmos. α <sub>a</sub> /W/m <sup>2</sup> K	
1	120	160	160	0.75	0	120	160	∞	418.4	800
2	120	160	160	0.75	0	120	160	∞	8368.0	500
3	640	160	160	4.0	0	640	160	∞	2092.0	100
4	300	80	80	3.75	0	500	220	8368.0	41.84	30
5	300	60	100	5.0	13.3	500	220	8368.0	41.84	30
6	300	40	120	7.5	26.7	500	220	8368.0	41.84	30
7	1200	400	400	3.0	0	1500	800	8368.0	41.84	30

ダルシーの法則に行うものとする。ただし、ある固相率  $f_{sc}$  以上では流動を考える場合と考えない場合を検討する。固液共存域でのダルシー流れの仮定は現在の所、第1次近似としては不適当な仮定ではないと考えられるが、<sup>8), 14), 17)</sup> 完全液相域では乱流あるいは層流状態を考えるべきである。しかし現在の所乱流状態を考慮して解析することは容易ではない。しかも実際には固相の流動も生じていることを考えると、SZEKELY らのように層流条件で厳密に解く<sup>8)</sup>代りに最も解析の容易なダルシー流れによつて解いてみるのも一つの方法と思われる（なお SZEKELY らも乱流を考慮すべきであると報告している<sup>8)</sup>）。ただし、完全液相域での透過率は十分大きい  $5.0 \times 10^{-8} \text{ m}^2$  と仮定した。

(6) 液相線温度以上の自然対流は考えない。これは、一般に鉄込温度が特に高くなれば注湯後短時間で液相は初期液相線温度になる場合が多く、またこの間は自然対流のみならず注湯時の流動の影響がかなり大きいためこの間の解析はあまり意味がないと考えたからである。

(7) 溶質の移動は考えない。

(8) 溶質の濃化現象は陽には考えず、固相晶出後の液相線温度を固相率により変化させることおよび液相密度を温度の関数とすることにより考慮した。またこの場合液相線温度と固相率の関係、液相密度と温度の関係は十分には分つていないし、著者らの経験あるいは Tien らの検討結果<sup>23)</sup>でも少なくとも温度分布への影響は少ないと想われる所以線型の関係にあると仮定した。

## 2.2 基礎式

内節点法では解くべき系を矩形あるいは三角形などの要素に分割し、各要素について熱エネルギー、物質などの保存則を導く<sup>20), 21)</sup>。

まず熱エネルギー保存則は各要素に対し(1)式で示される。

$$\begin{aligned} (\rho C_p V)_i \frac{\partial T_i}{\partial t} &= \sum_k \frac{\lambda_k}{l_k} S_k (T_k - T_i) + \\ &\quad \sum_m \frac{S_m}{\frac{1}{\alpha} + \frac{l_m^i}{\lambda_i} + \frac{l_m}{\lambda_m}} (T_m - T_i) + \sum_k \rho \overline{C_p T f_l} \cdot S_k U_{nk} \end{aligned} \quad (1)$$

ここで右辺第2項は境界に接している要素に対してのみ考慮する。また右辺第3項は対流項であり、いわゆる風上差分<sup>21), 24)</sup>を採用した。すなわち

$$\overline{\rho C_p T f_l} = \begin{cases} (\rho C_p T f_l)_k : U_{nk} > 0 \\ (\rho C_p T f_l)_i : U_{nk} < 0 \end{cases} \quad \dots (2)$$

ただし、 $U_{nk}$  は要素に流入する方向を正としている。

凝固潜熱の放出は温度回復法<sup>25)</sup>により考慮した。すなわち要素  $i$  の温度が時間ステップ  $\Delta t$  間に液相温度  $T_l$  (仮定(8)参照)

$$T_l = T_{l0} - f_s (T_{l0} - T_s) \quad \dots \dots \dots (3)$$

以下になつたとすると、この要素では固相率  $f_s$  が(4)式で示される量だけ増加し、温度は  $T_l$  に回復するものとした。

$$\Delta f_{si} = C_p (T_l - T_i) / L \quad \dots \dots \dots (4)$$

ただし、 $f_{si} = \sum \Delta f_{si}$  が 1.0 以上では温度補正をしない。

次に連続の式は凝固収縮を考慮して(5)式となる。

$$\Delta \rho_{sl} \cdot V_i \Delta f_{si} = \sum \overline{\rho_l f_l} \Delta t S_k U_{nk} \quad \dots \dots \dots (5)$$

ここで  $\overline{\rho_l f_l}$  については(2)式と同様の取扱いをした。

運動量保存則は仮定(5)より(6)式となる。

$$U_{nk} = \frac{K}{\mu f_l l_k} \{ P_k - P_i + \rho_l g (y_k - y_i) \} \quad \dots \dots \dots (6)$$

ここで液相密度  $\rho_l$  は仮定(6)、(8)および文献(26)などより

$$\rho_l = \begin{cases} 7.1 \times 10^3 & : T > T_{l0} \\ 7.5 T - 4.225 \times 10^3 & : T_s \leq T \leq T_{l0} \\ 7.5 \times 10^3 & : T < T_s \end{cases} \quad \dots \dots \dots (7)$$

とした。透過率  $K$  については PIWONKA ら<sup>27)</sup>、STREAT ら<sup>28)</sup>、高橋ら<sup>29), 30)</sup>のデータがあるが、PIWONKA ら、高橋らのデータについて検討した(Fig. 2)。すなわち、PIWONKA らのデータ

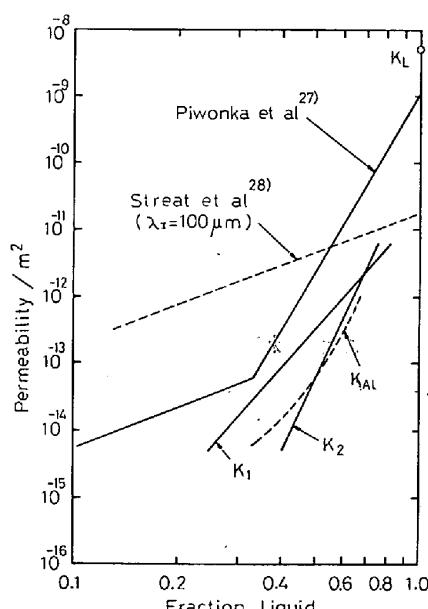


Fig. 2. Permeability  
( $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_{A1}$  are data of Takahashi et al.  
<sup>29), 30)</sup> and  $\lambda_1$  denotes primary arm spacing.)

