

UDC 669.181.2 : 621.365.5 : 621.3.013.1 : 536.6

論 文

実験室的規模の高周波誘導炉内の磁束密度 およびジュール熱の測定

谷 口 尚 司**・渡 辺 実***

菊 池 淳**・只 木 楨 力**

Measurements of Magnetic Flux Densities and Joule's Heats Induced in the Laboratory-scale High Frequency Induction Furnace

Shoji TANIGUCHI, Minoru WATANABE,
Atsushi KIKUCHI, and Teiriki TADAKI

Synopsis:

Experimental studies have been carried out in order to examine the applicability of Lavers' model to the electromagnetic fields in the laboratory-scale induction furnace with high frequency.

The furnace used is made of 14 turn 0.054 m-radius and 0.14 m-height induction coil and power supply with frequency of 9.09 kHz or 480 kHz.

Magnetic flux densities have been measured under the conditions without load, with a long copper cylinder load, and with a mercury pool load, respectively. These values have been well consistent with Lavers' model.

Joule's heats have been measured for the following metals: copper, zinc, tin, lead and mercury. These values have been well consistent with the model in the range of r_1/δ from 4 to 100, where r_1 is the radius of load and δ is the skin depth.

From these results it is possible to apply Lavers' model to the electromagnetic fields in molten iron in a laboratory-scale induction furnace.

1. 緒 言

気-液系精錬反応の速度論的研究をおこなう場合、当然のことながら用いる反応器の物質移動特性をあらかじめ知っておく必要がある。

このような観点から、著者らはガス-溶鉄間反応の速度論的研究によく用いられているるつば型反応器（その反応器内では高周波誘導攪拌されている溶鉄の表面にノズルよりガスが噴射されている）の物質移動特性に関する一連の研究をおこなっており、とくに前報ではガス側物質移動を実験的¹⁾²⁾および理論的³⁾に考察した。

また前報⁴⁾では液側物質移動に関する基礎的知見を得るためにグラファイト-溶鉄系の溶解実験をおこない、液側物質移動速度が高周波出力、周波数などの電磁気学的因子によつて大きく変化することを示した。そしてこれ

は溶鉄の流動状態が電磁気学的因子によつてことなるためであると考えられた。これより、液側物質移動現象を定量的に解析するには、溶鉄の流動機構を明らかにする必要がある、そのためには炉内の電磁気量を知らねばならない。

誘導炉^{*1}内の電磁気量は REICHEL⁵⁾⁶⁾（公称周波数 $f_m=10, 150$ Hz）、TARAPORE ら⁷⁾（ $f_m=3000$ Hz）によつて数值的に、また LAVERS⁸⁾（ $f_m=60\sim10^4$ Hz）によつて理論的に求められている。

本研究では LAVERS の理論解が前報⁴⁾で用いた高周波誘導炉（ $f_m=10^4, 3.7\times10^5$ Hz）に適用しうるか否かをみるために、炉内の磁束密度および被熱物に発生するジュール熱の測定をおこない、それらの実測値と理論値とを比較した。

*1 単相（固定磁界）無鉄心型誘導炉

* 昭和 53 年 4 月本会講演大会にて発表 昭和 54 年 5 月 4 日受付 (Received May 4, 1979)

** 東北大学工学部 工博 (Faculty of Engineering, Tohoku University, Aza-Aoba Aramaki Sendai 980)

*** 東北大学大学院 (現: 川崎製鉄(株)) (Graduate School, Tohoku University, Now Kawasaki Steel Corp.)

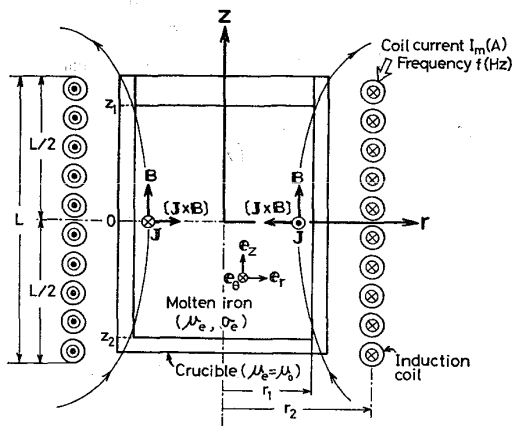


Fig. 1. Schematic diagram of induction furnace.

2. LAVERS の理論

Fig. 1 に示した誘導炉内の電磁場は (1)~(3) 式の MAXWELL の式と (4) 式の Ohm の法則によつて記述される。

$$-\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times \mathbf{E} \quad (1)$$

$$\mathbf{J} = \frac{1}{\mu_e} (\nabla \times \mathbf{B}) \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3)$$

$$\mathbf{J} = \sigma_e \mathbf{E} + \sigma_e (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (4)$$

ここに、 $\mathbf{B}$, $\mathbf{E}$, $\mathbf{J}$ および $\mathbf{v}$ はそれぞれ磁束密度、電界強度、渦電流密度および流速で、 μ_e , σ_e および t はそれぞれ透磁率、導電率および時間である。

いま、(4) 式の右辺第 2 項 ($\sigma_e (\mathbf{v} \times \mathbf{B})$) が小さいこと、 μ_e , σ_e が一定であることを仮定し、(5) 式で定義される $\mathbf{B}$ のベクトルポテンシャル $\mathbf{A}$ を導入すると、(6), (7) 式が得られる。

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (5)$$

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = \frac{1}{\mu_e \sigma_e} \nabla^2 \mathbf{A} \quad (6)$$

$$\mathbf{J} = -\sigma_e \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (7)$$

