

UDC 621.746.393.047 : 536.221 : 621.746.079

論 文

# パウダーの性状を考慮した連鑄鑄型内伝熱モデル\*

中 戸 参\*\*・鞭 巖\*\*\*

## Mathematical Modeling of the Temperature Field in Continuous Casting Mold Region by Considering the Properties of Powders

Hakaru NAKATO and Iwao MUCHI

### Synopsis:

Mathematical model for predicting the temperature field in the continuous casting mold is developed by taking account of the properties of casting powder.

Heat flux in the mold calculated with the aid of this model is found to be similar to the observed result except in the vicinity of the meniscus and at the lower part of the mold.

Calculated values of the average heat flux are in good agreement with the data observed at the various withdrawal speeds ranging from 0.8 to 1.5 m/min and by use of the various kinds of powder.

### 1. 緒 言

連続鑄造における凝固を伴う伝熱については、従来、多くの理論解析や実験が発表されている。これらの研究成果は、凝固速度の把握や鑄片の表面および内部の欠陥を少なくするのに適した操業条件を決定するにあつて、有用な資料となつている。

最近、省力化や省エネルギー、歩留の向上をはかるために、鑄片の無手入圧延<sup>1)</sup>や直送圧延操業が各所で実施されている<sup>2)</sup>。さらに、連鑄への適用鋼種の拡大に伴つて、引抜き速度の高速化を指向した稼働率の向上がはかられている。これらの操業を円滑に行うためには、鑄片に生成する欠陥が軽微なものとなることが肝要であり、そのためには、従来とは異なつた角度からの研究が望まれる。

鑄型内における初期凝固は、鑄片の表面性状に大きな影響を及ぼす。たとえば、厚板用鋼の縦割れやのろかみは、鑄型内湯面を被うパウダーの物性と密接な関係がある<sup>3)~5)</sup>。なお、鑄型内での初期凝固は、コーナー割れやスタークラック、オッシレーションマーク、さらにはブレイクアウトなどにも大きな影響を及ぼすことが知られている<sup>3)</sup>。それにもかかわらず、鑄型内における伝熱機構については、不明の点が多い。鑄型銅板内での温度分布の測定<sup>6)~13)</sup>や鑄型内凝固時の弾塑性応力解析<sup>14)15)</sup>、

鑄型内での摩擦力の測定<sup>16)~18)</sup>などにより、鑄型内の伝熱機構はしだいに解明されているが、鑄片の表面欠陥の生成を防ぐために、その解明は今後に残された重要な課題の一つである。

前述のように、パウダーの物性は、鑄片の表面欠陥の生成と密接な関係があり、鑄型内伝熱にも大きな影響を及ぼす<sup>10)13)19)20)</sup>が、従来、パウダーの物性を定量的に考慮した伝熱モデルは見あたらない。すなわち、多くの研究者のように、鑄型内での総括伝熱係数を鑄型の全有効長さにとつて一定として与えるか、あるいは、SAVAGEら<sup>17)</sup>が静置凝固実験で得た鑄塊と鑄型間の伝熱係数を連鑄鑄型内にも適用する場合が多い。これらの研究では、鑄型出口の凝固殻厚さについては妥当な値を得ているが、鑄片表面温度については、表面での伝熱条件の影響が大きいために、妥当性に欠けることになる。松野ら<sup>21)</sup>の空隙率の導入による完全接触部と不完全接触部の並列伝熱抵抗モデルは、この点を考慮したものであり、鑄型内での実情に比較的近い結果が得られていると考えられる。しかしながら、空隙厚さが小さいときには空隙内での熱伝導が大きくなるが、松野らのモデルでは空隙厚さがみつもれないこと、また、空隙率を引抜き速度のみの関数としたために、パウダーの物性の影響については考慮されていないことが欠点である。

有限要素法による応力解析では、あらかじめ凝固殻内

\* 昭和 54 年 4 月本会講演大会にて発表 昭和 54 年 4 月 28 日受付 (Received April 28, 1979)

\*\* 川崎製鉄(株)技術研究所 (Research Laboratories, Kawasaki Steel Corp. 1 Kawasaki-cho Chiba 260)

\*\*\* 名古屋大学工学部 工博 (Faculty of Engineering, Nagoya University)

の温度分布を計算しておき、それに基づく熱ひずみを初期ひずみとして与える方法がとられるが、このような場合には、鋳片表面温度の鋳込み方向の分布が重要となる。この種の解析においても、さらに、鋳型内伝熱に及ぼすパウダーの物性の影響が評価できれば、高速鋳造時のパウダーの銘柄や鋳型材質の選定にあたって適切な指針を与えることになるものと考えられる。

このような観点から、本研究では、パウダーの物性の影響を考慮した伝熱モデルを展開し、このモデルに基づいた数値計算値と実測値<sup>11)19)</sup>、他の研究者による実測値<sup>20)</sup>とを比較して本モデルの妥当性について検討した。