$$K = \begin{cases} 1.0 \times 10^{-9} f_l^9 : f_l \geq 0.33 \\ 5.0 \times 10^{-13} f_l^2 : f_l < 0.33 \end{cases} \quad \dots \dots \dots (8)$$

高橋らのデータ(ただし粘度を  $5.0 \times 10^{-3}$  Ps·s と仮定した),

$$K_1 = 2.049 \times 10^{-11} f_l^6 : 0.245 \leq f_l \leq 0.84 \dots \dots \dots (9)$$

$$K_2 = 1.35 \times 10^{-10} f_l^{11} : 0.4 \leq f_l \leq 0.76 \dots \dots \dots (10)$$

である。なお(9), (10)式で高液相率域では  $K_L = 5.0 \times 10^{-8}$  m<sup>2</sup>, 低液相率域では流動がない( $K=0$ )とした。また(8)式でも  $f_l \geq 0.999$  では  $K_L$  を採用した(仮定(5))。

流速分布を知るには(6)式の速度成分では不便であるので、要素周囲の節点圧力から節点(要素内代表点)における速度ベクトル<sup>21)</sup>をも実際には算出している。

境界条件としては、铸塊/铸型界面、铸型/外気に対しては伝熱係数を与える(Table 1), 铸塊上部に対しては静圧  $P_0$  (大気圧を考慮せず液相ヘッド約 10 cm とした)と押湯温度を与え(Fig. 1, 仮定(1)), 铸型上部は断熱とした。

初期条件は仮定(2)より温度一定、流速 0 である。

### 2.3 数値計算方法

上述の基礎式を連立させて解けばよいのであるがこれは容易なことではない。そこで次の2通りの方法で計算した。

#### 2.3.1 逐次計算法

これは収束を全く考慮しない方法で次の手順による計算である。

(1) (1)式で左辺を前進差分近似し、 $\rho_l$ ,  $U_{nk}$ ,  $f_l$  などは既知とし、温度  $T$  のみに関する連立方程式を非対称バンドマトリックス法により解く(時刻  $t$  における値から時刻  $(t+\Delta t)$  における温度分布を求める。)

(2) 温度回復法および(3), (4)式により固相率の増加量 ( $\Delta f_{si}$ ) を求め温度を補正する。

(3) (5), (6)式より  $U_{nk}$  を消去し、上述の  $\Delta f_{si}$  を使用して圧力分布  $P_l$  を求める。この場合も非対称バンドマトリックス法により解を求める(2倍精度の計算が必要であった)。

(4) (6)式により速度分布を求める。

(5) このようにして得られた固相率(または液相率)分布、流速分布、温度分布を使用して次の時刻の計算を行う(手順(1)にもどる)。

#### 2.3.2 繰返計算法

(1) 热収支の式(1)における流速  $U$ 、固相率  $f_s$ (あるいは液相率)は時刻  $t$  および  $t+\Delta t$  間の平均値  $U^m$ ,  $f_s^m$  と考えられる。そこで時刻  $t+\Delta t$  における流速  $U$ 、固相率  $f_s$  を仮定し、時刻  $t$  における既知量  $U^B$ ,  $f_s^B$  との平均値  $U^m$ ,  $f_s^m$  を使用して(1)式を解き時刻  $t+\Delta t$

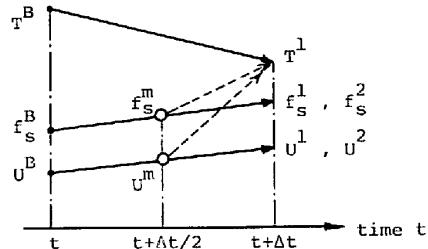


Fig. 3. Calculation of variables at time  $t+\Delta t$  in the iterative method.

における温度  $T$  を求める(Fig. 3),

$$f_s^m = 0.5(f_s^B + f_s^1), U^m = 0.5(U^B + U^1) \dots \dots \dots (11)$$

ここで最初は、 $f_s^1 = f_s^B$ ,  $U^1 = U^B$  と仮定する。

(2) 2.3.1 の手順(2)~(4)により温度分布、固相率  $f_s^2$ 、流速  $U^2$  を求める。

(3) もし次式の収束条件を満足していれば次の時刻の計算を行う(温度は収束を判定するほどには変化しなかつた)。

$$|f_s^1 - f_s^2| \leq \epsilon f_s^1, |U^1 - U^2| \leq \epsilon |U^1| \dots \dots \dots (12)$$

(4) もし(12)式が満足されない場合には次の加速近似により  $f_s^1$ ,  $U^1$  を求め(11)式に代入し(12)式が満足されるまで計算を繰返す。

$$f_s^1 = f_s^1 + \omega(f_s^2 - f_s^1), U^1 = U^1 + \omega(U^2 - U^1) \dots \dots \dots (13)$$

ただし、 $0 < \omega < 1$  とする(概して、 $\omega = 0.5 \sim 0.8$  が良かつた)。

なお内節点法では要素体積、節点間距離、要素表面積など膨大なデータが必要であるため、これらのデータを自動的に作製する対話型のプリプロセッサ<sup>31)</sup>を開発してデータ作製を行った。また、CUTHILL らのアルゴリズム<sup>32)</sup>によるバンド幅最小化プログラムを開発し計算時間の短縮化を行った。使用した計算機は大阪大学大型計算機センター ACOS 900 である。計算に使用した物性値を付録に示した。]