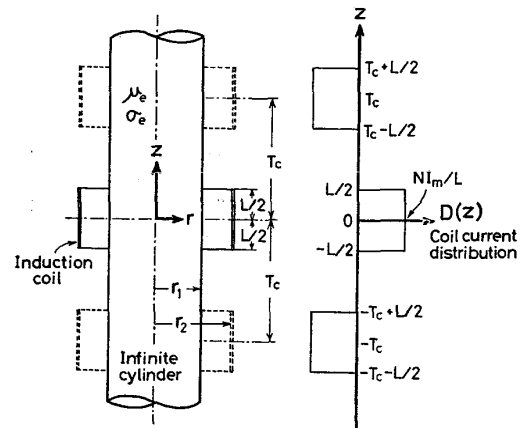
したがって、もし (6) 式より $\mathbf{A}$ が求まれば、(5), (7) 式および (1) 式よりそれぞれ $\mathbf{B}$, $\mathbf{J}$ および $\mathbf{E}$ を求めることができる。

LAVERS はつぎの 2 つの場合について、 $\mathbf{A}$ の解析解を得ている。

2.1 無限円柱モデル (Fig. 2)

本モデルでは以下のことが仮定されている。

- 1) 被熱物は無限長の円柱である。
- 2) コイルは厚みのない高さ L の円管である。

Fig. 2. Infinite cylinder model³⁾.

3) コイルには $NI_m e^{j\omega t}/L$ (A/m) の大きさの様な電流が θ 方向に流れている。

4) コイルの上, 下方向には T_c の間隔*1 で無限の数の仮想コイルが設置されている。

5) 隣りあうコイルに流れる電流は位相が 180° ことなっている。

この場合の (6) 式の一般解 $\mathbf{A}^\infty$ は (8) 式で与えられている*2。

$$\mathbf{A}^\infty = \sum_{n=1}^{\infty} \mathbf{A}_n^\infty(r, z) e_{\theta} e^{j\omega t} \quad (n=1, 3, 5, \dots) \quad (8)$$

ここに

$$\mathbf{A}_n^\infty(r, z) = \{L_n I_1(\chi_n r) + M_n K_1(\chi_n r)\} \cos \beta_n z \quad (9)$$

また (9) 式における L_n , M_n は 3 つの場合についてつぎのように与えられている。

- (1) $0 \leq r \leq r_1$ (被熱物内部)

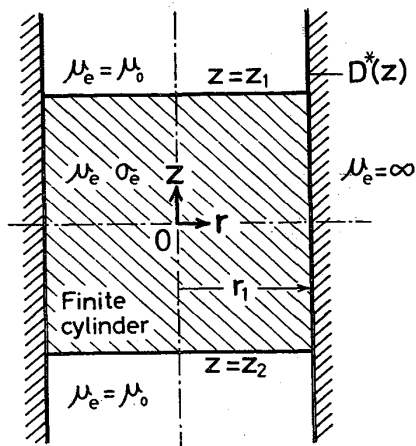
$$\left. \begin{aligned} \chi_n &= \lambda_n \\ L_n &\equiv l_n = \mu_0 \frac{r_2}{r_1} \frac{K_1(\beta_n r_2)}{\phi_n} D_n \\ \phi_n &= \beta_n I_1(\lambda_n r_1) K_0(\beta_n r_1) \\ &\quad + \frac{\lambda_n}{\mu_r} I_0(\lambda_n r_1) K_1(\beta_n r_1) \\ M_n &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (10)$$

- (2) $r_1 \leq r \leq r_2$ (被熱物~コイル間)

$$\left. \begin{aligned} \chi_n &= \beta_n \\ L_n &\equiv p_n = \mu_0 r_2 K_1(\beta_n r_2) D_n \\ M_n &\equiv q_n = \{l_n I_1(\lambda_n r_1) \\ &\quad - p_n I_1(\beta_n r_1)\} / K_1(\beta_n r_1) \end{aligned} \right\} \dots (11)$$

*1 計算では解が T_c に無関係となるような大きな値が選ばれる。

*2 仮定 3) より $\mathbf{A}^\infty$ は θ 成分のみからなるベクトルである。また $\mathbf{J}$ ((7) 式) は θ 成分, $\mathbf{B}$ ((5) 式) は r 成分と z 成分をもつベクトルである。

Fig. 3. Finite cylinder model⁸⁾.(3) $r \geq r_2$ (コイル外側)

$$\left. \begin{aligned} \chi_n &= \beta_n \\ L_n &= 0 \\ M_n &= \{p_n I_1(\beta_n r_2) + q_n K_1(\beta_n r_2)\} / K_1(\beta_n r_2) \end{aligned} \right\} \dots (12)$$

ここに,

$$\left. \begin{aligned} D_n &= \frac{4}{n\pi} \left(\frac{NI_m}{L} \right) \sin \frac{\beta_n L}{2} \\ \lambda_n^2 &= \beta_n^2 + j\mu_0 \omega \sigma_0 \\ \beta_n &= n\pi / L \end{aligned} \right\} (n=1, 3, 5, \dots)$$

で, μ_r は比透磁率, $I_\nu(X)$, $K_\nu(X)$ はそれぞれ ν 次の第1種および第2種変形ベッセル関数である。

2.2 有限円柱モデル (Fig. 3)

本モデルでは以下のことが仮定されている。

- 1) $r=r_1$ における磁束密度 $B_z(r_1, z)$ は無限円柱モデルの解と同一とする。
 - 2) 被熱物の側面 ($r=r_1$) に仮想コイルを考え, このコイル内に 1) の仮定をみたす電流分布 $D^*(z)$ があるとする。
 - 3) 仮想コイルの外側 ($r \geq r_1$) は $\mu_e = \infty$ とする。
- この場合, 被熱物内 ($0 \leq r \leq r_1$) の A は (13) 式で与えられている。

$$A = A^\infty + \sum_{n=1}^{\infty} A_n(r, z) e^{j\omega t} \quad (n=1, 3, 5, \dots) \quad (13)$$