## 2. 連鋳スラブの鋳型部伝熱モデル

### 2.1 計算の基礎式および境界条件

計算にあたっては、松野ら<sup>21)</sup>と同じく次のような仮定を設けた。

- (i) 鋳型内の伝熱に及ぼす湯動きの効果は無視する。
- (ii) 鋳込み方向および幅方向での熱伝導は無視する。
- (iii) 凝固潜熱は比熱の変化に含めて計算する。
- (iv) 鋼の密度の温度変化は無視する。
- (v) 鋳型は振動しているが、鋳型内伝熱は定常状態とする。

湯動きの効果を考慮した伝熱モデルとしては、MIZIKAR<sup>22)</sup>の有効熱伝導度を用いる方法、SZEKELYら<sup>23)</sup>の乱流場の流れの解析、藤井ら<sup>24)</sup>の混合拡散係数を用いた拡散モデルなどが報告されている。しかし、SZEKELYら<sup>23)</sup>も指摘しているように、浸漬ノズルからの注入流の影響を強く受ける短辺部付近を除けば、湯動きが固相面の進行速度に及ぼす影響は小さい。したがって、スラブ長辺側の溶鋼の伝熱に関しては、(i)の仮定は妥当である。(ii)の仮定も、スラブ連鋳の場合には通常問題はない。(iii)の仮定は、計算の便宜上、他の多くの研究者によって採用されている。(iv)と(v)の仮定はともに計算結果に大きな影響を及ぼさない。

メニスカス(湯面)の鋳片表面に原点をとり厚さ方向の中心に向けて $x$ 軸、鋳込み方向に $z$ 軸をとると、仮定(i)~(v)より、基礎式は一次元定常熱伝導の式となり、(1)式で表わされる。

$$\rho c_p u \frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k_s \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \quad (1)$$

初期および境界条件は、湯面( $z=0$ )、鋳片表面( $x=0$ )と厚さ方向中心で、それぞれ次のように与える。

$$z=0, x=0 \text{ で } \theta=\theta_{x=0} \quad (2)$$

$$z=0, x>0 \text{ で } \theta=\theta_m(\text{const}) \quad (3)$$

$$x=0, z>0 \text{ で } k_s(\partial \theta / \partial x) = q_M \quad (4)$$

$$x=x_1, z>0 \text{ で } \partial \theta / \partial x = 0 \quad (5)$$

(1)式は、(6)式で定義する換算温度 $\phi$ と含熱量 $H$ の定義から誘導される(7)式を用いると、(8)式のように定数係数化される。

$$\phi = \int_{\theta_d}^{\theta} \frac{k_s}{k_d} d\theta \quad (6)$$

$$c_p = \frac{\partial H}{\partial \theta} \quad (7)$$

$$\frac{\partial H}{\partial z} = \frac{k_d}{\rho u} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \quad (8)$$

(8)式を差分化し、(2)~(5)式のもとで数値計算するには、 $H$ と $\phi$ に対する温度関数式が必要となるが、計算にあたっては、松野ら<sup>21)</sup>によつて示された温度関数式を採用した。

### 2.2 鋳片表面の初期温度

微小時間 $\Delta t (\equiv \Delta z/u)$ の間の鋳片表面での熱収支は、鋳片表面と鋳型冷却水間の総括伝熱係数を $U$ とすれば、近似的に(9)式で表わされる。

$$\frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} k_s \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=0} dt = q_M = U(\theta_{x=0} - \theta_w) \quad (9)$$

一方、メニスカスでの溶鋼の伝熱過程は(10)式の一次元非定常伝熱で表現されるものとし、さらに微小時間 $\Delta t$ の間では、鋳片表面温度は $\theta_0$ で一定であると仮定して、(11)~(13)の条件下で解けば、(14)式が得られる。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = a_s \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \quad (10)$$

$$t=0, x \geq 0 \text{ で } \theta = \theta_m \quad (11)$$

$$x=0, t>0 \text{ で } \theta = \theta_{x=0} = \theta_0 \quad (12)$$

$$x \rightarrow \infty, t>0 \text{ で } \theta = \theta_m \quad (13)$$

$$\frac{\theta - \theta_m}{\theta_0 - \theta_m} = 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{x}{2\sqrt{a_s t}} \right) \quad (14)$$

(14)式を(9)式に代入すれば、 $\theta_0$ は(15)式で表わされる。

$$\theta_0 = \left( \theta_m + \frac{U\sqrt{\pi a_s \Delta t}}{2k_s} \theta_w \right) \left( 1 + \frac{U\sqrt{\pi a_s \Delta t}}{2k_s} \right) \quad (15)$$