## 3. 解析結果および考察

### 3.1 温度場と流れ場の連成について

連成の程度は(12)式の  $\epsilon$  で評価できよう。すなわち  $\epsilon$  が小さいほど温度場と流れ場はよく連成化されているから  $\epsilon$  が小さい場合と  $\epsilon$  が十分大きい場合(これは 2.3.1 の逐次計算法と同等である)の計算結果の差が小さければ連成の程度が小さいと考えられる。以後 2.3.1 の逐次計算法で解いた場合を  $\epsilon = \infty$  と示すことにする。

#### 3.1.1 時間ステップ $\Delta t$ の影響

$\Delta t$  が大きいほど連成化の差は大きくなつた。例えば

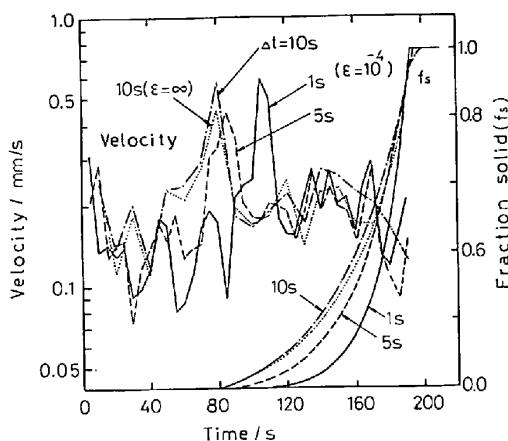


Fig. 4. Effect of fluid-and heat-flow coupling and time step ( $\Delta t$ ) on the magnitude of the velocity and fraction solid on the axis, 22.5 mm from the top of Ingot No. 2.

Fig. 4, に示すように  $\Delta t=10\text{ s}$  の場合には流速で 10~20% の差が生じたが  $\Delta t=1\text{ s}$  の場合には 1~2% 以下の差しか生じなかつた (温度, 固相率は連成化の程度によつてあまり変化しなかつた).  $\Delta t$  が大きいほど時刻  $t$  と  $t+\Delta t$  間の変化は大きいはずであるから遂次計算法と繰返計算法で差が生じるのは当然のことであろう.

また Fig. 4 によれば連成化の差よりも  $\Delta t$  の相異による差の方が大きいことが分る. これは温度の時間に関する微分項などに起因するものであろうがよくは分らない.

### 3.1.2 分割の影響

Table 1, No. 1, 2 の铸塊で  $8\times 8$ ,  $16\times 16$  の分割で比較検討したが連成比の程度による差や流速, 凝固時間など全てほとんど同じような結果が得られた.

### 3.1.3 冷却速度の影響

冷却速度がかなり異なる铸塊 No. 1, 2 の計算結果によると (铸塊の凝固時間は铸塊 No. 1 で約 660 s, No. 2 で 200 s), 铸塊中に生じる流速は冷却速度の速い No. 2 の方が 2~5 倍大きくなつた. しかし, 連成化の程度による差はほぼ同じ程度であつた. これは冷却速度が大きくなると時間ステップ当たりの固相率増加量が大きくなり凝固収縮流速は大きくなるが, 温度勾配も大きくなるため熱伝導による熱移動が大きくなり, 流れの影響がそれほど大きく現われないためであろう.

### 3.1.4 铸塊形状の影響

高径比 4 (铸塊 No. 3) の場合の連成化の影響を調べたところ高径比 0.75 (铸塊 No. 1, 2) の場合より連成化の差が大きく現われた. すなわち, 铸塊 No. 3 では  $\epsilon = 10^{-4}$  の場合には 30 回の繰返計算を行つても収束しない

場合があり (铸塊 No. 1, 2 では 3~7 回で収束した), またある特定の時刻において  $\epsilon = 10^{-3}$  と  $\infty$  で流速は大約 80%, 固相率は約 10% 異なつた.

さらに铸塊 No. 5 (平均直径に対する高径比約 3.8) でも特定の時刻において  $\epsilon = 10^{-3}$  と  $\infty$  で流速では約 50%, 固相率では約 6% の差が生じた ( $\Delta t = 1\text{ s}$  の場合). このような結果は铸塊の背が高くなると温度勾配はあまり変化しないのに対し, 流速がかなり大きくなるため流れの影響がより強く現われるため生じるものと考えられる.

以上のように铸塊の高径比や時間ステップが大きい場合には遂次計算と繰返計算, すなわち温度場と流れ場の連成化をゆるくした場合とより厳密にした場合の差は大きくなるが温度分布や凝固時間は約 1% 以下しか変わらず固相率も特定の時刻において約 10%, 程度の差であり, 最も差の大きい流速, 従つて圧力でもオーダーとしては変わらない. 一方境界条件, 热物性値, 透過率などによつて温度分布や凝固時間, 固相率, 流速などは上記の差以上に変化する. さらに繰返計算法による計算時間は遂次計算法の少なくとも約 5 倍は必要である. 従つて実用的な観点からは 2.3.1 で述べた遂次計算程度の連成化でも十分であると考える. ただし, 時間ステップは冷却速度に応じてある程度 (本研究の場合には 1 s 程度) 小さくすることが望ましい. またミクロな再溶解現象などを解析する場合には温度場と流れ場の連成化については再検討する必要があるかもしれない.

以後の計算結果は遂次計算法により得られたものである.

### 3.2 透過率の影響

铸塊 No. 5 について PIWONKA, 高橋らの透過率を使

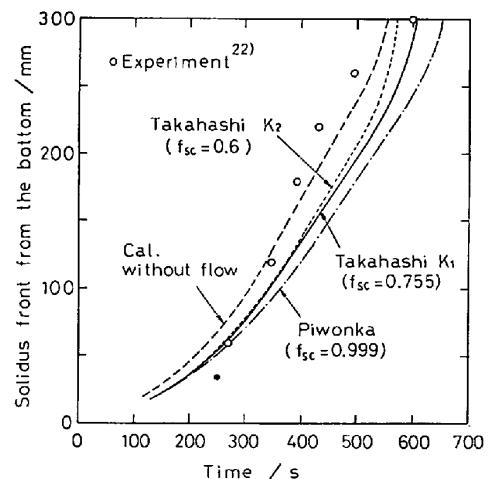


Fig. 5. Effect of permeability on the progress of the solidus front on the axis of Ingot No. 5,  $\Delta t = 1\text{ s}$ .