ここに,

$$\begin{aligned} A_n(r, z) &= \sum_{k=1}^{\infty} J_1(\gamma_k r) \{P_k e^{\alpha_k(z-z_1)} \\ &\quad + Q_k e^{-\alpha_k(z-z_2)}\} \\ P_k &= \frac{c_{1k}[F_{1k}(z_1) - \mu_r F_{2k}(z_1)]}{c_{1k}^2 - c_{2k}^2 e_k^2} \\ &\quad + \frac{c_{2k} e_k[F_{1k}(z_2) + \mu_r F_{2k}(z_2)]}{c_{1k}^2 - c_{2k}^2 e_k^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_k &= \frac{-c_{1k}[F_{1k}(z_2) + \mu_r F_{2k}(z_2)] - c_{2k} e_k[F_{1k}(z_1) - \mu_r F_{2k}(z_1)]}{c_{1k}^2 - c_{2k}^2 e_k^2} \\ c_{1k} &= \mu_r + \frac{\alpha_k}{\gamma_k} \\ c_{2k} &= \mu_r - \frac{\alpha_k}{\gamma_k} \\ e_k &= e^{-\alpha_k(z_1 - z_2)} \\ F_{1k}(z) &= \frac{2\mu_0 \beta_n D_n^*}{\gamma_k r_1 J_1(\gamma_k r_1)} \\ &\quad \times \left[\frac{1}{\lambda_n^2 + \gamma_k^2} - \frac{1}{\beta_n^2 + \gamma_k^2} \right] \sin \beta_n z \\ F_{2k}(z) &= \frac{2\mu_0 D_n^*}{r_1 J_1(\gamma_k r_1)} \\ &\quad \times \left[\frac{\mu_r}{\lambda_n^2 + \gamma_k^2} - \frac{1}{\beta_n^2 + \gamma_k^2} \right] \cos \beta_n z \\ D_n^* &= \left[\frac{\lambda_n I_0(\lambda_n r_1)}{\mu_0} \right] l_n \\ \alpha_k^2 &= \gamma_k^2 + j\mu_0 \omega \sigma_0 \\ \gamma_k &= j_{0,k} / r_1 \end{aligned} \quad \dots (14)$$

ここに $j_{0,k}$ は $J_0(X)=0$ の k 番目の根で, $J_\nu(X)$ は ν 次の第1種ベッセル関数である。

3. 実験方法

本実験では前述の2つのモデルの妥当性を検討するために以下の実験をおこなった。

- 1) 被熱物外部における磁束密度の測定 (無限円柱モデルの比較検討)
- 2) 被熱物内部における磁束密度の測定 (有限円柱モデルの比較検討)
- 3) 被熱物に発生するジュール熱の測定 (有限円柱モデルの比較検討)

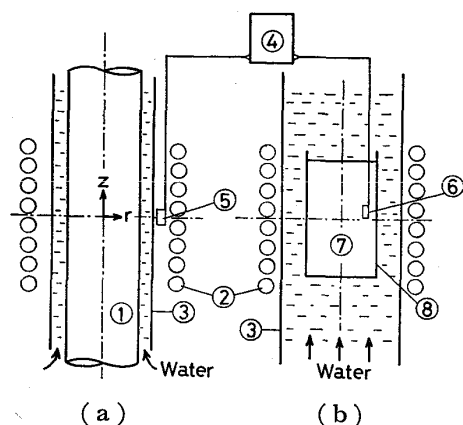
本実験で使用した誘導炉は誘導コイルと高周波発振器とからなる。誘導コイルとしてはコイル半径 $r_2=0.054$ m, 高さ $L=0.14$ m, 巻数 $N=14$ ターンのものを用い, 発振器としては前報⁴⁾と同様公称周波数 $f_m=10^4$ Hz のMG式発振器と, $f_m=3.7 \times 10^5$ Hz の真空管式発振器の2種を用いた。コイル電流の実効値 I_0 は熱電電流計により測定した。なお, 本実験では $z_2=-z_1$ である。

3.1 磁束密度の測定

3.1.1 被熱物外部

Fig. 4 (a)に実験装置の概要を示した。

試料①は直径 0.04 m, 長さ 0.5 m の銅円柱で, 誘導コイル②の中心に垂直に設置した。試料の昇温をさけるため, ガラス管③内にイオン交換水を約 5×10^{-6} m³/s 流した。



- (a) Measurement of magnetic flux density outside a copper cylinder.
 (b) Measurement of magnetic flux density in mercury.
 ① Copper cylinder, ② Induction coil,
 ③ Glass tube, ④ Oscilloscope, ⑤, ⑥ Search coil,
 ⑦ Mercury, ⑧ Glass container.

Fig. 4. Schematic diagram of experimental apparatus used for the measurement of magnetic flux density.

磁束密度はオシロスコープ④に連結したサーチコイル⑤により測定した。このサーチコイルは直径 6 mm のガラス棒に直径 0.3 mm の被覆銅線を 30 ターン、2 層に巻いたもの (断面積 $3.5 \times 10^{-5} \text{ m}^2$) で、その中心軸が垂直なものと水平なものの 2 種を用い、磁束密度の z 成分 B_z および r 成分 B_r をそれぞれ測定した。 B_z および B_r (Wb/m^2) はオシロスコープで測定される起電力の最大値 E (V) および周波数 f (Hz) より (15) 式⁹⁾を用いて算出した。

$$B_i = \frac{E}{2\pi f N_s A_s} \quad \dots\dots\dots (15)$$

ここに B_i は B_z または B_r で、 N_s および A_s はそれぞれサーチコイルの巻数 (ターン) および断面積 (m^2) である。

B_z および B_r は $r=0.04 \text{ m}$ (被熱物～コイル間) および $r=0.13 \text{ m}$ (コイル外側) の各位置で、 $z=-0.15 \sim 0.15 \text{ m}$ の範囲で測定した。一部の実験では銅円柱をとりのぞき、 $r=0$ 、 $z=-0.15 \sim 0.15 \text{ m}$ における B_z を測定した。