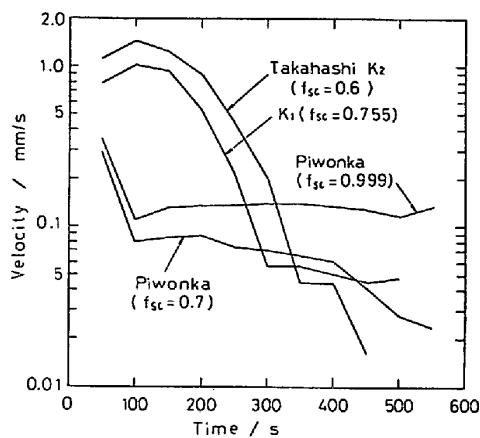


Fig. 6. Effect of permeability on the magnitude of the velocity on the axis, 75 mm from the top of Ingot No. 5,  $\Delta t=1$ s.

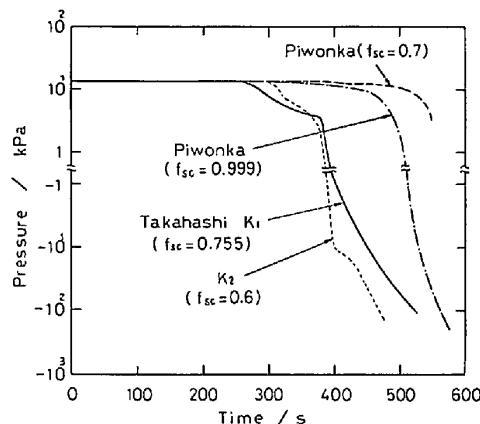


Fig. 7. Effect of permeability on the pressure (gauge pressure) at the point referred in Fig. 6.

用して解析した例を Fig. 5~Fig. 7 に示した。

Fig. 5 は中心軸における固相線の進行状態を示したものである。鈴木らの実験値<sup>22)</sup>に対し、液相の流動がなくなるとした臨界固相率 ( $f_{sc}$ ) が大きいほど凝固が遅れることが分る。また铸塊上下端近くを除き実験値と計算値はかなり異つていて（この差については3・3・1で検討する）。ただし、铸塊上端では高橋らの透過率  $K_1$  が実験値にほぼ一致している。

Fig. 6 は中心軸铸塊上端より 75 mm の位置における流速変化を示したもので PIWONKA らの透過率を使用すると流速は約 1 オーダー小さくなる。実際の铸塊の凝固末期における湯面の変化を観察すると PIWONKA らの透過率による流速 10<sup>-3</sup> mm/s のオーダーは小さ過ぎるように思われる。

Fig. 7 は Fig. 6 と同じ場所における圧力変化を示したものである。特に PIWONKA らの透過率で臨界固相率を 0.7 とした場合には負圧が発生しないことが注目さ

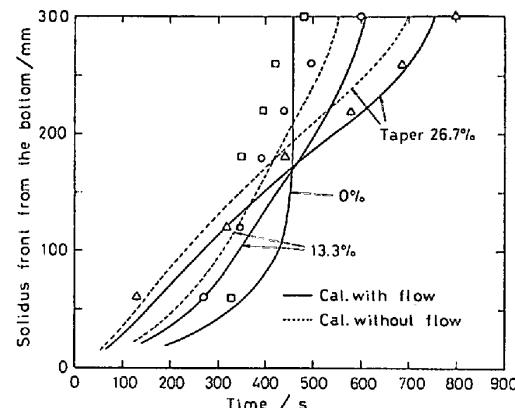


Fig. 8. Effect of the taper on the progress of solidus front on the ingot axis (□, ○ and △ are measured values by SUZUKI and MIYAMOTO<sup>22)</sup> for 2.6, 13.4, 26.6% taper, respectively).

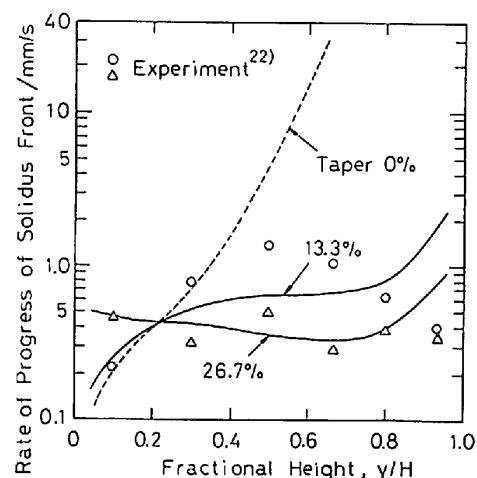


Fig. 9. Effect of the taper on the rate of the progress of solidus front on the ingot axis.

れる。

以上のように透過率により凝固の進行状態、流速、圧力はかなり異なる。従つて今後透過率データの蓄積が望まれるが従来のデータの中では高橋らのデータがより妥当なもののように思われる。これは他のデータが Al-Cu 合金、Pb-Sn 合金であるのに対し、高橋らのデータが SK 5 に対するデータであることと測定方法が異なることによるものであろう。

### 3.3 鋳塊テーパの凝固におよぼす影響

#### 3.3.1 鋳塊中心軸上における固相線の進行状態

Fig. 8, 9 はテーパ 0, 13.3, 26.7% の鋳塊について中心軸上の固相線の進行状態を示したものである（ここでは透過率  $K_1$  を使用している）。このような図から次のことが分る。

(1) テーパ 26.7% の鋳塊では流れを考慮した計算値と実験値がかなり良く一致している。

(2) テーパが小さくなるほど鉄塊中間での凝固は実験値より計算値の方がかなり遅れる。ただし、鉄塊底面近くと上端における凝固時間は実験値とかなり良く一致している。

(3) 流れを考慮しない計算値は鉄塊中間部では流れを考慮した場合より実験値に近いが最終凝固時間はかなり早くなってしまう。

(4) 鉄塊中心軸上の固相線の移動速度（以後凝固速度と呼ぶ）は底面近くでテーパが小さいほど遅くなるが中間部ではテーパが大きいほど遅くなる。

(5) 計算値では鉄塊上端近くで凝固速度が大きくなっているが実験値では小さくなっている。特にテーパが0%近くではその差が著しい。

(6) テーパが26.7%の場合凝固速度はほぼ一定となるが、テーパが小さくなると鉄塊底部から中間部にかけて凝固速度が急激に大きくなるような傾向を示す。

上記(2)の実験値と計算値の相異の原因としては使用熱物性値等の不正確さ、計算モデルの不正確さ、数値計算上の誤差、実験誤差などが考えられる。このような要因の内熱物性値等については特に鋳型、鉄塊の熱伝導率、比熱についてその温度依存性をも含めて種々の値を使用して計算し検討したがFig. 8以上に計算値と実験値を一致させることはできなかつた。また透過率でその差を説明できそうもないことはFig. 5から分るであろう。次に計算モデルについては完全液相域にダルシーの式を適用していること、溶質および固相の移動を考慮していないこと、押湯部の溶湯温度を本体溶湯温度より1°C高いものとしたことなどが問題となるであろう。これらの中、固相の移動以外の問題点では上記の差を説明できないものと思われる。なぜならばここで解析している砂型鉄塊では凝固速度を律速しているのは主に鋳型の冷却能であり、マクロ偏析の程度も特に大きくはない<sup>22)</sup>からである。

数值計算および実験誤差についてはテーパ26.7%の鉄塊および鉄塊底面近くでは実験値と計算値がよく一致していることから問題になるほどではないと思われる。

以上の検討結果および鉄塊のマクロ組織が等軸晶であることから最大の原因は晶出した結晶の沈降であろう。すなわち、湯面あるいは鋳壁で生じた結晶はテーパが小さいほど下部へ沈降しやすく、テーパが大きいと斜面に捕捉され沈降しにくくなること、あるいはテーパが小さいほど凝固収縮流が大きくなるため（後述）より固相の流動が生じやすくなるなどが考えられる。

上記の結果(5)の上端における凝固速度の差については今後押湯部をより正確にモデル化した解析による検討

が必要であるが、ことによると上記の結晶の沈降をも考慮する必要があるかも知れない。

以上のことより、より正確な凝固解析を行うには固相の移動を考慮する必要があるが、本報告程度の解析でもある程度の傾向をつかむことは可能であり、特に固相の流動が少ない場合にはかなり正確な解析となり得る可能性があるものと思われる。

### 3.3.2 負圧の発生

Fig. 10は中心軸上の数点における圧力の時間変化を示したものであり、Fig. 11は圧力分布を示したもので

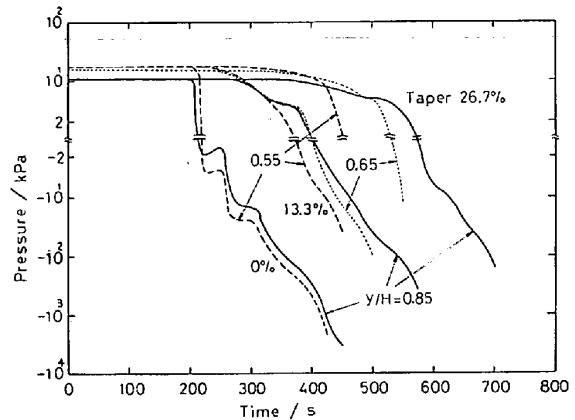


Fig. 10. Effect of the taper on the pressure ( $y/H$  denotes a point from the bottom on the ingot axis.)

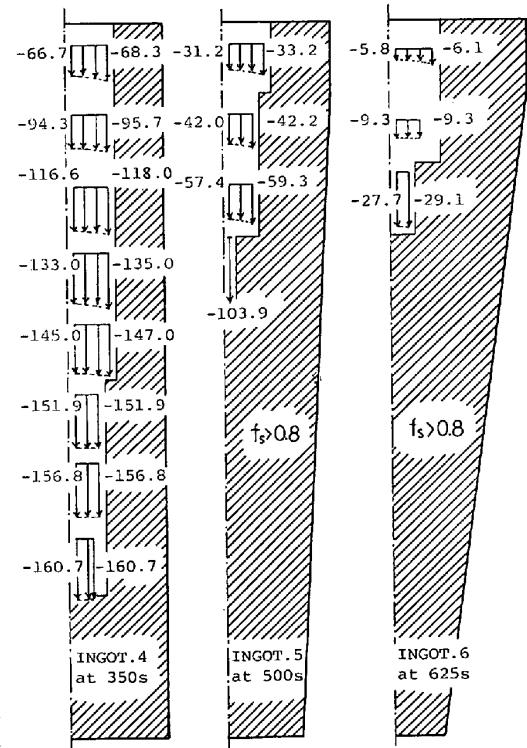


Fig. 11. Computed gauge pressure distribution in various ingots (Numbers are in kPa.)

ある。このような結果から次のことが考察される(本解析では圧力はゲージ圧力を採用しており絶対圧力は大気圧を加えたものとなる)。

(1) テーパが大きくなるに従い負圧が発生しにくくなる。これはテーパが大きくなるに従い底面からの指向性凝固がより実現され凝固収縮流が小さくなつたためであり、テーパやパディングにより収縮巣やポロシティを減少できるという事実<sup>33)~35)</sup>と一致した傾向を示している。今後気泡の発生と圧力の関係が吸収ガス量、デンドライト寸法などの関数として明らかにされればこのような解析により収縮巣やザクの発生が予測されるようになるであろうが、前述のように圧力は透過率によりかなり異なるし、固相の流動によつてもかなり異なるはずであるから、これらの点を明らかにしなければ正確な予測は困難であろう。

(2) 負圧の発生は铸塊中心部に限られ、底面近くや側面では発生していない。またテーパが大きいほど負圧の発生領域は狭くなつていて、これらのこととも、やはり铸塊中心部にザクが多い事実<sup>34)</sup>と一致している。