3.1.2 被熱物内部

実験装置の概要を Fig. 4(b) に示した。

被熱物としては水銀⑦を用いた。

内径 0.04 m のガラス容器⑧に高さ 0.06 m まで水銀をみだし、これを誘導コイル②の中心に設置した。水銀の昇温をさけるためにガラス管③内に約 $5 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$ のイオン交換水を流した。

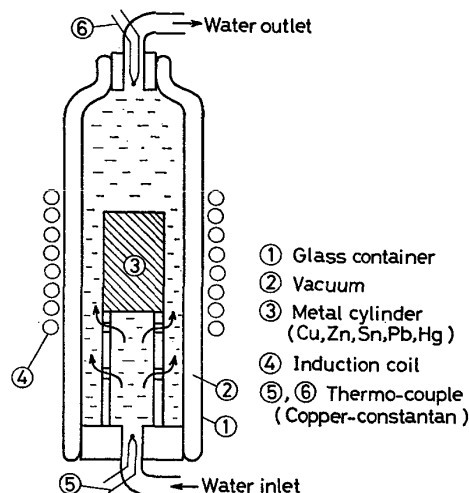


Fig. 5. Schematic diagram of experimental apparatus used for the measurement of Joule's heats.

水銀中の B_z および B_r は、直径 2 mm のアルミナ管に直径 0.1 mm の被覆銅線を 20 ターン、2 層に巻いたサーチコイル⑥ (断面積 $2 \times 10^{-6} \text{ m}^2$) を用いて測定した。

測定は $f_m = 10^4 \text{ Hz}$ の場合について^{*1}、 $r=0.01$ および 0.0185 m の各位置で $z=-0.03 \sim 0.03 \text{ m}$ にわたっておこなった。

3.2 ジュール熱の測定

Fig. 5 に実験装置の概要を示した。

容器①は器壁を 2 重にしたガラス製容器で、器壁内部②を真空に保つてある。試料③としては Cu, Zn, Sn, Pb および Hg を用いた。その直径および高さはそれぞれ 0.04 m および 0.06 m である。

容器①内にオリフィス流量計で計量した一定流量のイオン交換水を供給し、ついで誘導コイルに所定の高周波電流を流す。容器入口および出口に設置した銅-コンスタンタン熱電対⑤、⑥の指示温度が一定になったのち、その温度 T_{in} 、 T_{out} を測定した。

ジュール熱 W (J/s) は次式より算出した。

$$W = \alpha W_0 \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$W_0 = \rho c_p V (T_{out} - T_{in}) \quad \dots\dots\dots (17)$$

ここに ρ 、 c_p および V はそれぞれ水の密度 (kg/m^3)、比熱 ($\text{J/kg} \cdot \text{deg}$) および流量 (m^3/s) である。

(16) 式における α は容器壁における熱損失を補正する係数で、その値は次のようにして求めた。

Fig. 5 の容器内にヒーターを設置し、これに供給する電流と電圧より理論ジュール熱 W_T を求めた。一方、 T_{in} 、 T_{out} および V の実測値から (17) 式を用いて W_0 を求めた。その結果、 $\alpha (=W_T/W_0)$ は $V=2.7 \times$

*1 $f_m = 3.7 \times 10^5 \text{ Hz}$ の場合には表皮効果が著しく、磁束密度の測定は困難であった。

$10^{-6} \sim 1.3 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$, $T_{\text{out}} - T_{\text{in}} = 1.0 \sim 21.5^\circ\text{C}$ の範囲で 1.05 として得られた。

なお、ジュール熱の理論値は(7)式および(13), (14)式から得られる $J(r, z)$ より, (18) 式を用いて求めた。

$$W = \int_{z_2}^{z_1} \int_0^{r_1} \frac{|J(r, z)|^2}{2\sigma_0} 2\pi r dr dz \dots\dots\dots (18)$$

(18)式の積分は台形公式によつた。

4. 実験結果および考察

本実験で用いた高周波発振器の周波数 f を実測したところ、公称周波数 f_m が 10^4 および $3.7 \times 10^5 \text{ Hz}$ の場合の f はそれぞれ 9.09×10^3 および $4.80 \times 10^5 \text{ Hz}$ であつた。

4.1 磁束密度

4.1.1 被熱物外部 (無限円柱モデルの検討)

まず最も単純な場合として、コイル内に被熱物がない場合のコイル軸上 ($r=0$) における B_z について検討する。

この場合の B_z の計算値は、無限円柱モデルにおいて $\sigma_0=0$ とすれば求めることができ、さらに後述する Biot-Savart の法則によつても求めることができる。

実験結果を Fig. 6 および Fig. 7 に示した。

まず Fig. 6 はコイル中心 ($r=0, z=0$) における B_z

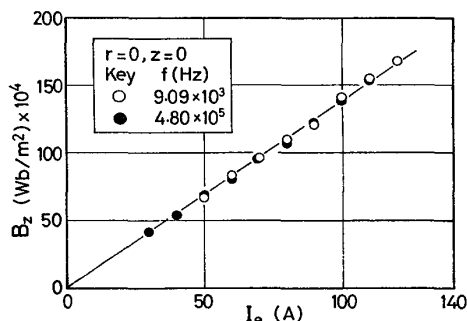


Fig. 6. Values of B_z as a function of I_0 at the center of empty coil ($r=0, z=0$).

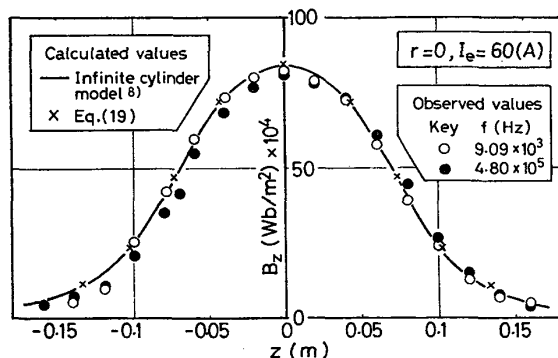


Fig. 7 Comparison between observed and calculated values of B_z at the axis of empty coil.

とコイル電流 I_0 との関係を示したものである。図より B_z は周波数 f によつてほとんど変化せず I_0 のみで定まつており、しかもその関係は原点を通る直線でよくあらわされている。この結果は無限円柱モデルとよく対応している。

つぎに Fig. 7 は $I_0=60 \text{ A}$ の場合のコイル中心軸上 ($r=0$) における B_z の z 方向分布を 2 種類の周波数について示したものである。図より B_z はいずれの z においても f によつてほとんど変化しておらず、 $z=0$ で最大値をとり $|z|$ が大きくなるにつれて減少する傾向を示している。

ところでコイル中心軸上の B_z は, (19) 式で示される Biot-Savart の法則によつてあらわされることがよく知られている。

$$B_z = \sum_{i=1}^N \frac{\mu_0 I_m}{2} \frac{r_i^2}{\{r_i^2 + (z_i - z)^2\}^{3/2}} \dots\dots\dots (19)$$

ここに z_i は, 1 ターン誘導コイルを N 個積み重ねたときの $z=0$ から各コイルまでの距離をあらわす。

(19) 式による B_z の計算値と無限円柱モデルによる計算値とをあわせて Fig. 7 に示した。図より 2 つの計算値はいずれの z においてもよく一致しているのがわかる。また実測値はこれらの計算値によつてよくあらわされている。

以上より、被熱物がない場合のコイル中心軸上の B_z は(19)式と同様無限円柱モデルによつて十分あらわしうることが明らかにされた。

つぎにコイル内に長い銅円柱を設置した場合の円柱外部における磁束密度について検討する。

実験結果を Fig. 8 および Fig. 9 に示した。

まず Fig. 8(a) および (b) は, $r=0.04 \text{ m}$ (円柱～コイル間) における B_z および B_r の z 方向分布を示したものである。図より B_z および B_r のいずれの実測値も周波数によつてあまり変化していないのがわかる。また Fig. 8(a) より B_z は $|z|=0 \sim 0.05 \text{ m}$ の範囲で $|z|$ の増加とともにゆるやかに減少しているが, $|z|=0.07 \text{ m}$ の近傍で $|z|$ とともに急激に減少し, $|z| > 0.08 \text{ m}$ では再びゆるやかに減少する傾向を示している。 B_z が急激に減少する $z = \pm 0.07 \text{ m}$ の位置は誘導コイルの上下端面の位置に対応しており, Fig. 8(b) をみるとこの位置で B_r が極大値を示しているのがわかる。

無限円柱モデルによる計算値を図中に実線*1 で示した。 B_z および B_r の分布は計算値によつてよくあらわされている。

*1 周波数によつて計算値はことなるが, その差異はきわめて小さかつた。

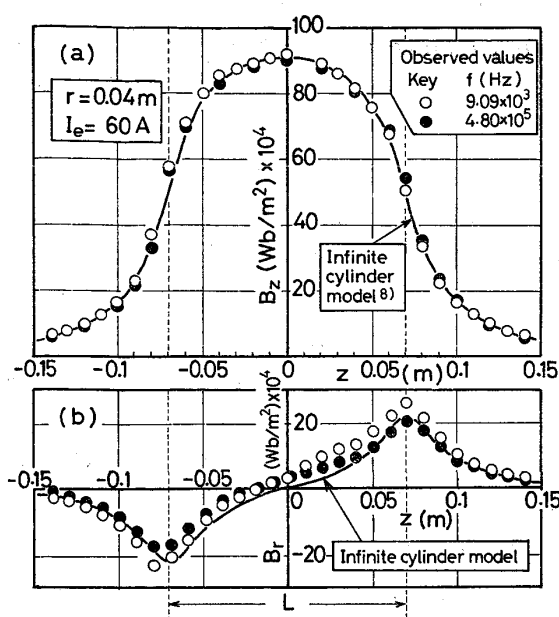


Fig. 8. Comparison between observed and calculated values of B_z and B_r outside a copper cylinder ($r=0.04 \text{ m}$).

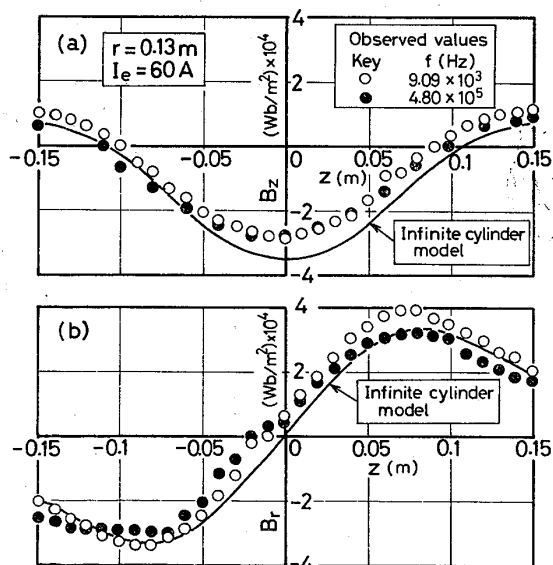


Fig. 9. Comparison between observed and calculated values of B_z and B_r outside a copper cylinder ($r=0.13 \text{ m}$).