(3) 後述のように凝固収縮による流速は中心軸上で最大で側面に行くほど小さくなつていて(この結果も鈴木らの観察<sup>36)</sup>と一致している)、負圧が発生すると圧力分布はほぼ一定となるか、むしろ側面の方が大きくなるのは興味深い。側面に近い方が固相率が高いため流速が小さくとも生じる負圧は大きくなるのであろう。

### 3.3.3 流れ場と逆V偏析、V偏析などとの関係

Fig. 12~14に透過率  $K_1$  を使用した場合の流れ場の計算結果を示した。

(1) 上昇流は  $0.1 < f_s < 0.2$  の固相率域で生じており、 $f_s > 0.2$  の領域ではほとんど凝固収縮流のみとなつていて、一方固相率が 0.001 以上で透過率を大きくした場合には上昇流はかなり抑制された<sup>37)</sup>。すなわち高固相率で透過率を大きくするほど上昇流が生じやすい。これは高固相率になるほど液相の密度が低下し上昇流の駆動力が大きくなるためである。またこのような結果は“逆 V 偏析の原因は固相率約 0.35 の凝固前面を濃化溶鋼が上昇することにあり、この凝固前面を低固相率側に移行させることにより逆 V 偏析を軽減できる”という鈴木らの主張の一部<sup>38)~40)</sup>を支持するものである。従つて逆 V 偏析の生成をより正確に予測するには固相率と透過率のより正確なデータが必要であろう。

(2) 上昇流は注湯直後に大きく、固液共存域が広がるにつれて急激になくなつて行く。また铸塊の直径が大きい部分、すなわち凝固が遅い所ほど上昇流が遅くまで残存している(Fig. 14)。これはテーパを大きくすると

V偏析は防げるが逆V偏析が生じやすい事実と対応している。なお固液共存域と完全液相域で流速が約 1 オーダー異つていて、SZEKELY らの結果<sup>8)</sup>と一致している。

### (3) 上昇流は铸塊上部を除きむしろV状となつてい

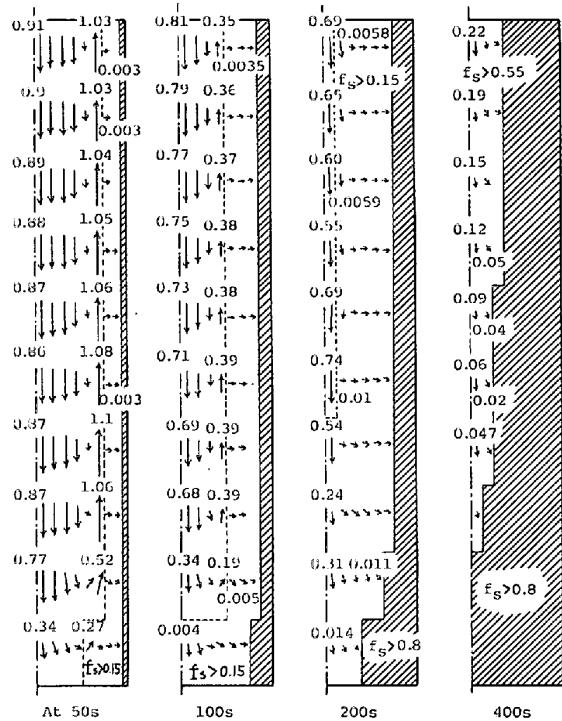


Fig. 12. Computed plot of the magnitude of the velocity field (mm/s) and the progress of the region  $f_s > 0.8$  in Ingot No. 4.

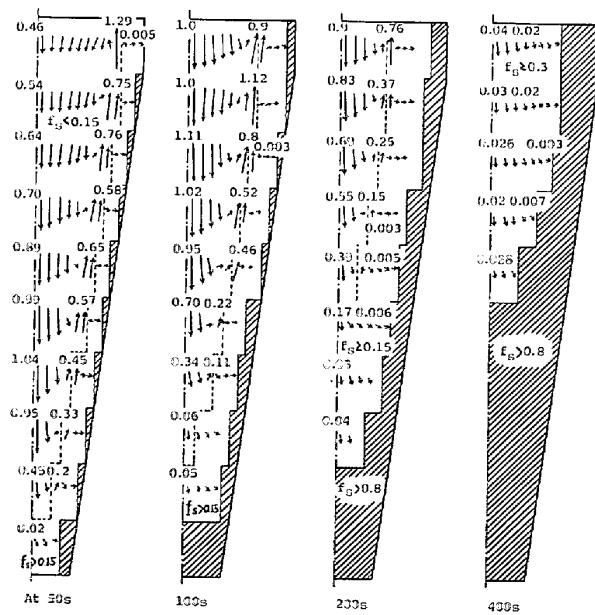


Fig. 13. Computed plot of the magnitude of the velocity field (mm/s) and the progress of the region  $f_s > 0.8$  in Ingot No. 6.

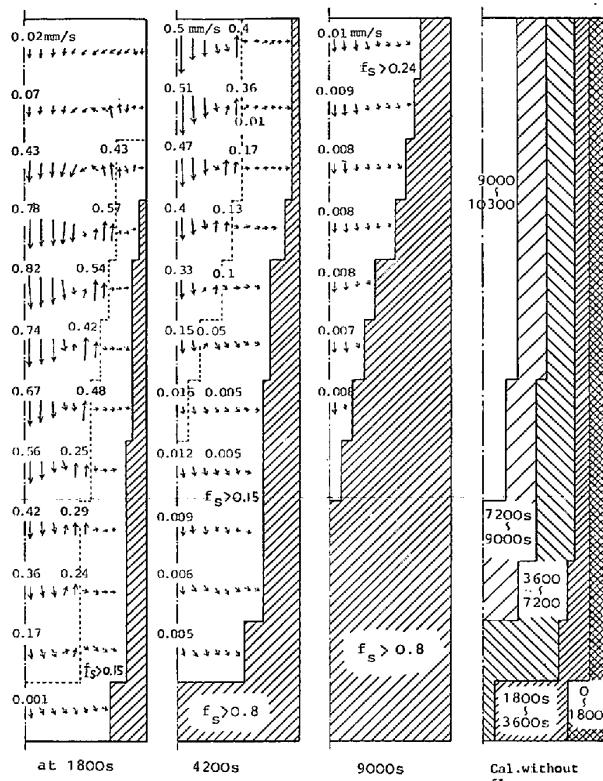


Fig. 14. Computed plot of the magnitude of the velocity field (mm/s) and progress of the region  $f_s > 0.8$  in the ingot No. 7.