つぎに Fig. 9(a), (b)は, $r=0.13 \text{ m}$ (誘導コイルの外側)における B_z および B_r の z 方向分布を示したものである。図より, この場合も B_z および B_r の実測値は周波数によつて変化していない。また, B_z は $|z| < 0.1 \text{ m}$ の領域で負となつており, その絶対値は $z=0$ で最も大きい。 $|z| > 0.1 \text{ m}$ では, B_z は正の値を示し $|z|$ の増加につれて大きくなつていく。一方 B_r は $|z| \approx 0.07 \text{ m}$ で極大値を示している。 B_z および B_r のいずれの値も $r=0.04 \text{ m}$ におけるそれらよりかなり小さくな

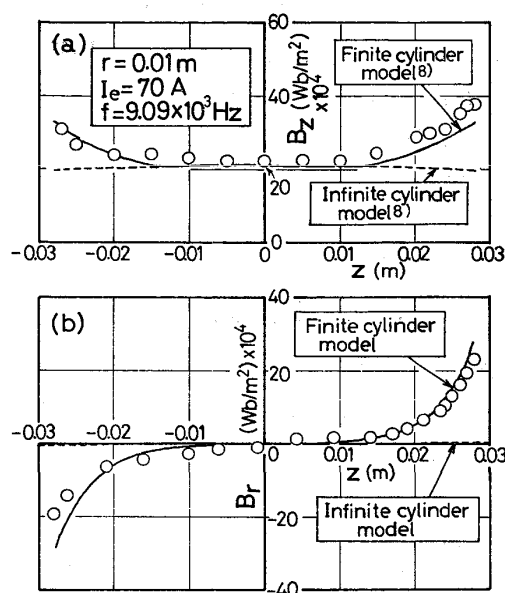


Fig. 10. Comparison between observed and calculated values of B_z and B_r in mercury ($r=0.01 \text{ m}$).

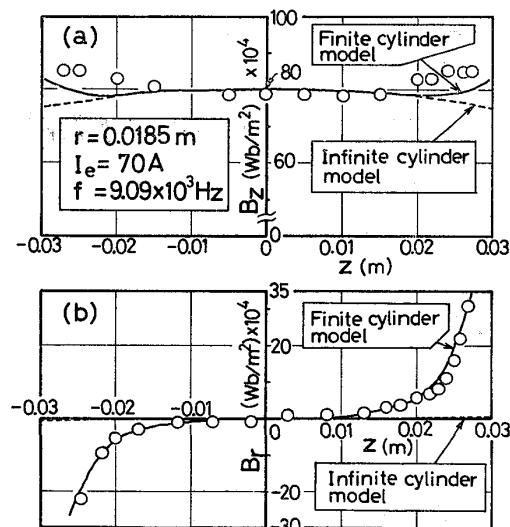


Fig. 11. Comparison between observed and calculated values of B_z and B_r in mercury ($r=0.0185 \text{ m}$).

つているのがわかる。

図中に計算値を実線で示したが, B_z および B_r の分布は計算値によつて大略あらわされている。

以上, 長い銅円柱の外側における磁束密度は無限円柱モデルによつてあらわしうることが明らかにされた。これより銅円柱内部の磁束密度も無限円柱モデルによつてあらわされるものと考えられる。

4.1.2 被熱物内部 (有限円柱モデルの検討)

Fig. 10 および Fig. 11 に, $r=0.01 \text{ m}$ および 0.0185 m における B_z と B_r の実測値を $I_e=70 \text{ A}$, $f=9.09 \times$

10³ Hz の場合について示した。

まず Fig. 10 (a) をみると, B_z は水銀浴の中央部 ($|z| < 0.01$ m) ではほぼ一定であるが, 浴の上下面 ($|z| = 0.03$ m) に近づくとつれて急激に大きくなる傾向を示している。

また Fig. 10 (b) より, B_r は $|z| < 0.01$ m ではほぼ 0 となつてゐるが, $|z| > 0.01$ m では浴の上下面に近づくとつれて急激に大きくなつてゐる。

これらの傾向は $r = 0.0185$ m (Fig. 11 (a), (b)) においても同様となつてゐる。

Fig. 10 および Fig. 11 に無限円柱モデルならびに有限円柱モデルによる計算値を示したが, 実測値は後者の計算値によつてよくあらわされてゐる*1。

以上, 磁束密度に関する実測値が LAVERS の理論値とよく一致することを示した。

つぎにジュール熱の測定値と理論値とを比較し, 有限円柱モデルの妥当性をさらに検討する。

4.2 ジュール熱 (有限円柱モデルの検討)

(18) 式より, ジュール熱 W は I_e^2 に比例すると考えられる。そこで各種金属について求めた W と I_e^2 との関係を $f = 9.09 \times 10^3$ および 4.80×10^5 Hz の場合について Fig. 12 (a) および (b) に示した。

図より, いずれの金属の場合も, またいずれの f の場合も W と I_e^2 との関係は原点を通る直線であらわされてゐる。また, 同一の金属では f が大きいほど W が大きく, 同一の f に対しては $\text{Cu} < \text{Zn} < \text{Sn} < \text{Pb} < \text{Hg}$ の順

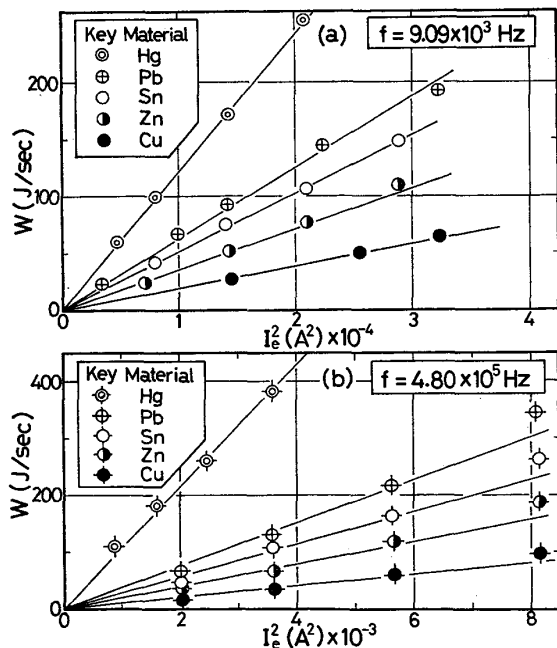


Fig. 12. Values of W as a function of I_e^2 .

*1 本実験条件下では水銀の流動の程度はきわめて小さい。

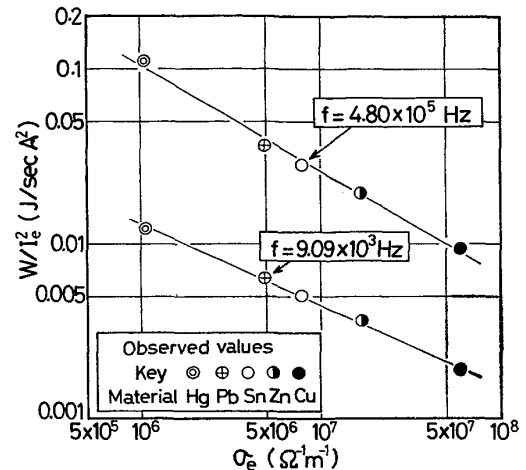


Fig. 13. Values of W/I_e^2 as a function of σ_e .

に W が大きくなつてゐるのがわかる。

金属の種類で W がことなるのは, 導電率 σ_e がことなるためと考えられる。そこで Fig. 12 (a), (b) における直線の勾配より W/I_e^2 を求め, W/I_e^2 と σ_e との関係を求めてみた。その結果を Fig. 13 に示した。図より, W/I_e^2 はいずれの f の場合も σ_e の減少とともに大きくなつており, また同一の σ_e に対しては f が大きいほど W/I_e^2 が大きくなつてゐる。

以上より, ジュール熱 W は I_e^2 に比例し, σ_e および f に依存することが実験的に確かめられた。

つぎに有限円柱モデルにもとづいて W と諸因子との関係を検討すると以下ようになる。

(13), (14) 式を整理すると, $A(r, z)$ と諸因子との関係は (20) 式のような無次元式であらわされる*1。

$$\frac{A(r, z)}{r_1 \mu_e (NI_m/L)} = f_A \left(\frac{r}{r_1}, \frac{z}{r_1}, \frac{r_2}{r_1}, \frac{z_1}{r_1}, \frac{z_2}{r_1}, \frac{L}{r_1}, \mu_r, \frac{r_1}{\delta} \right) \quad \dots \dots \dots (20)$$

ここに δ は (21) 式で定義される表皮の厚さ (skin depth) である。

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \sigma_e \mu_e}} \quad \dots \dots \dots (21)$$

(7), (18) および (20) 式より, W と諸因子との関係は (22) 式で整理される。

$$\frac{\sigma_e W}{r_1 (NI_m/L)^2} = f_w \left(\frac{r_2}{r_1}, \frac{z_1}{r_1}, \frac{z_2}{r_1}, \frac{L}{r_1}, \mu_r, \frac{r_1}{\delta} \right) \quad \dots \dots \dots (22)$$

本実験のように装置条件が一定でかつ $\mu_r = 1$ の場合

*1 この結果は π 定理 (次元解析) を満足する。

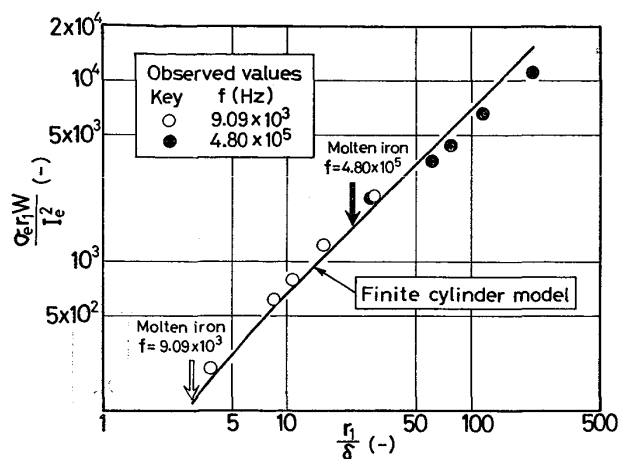


Fig. 14. Relation between $\sigma_e r_1 W / I_m^2$ and r_1 / δ .

には (22) 式は (23) 式となる.

$$\frac{\sigma_e r_1 W}{I_m^2} = g_w \left(\frac{r_1}{\delta} \right) \quad (23)$$

すなわち, 無次元量 $\sigma_e r_1 W / I_m^2 (= \sigma_e r_1 W / 2 I_e^2)$ は r_1 / δ のみの関数になるはずである.

そこで, Fig. 13 に示したデータを $\sigma_e r_1 W / I_m^2$ と r_1 / δ との関係に点綴しなおすと Fig. 14 が得られた. 図より $\sigma_e r_1 W / I_m^2$ は r_1 / δ のみであらわされているのがわかる. 図中に有限円柱モデルによる計算値を実線で示したが, 計算値は $r_1 / \delta = 4 \sim 100$ の範囲で実測値と比較的よく一致している*1.

図中に 1500°C における溶鉄 (3%C) の σ_e ($6.67 \times 10^5 \Omega^{-1}\text{m}^{-1}$) から算出した r_1 / δ を矢印で示したが, この r_1 / δ の値は W の計算値と実測値とが比較的よく一致している領域にある. したがって溶鉄に対しては $f = 9.09 \times 10^3 \sim 4.80 \times 10^5 \text{ Hz}$ の範囲で有限円柱モデルを適用しうるものと考えられる.

5. 結 言

実験室的規模の高周波誘導炉内の電磁場に LAVERS の理論を適用しうるか否かを検討するために, 炉内の磁束密度ならびに被熱物に発生するジュール熱の測定をおこなった.

その結果, 実験条件範囲内でつぎの結論を得た.