る。また SZEKELY や FUJII らの解析<sup>8)19)</sup>でも明瞭な逆 V 状の流線は得られておらず実際の鋼塊における逆 V 偏析との対応はあまり良いとは言えない。ただし、FREDRIKSSON ら<sup>41)</sup>の Pb-Sn 合金の実験結果では比較的計算結果と類似の偏析線が観察されている。このような実験と計算の相異を説明するには今後、局所的な再溶解現象、凝固前面<sup>38)</sup>の凹凸、固相の流動などに関する検討が必要と思われる。

(4) 凝固収縮流の流線は V 状ではなく逆 V 状となっている。一方、等固相率線、負圧の発生領域 (Fig. 11) などは V 状であり、テーパが大きいほど V 字が開いている。これは V 偏析とテーパに関する鈴木らの観察結果<sup>22)</sup>と同一の傾向を示している。従つてこのような鋼塊に生じる V 偏析は単なる液相の流動によって生じるのではなく、固液共存域の流動に起因すると考える方が妥当であろう。鈴木らは固液共存域の流動が段階的に行われるため周期的に V 偏析が形成されると述べているが<sup>36)</sup>より詳しい機構については説明されていない。この点については今後さらに検討する必要があるがここでは次のような機構の提案をしたい。

すなわち、固溶共存域は固相と液相がほぼ同時に流動し得る“固液流動域”と固相がネットワークを組み移動しにくい“固相固定域”に大別され、この両域の境界を

“固液流動界面”と呼ぶことにする。この固液流動界面はマクロ的には等固相率線に近い形状となるが、固相のネットワークの組み方、力のかかり方、固相塊（等軸晶塊）の大きさ、形状などによって微妙に異り、滑らかなものではないと考えられる。従つて固液流動界面における液相率は固液流動域の液相率より局所的にはかなり大きくなることがあるであろう。一方、凝固収縮により固液流動域で流動が生じるか液相のみが流動するかは凝固収縮力の大きさ、透過率、固相のネットワークの組み方（固液流動域の流動抵抗）などによって異なるが、凝固収縮力が小さい場合には比較的液相のみの流動が生じ、負圧がある程度以上大きくなると急激に固液流動域に流動が生じて圧力が減少し、再び液相のみの流動となることが考えられよう。このようにして間歇的に固液流動が起り、固液流動界面が V 偏析として残存する。

(5) 高径比がほぼ同じでも鉄塊の直径が大きいほど押湯効果が大きくなるようである。例えば Fig. 12 と Fig. 14 を比較すれば分るように直径が小さい方が等固相率線の谷は深くなっている（この場合 Fig. 12 の鉄塊の方が高径比は大きいが高径比以上に直径の影響が現われている）。さらに流れの影響による等固相率線の変化も鉄塊 No. 7 の方が大きかつた (Fig. 14)。従つて大型鉄塊になるほど押湯等の設計には固相の移動の他に液相の流動を考慮した解析が必要であろう。

#### 4. 結論

(1) 内節点法により凝固収縮、密度変化による液相の流動を考慮し、しかも種々の形状の鉄塊の凝固解析が可能な解析手法を示した。解析方法は固相の流動が顕著でない場合の凝固解析に有力な手法となるであろう。

(2) 温度場と流れ場の連成はあまり厳密に考えなくても、時間ステップ  $\Delta t$  をある程度小さくすれば  $\Delta t$  ごとに温度場と流れ場を交互に解く程度の連成化で良い場合が少なくない。(3) 固液共存域の液相の流速、圧力は透過率によってかなり変化する。(4) 例題としてテーパ付鉄塊の凝固解析を行い、従来の実験事実をかなり説明できることを示した。(5) 流れ場の解析結果に基づき V 偏析、逆 V 偏析の生成機構について考察したが、解析結果は概ね鈴木ら<sup>22), 36)38)~40)</sup>の研究結果を支持するものであった。(6) 今後より正確な凝固解析を行うには固相の移動を考慮すること、固相率と透過率の関係の正確なデータを得ることが少くとも必要である。

#### 記号

$f_l, f_s$ : 液相率、固相率(–),  $g$ : 重力加速度( $m/s^2$ ),  $l_k$ : 節点間距離( $m$ ),  $l_m^1, l^m$ : 節点、要素面間距離( $m$ )

$t, \Delta t$ : 時間, 時間ステップ(s),  $\gamma$ : 鉛直方向座標,  
 $C_p$ : 比熱(J/kgK),  $K$ : 透過率(m<sup>2</sup>),  $L$ : 凝固潜熱  
(kJ/kg),  $P$ : 圧力( $P_a$ ),  $S_k$ : 要素の第k面面積(m<sup>2</sup>),  
 $T_{l0}$ : 初期濃度に対する液相線温度(°C),  $T$ : 温度  
(°C),  $U_{nk}$ : 要素面における内向法線方向の流速(m/  
s),  $V$ : 要素体積(m<sup>3</sup>),  $\alpha$ : 伝熱係数(W/m<sup>2</sup>K),  $\bar{\lambda}_k =$   
 $(\lambda(T_k) + \lambda(T_l))/2$ : 平均熱伝導率(W/mK),  $\lambda(T_i)$ :  
 $T_i$ における熱伝導率(W/mK),  $\rho$ : 密度(kg/m<sup>3</sup>),  
 $\Delta\rho_{sl} = \rho_s - \rho_l$  添字:i, km:要素番号, l:液相, s:  
固相