(1) 被熱物のない場合のコイル中心軸上の B_z および長い銅円柱をコイル内に設置した場合の円柱外部の B_z および B_r は無限円柱モデルによる計算値であらわされた.

(2) $f = 9.09 \times 10^3 \text{ Hz}$ の場合の水銀浴内部における

*1 $r_1 / \delta \approx 210$ で計算値は実測値よりいくぶん大きい. LAVERS も r_1 / δ が大きいところ ($r_1 / \delta \approx 90$) で, $J(r_1, z)$ に関する実測値と計算値とは一致しないことを示している.

B_z および B_r は有限円柱モデルであらわされた.

(3) 被熱物に発生するジュール熱は $r_1 / \delta = 4 \sim 100$ の範囲で有限円柱モデルであらわされた. またこのモデルは溶鉄に対しても十分適用しうると考えられた.

おわりに本研究に関し有益な御教示をいただいた東北大学電気工学科菊地新喜助教授ならびに一般工学教室島山誠助手に深く感謝の意を表します. また本実験に御協力いただいた当時 4 年次学生の佐藤治男氏 (現, 河合楽器(株)) ならびに上野浩氏 (現, 日商岩井(株)) に感謝します.

記 号

- $A(r, z)$: ベクトルポテンシャルの θ 成分 (最大値)
(Wb/m) or ($\text{m} \cdot \text{kg} / \text{s}^2 \cdot \text{A}$)
- A_s : サーチコイルの断面積 (m²)
- B_r : 磁束密度の r 成分 (最大値)
(Wb/m²) or ($\text{kg} / \text{s}^2 \cdot \text{A}$)
- B_z : 磁束密度の z 成分 (最大値)
(Wb/m²) or ($\text{kg} / \text{s}^2 \cdot \text{A}$)
- $D(z)$: $r=r_2$ における電流分布 (無限円柱モデル)
(A/m)
- $D^*(z)$: $r=r_1$ における電流分布 (有限円柱モデル)
(A/m)
- E : サーチコイルに誘起される起電力 (最大値)
(V) or ($\text{m}^2 \cdot \text{kg} / \text{s}^3 \cdot \text{A}$)
- f : 周波数 (Hz)
- f_m : 高周波発振器の公称周波数 (Hz)
- I_m : コイル電流の最大値 (A)
- I_e : コイル電流の実効値 (A)
- $I_\nu(X)$: ν 次の第 1 種変形ベッセル関数 (—)
- $J(r, z)$: 渦電流密度の θ 成分 (最大値) (A/m²)
- $J_\nu(X)$: ν 次の第 1 種ベッセル関数 (—)
- j : 虚数単位 ($=\sqrt{-1}$)
- $K_\nu(X)$: ν 次の第 2 種変形ベッセル関数 (—)
- L : コイルの高さ (m)
- N : コイルの巻数 (ターン)
- N_s : サーチコイルの巻数 (ターン)
- r : コイル中心から半径方向への距離 (m)
- r_1 : 被熱物の半径 (m)
- r_2 : コイルの半径 (m)
- T : 温度 ($^\circ\text{C}$)
- T_e : 仮想コイルの間隔 (無限円柱モデル) (m)
- t : 時間 (s)
- V : 水の流量 (m³/s)
- W : ジュール熱 (J/s) or ($\text{m}^2 \cdot \text{kg} / \text{s}^3$)
- z : コイル中心から高さ方向への距離 (m)
- z_1 : コイル中心から被熱物上面までの距離 (m)
- z_2 : コイル中心から被熱物下面までの距離 ($= -z_1$) (m)
- δ : 表皮の厚さ ($=\sqrt{2/\omega\sigma_e\mu_e}$) (m)
- μ_0 : 真空透磁率 (H/m) or ($\text{m} \cdot \text{kg} / \text{s}^2 \cdot \text{A}^2$)
- μ_e : 透磁率 (H/m) or ($\text{m} \cdot \text{kg} / \text{s}^2 \cdot \text{A}^2$)

μ_r : 比透磁率 ($=\mu_e/\mu_0$) (—)
 σ_e : 導電率 ($\Omega^{-1}\text{m}^{-1}$) or ($\text{s}^3\cdot\text{A}^2/\text{m}^3\cdot\text{kg}$)
 ω : 角周波数 ($=2\pi f$) (s^{-1})
 A : B のベクトルポテンシャル (Wb/m) or ($\text{m}\cdot\text{kg}/\text{s}^2\cdot\text{A}$)
 B : 磁束密度 (Wb/m^2) or ($\text{kg}/\text{s}^2\cdot\text{A}$)
 E : 電界強度 (V/m) or ($\text{m}\cdot\text{kg}/\text{s}^3\cdot\text{A}$)
 e_r, e_θ, e_z : r, θ, z 方向の単位ベクトル
 J : 渦電流密度 (A/m^2)
 v : 流速 (m/s)
 ∇ : ハミルトンの演算子 (m^{-1})

文 献

- 1) 谷口尚司, 菊池 淳, 前田四郎: 鉄と鋼, 62 (1976), p. 191
- 2) 谷口尚司, 菊池 淳, 前田四郎: 鉄と鋼, 63 (1977), p. 1071
- 3) 谷口尚司, 菊池 淳, 只木楨力, 前田四郎: 鉄と鋼, 65 (1979), p. 1830
- 4) 谷口尚司, 菊池 淳, 前田四郎: 鉄と鋼, 65 (1979), p. 1455
- 5) K. REICHEL: Elektrowärme, 26 (1968), p. 113
- 6) K. REICHEL: Sci. Electrica, 16 (1970), p. 126
- 7) E. D. TARAPORE and J. W. EVANS: Met. Trans., 7B (1976), p. 343
- 8) J. D. LAVERS: Diss. Thesis, Univ-Toronto, (1970)
- 9) 電気工学ハンドブック (電気学会編), (1967)