付録: 計算に使用した物性値

$\rho_l = 7.1 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ,  $\rho_s = 7.5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ,  $\rho_m(\text{mold}) = 1.6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ , 初期液相線温度  $T_{l0} = 1483^\circ\text{C}$ ,  $T_s = 1460^\circ\text{C}$ ,  $L = 272.0 \text{ kJ/kg}$ ,  $C_p(\text{steel}) = 0.628 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$   
 $C_p(\text{mold}) = 1.05 \text{ kJ/kgK}$ ,  $\lambda(\text{steel}) = 33.47 (T < 1460^\circ\text{C})$ ,  $2.1839T - 3155.02 (1460 \leq T \leq 1483)$ ,  
 $83.7 (T > 1483) \text{ W/mK}$ ,  $\lambda(\text{mold}) = 1.339 \text{ W/mK}$

### 文 献

- 1) H. S. CARSLAW and J. C. JAEGER: Conduction of Heat in Solids, Oxford (1959), p. 290
- 2) R. H. TIEN and V. KOUMP: J. Heat Transfer, Trans. ASME, C, 92 (1970), p. 11
- 3) R. H. TIEN: J. Applied Mechanics, Trans. ASME, E, 39 (1972), p. 65
- 4) P. G. KROEGER and S. OSTRACH: Int. J. Heat Mass Transfer, 17 (1974), p. 1191
- 5) E. M. SPARROW, S. V. PATANKAR, and S. RAMADHYANI: J. Heat Transfer, Trans. ASME, C, 99 (1977), p. 520
- 6) J. SZEKELY and M. R. TODD: Int. J. Heat Mass Transfer, 14 (1971), p. 467
- 7) A. M. DILAWARI, J. SZEKELY, and T. W. EAGAR: Met. Trans. B, 9B (1978), p. 371
- 8) J. SZEKELY and A. S. JASSAL: Met. Trans. B, 9B (1978), p. 389
- 9) J. S. KIRKALDY and W. V. YOUDELIS: Trans. Met. Soc. AIME, 212 (1958), p. 833
- 10) W. V. YOUDELIS and D. R. COLTON: Trans. Met. Soc. AIME, 218 (1960), p. 628
- 11) M. C. FLEMINGS and G. E. NEREO: Trans. Met. Soc. AIME, 239 (1967), p. 1449
- 12) M. C. FLEMINGS, R. MEHRABIAN, and G. E. NEREO: Trans. Met. Soc. AIME, 242 (1968), p. 41
- 13) N. STREAT and F. WEINBERG: Met. Trans. 5 (1974), p. 2539
- 14) R. MEHRABIAN, M. KEANE, and M. C. FLEMINGS: Met. Trans. 1 (1970), p. 1209
- 15) S. KOU, D. R. POIRIER, and M. C. FLEMINGS: Met. Trans. B, 9B (1978), p. 711
- 16) 浅井滋生, 小沢順造, 鞍巣: 鉄と鋼, 64 (1978), p. 730
- 17) 浅井滋生, 佐原崇雄, 鞍巣: 鉄と鋼, 63 (1977), p. 1512
- 18) S. R. RIDDER, F. C. REYES, S. CHAKRAVORTY, R. MEHRABIAN, J. D. NAUMAN, J. H. CHEN, and H. J. KLEIN: Met. Trans. B, 9B (1978), p. 415
- 19) T. FUJII, D. R. POIRIER, and M. C. FLEMINGS: Met. Trans. B, 10B (1979), p. 331
- 20) 大中逸雄: 鉄と鋼, 65 (1979), p. 1737
- 21) I. OHNAKA: Second International Symposium on Innovative Numerical Analysis in Applied Engineering Science, Montreal, Canada (1980)
- 22) 鈴木是明, 宮本剛汎: 鉄と鋼, 59 (1973), p. 431
- 23) R. H. TIEN and G. E. GEIGER: J. Heat Transfer, Trans. ASME, C, 89 (1967), p. 230
- 24) M. M. GUPTA: Int. J. num. Meth. Engng. 4 (1973), p. 560
- 25) I. OHNAKA and T. FUKUSAKO: Trans. I. S. I. Japan, 17 (1977), p. 410
- 26) 日本鉄鋼協会特別報告書, No. 12, 溶鉄・溶滓の物性値便覧 (1972)
- 27) T. S. PIWONKA and M. C. FLEMINGS: Trans. Met. Soc. AIME, 236 (1966), p. 1157
- 28) N. STREAT and F. WEINBERG: Met. Trans. B, 7B (1976), p. 417
- 29) 高橋忠義, 工藤晶行, 吉年慶一: 日本金属学会誌 43 (1979), p. 1086
- 30) 高橋忠義, 工藤晶行: 学振 19 委員会 10227 凝固 271 (1980. 2. 7)
- 31) 大中逸雄, 吉岡二郎, 福迫達一: 鑄物協会第96回全国講演大会講演概要集 (1979), p. 116
- 32) E. CUTHILL and J. MCKEE: Proc. 24th National Conference ACM (1969), p. 157
- 33) J. CAMPBELL: The British Foundryman, 62 (1969), April, p. 147
- 34) 川和高穂, 細田義郎, 坂田直起, 伊藤雅治, 三好俊吉: 鉄と鋼, 62 (1976), p. 1668
- 35) 木下勝雄, 北岡英就, 岡野忍, 江見俊彦: 鉄と鋼, 65 (1979), p. 1868
- 36) 鈴木是明, 宮本剛汎: 鉄と鋼, 59 (1973), p. 1540
- 37) I. OHNAKA and T. FUKUSAKO: Trans. JISI, 20 (1980) 4, p. B-113
- 38) 鈴木是明, 宮本剛汎: 鉄と鋼, 63 (1977), p. 53
- 39) 鈴木是明, 宮本剛汎: 鉄と鋼, 65 (1979), p. 1571
- 40) 鈴木是明, 谷口晃造: 鉄と鋼, 65 (1979), p. 1581
- 41) H. FREDRIKSSON and S. O. NILSSON: Met. Trans. B, 9B (1978), p. 111
- 42) 森信幸, 大城桂作, 松田公扶: 日本金属学会誌, 43 (1979), p. 858