したがって、(2)式の鋳片初期表面温度は、 $U$ が与えられれば(15)式より求められる。

### 2.3 総括伝熱係数

スラグ膜の鋳片表面および鋳型内壁面との濡れ性を比較すれば、スラグ膜は鋳片表面に付着すると考えるのが妥当である。

鋳片表面から鋳型冷却水への伝熱抵抗は、スラグ膜-空

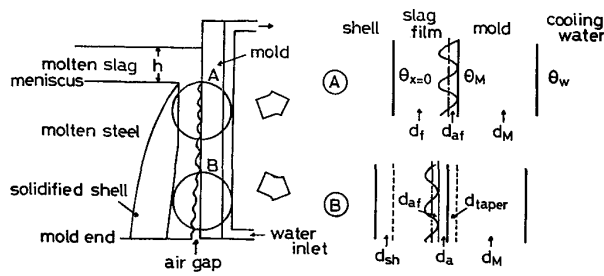


Fig. 1. Schematic view of temperature field in the continuous casting mold.

隙-鋳型壁-冷却水境界の直列抵抗であると考えれば、総括伝熱係数  $U$  は (16) 式で表わされる。

$$\frac{1}{U} = \frac{d_f}{k_f} + \frac{(d_{af} + d_a)}{k_a} + \frac{d_M}{k_M} + \frac{1}{h_w} \quad \dots (16)$$

前述<sup>19)</sup>のように、鋳型は十分冷却しているの、スラグ膜の鋳型内壁面に対する濡れ性は必ずしもよくないと推察される。モデルでは、この点を考慮して Fig. 1 に示すように、スラグの鋳型内壁面側には、小さなシワ（微細な空隙）が生成すると考えて空隙部の伝熱抵抗に付加した（以後、これを“相当空隙”と呼ぶ）。相当空隙は (17) 式で定義し、鋳片の凝固収縮量と鋳型テーパ量の大小関係によつて決まるマクロな空隙（以後、これを空隙と略称する）は、(18) 式で定義した。

$$d_{af} = \lambda d_f (\theta_f - \theta_M) \quad \dots (17)$$

$$d_a = d_{sh} - d_{taper} \quad \dots (18)$$

(17) 式は、相当空隙がスラグの凝固温度に相当する特性温度  $\theta_f$  と鋳型内壁面温度  $\theta_M$  との温度差に比例するとして定義したものである。パラメータ  $\lambda$  は、後述するように、ある特定条件下（厚板用鋼、 $u = 1.0 \text{ m/min}$ ）での実測値<sup>11)19)</sup>との比較により決定する。(18) 式で  $d_a < 0$  となる時は  $d_a = 0$  とする。一般に、パウダーは多成分系であり、特定の凝固点を持たない。ここでは、 $\theta_f$  を加熱時の軟化融温度  $\theta_{fmp}$  と冷却時の完全凝固温度  $\theta_{ffp}$  との平均値として (19) 式で定義する。

$$\theta_f = (\theta_{fmp} + \theta_{ffp}) / 2 \quad \dots (19)$$

$$d_{sh} = d_s (\alpha_s / 3) (\theta_c - \bar{\theta}_s) \quad \dots (20)$$

$$d_{taper} = z \tan \beta \quad \dots (21)$$

$$\bar{\theta}_s = (\theta_{s,1} + \theta_{s,0}) / 2 \quad \dots (22)$$

ここで、 $\theta_c$  は凝固殻が十分な強度を持つ温度であり、梅田<sup>25)</sup>によつてまとめられた高温強度測定結果を参考にし、本報では  $1400^\circ\text{C}$  とした。さらに、空隙部の熱伝導度については、Fig. 2 (b) に示すような温度依存性を考慮する。

$$k_a = A + B(\theta_{x=0} + \theta_M) \quad (A, B: \text{定数}) \quad \dots (23)$$

(16) 式の右辺最終項の  $h_w$  は、松野<sup>21)</sup>と同じく、円管内強制対流伝熱の実験式を用いた。

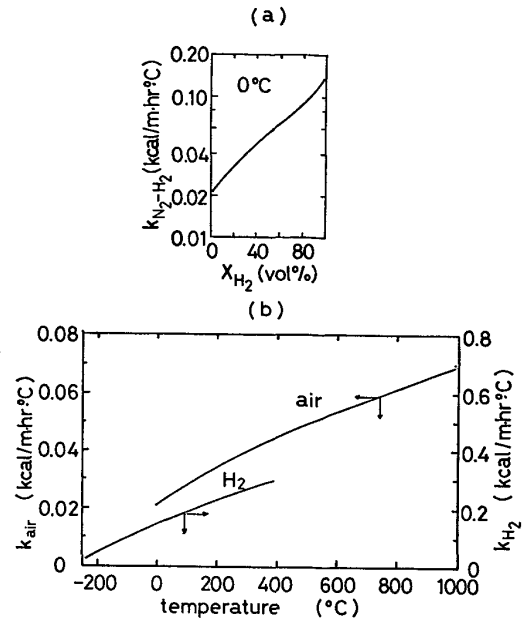


Fig. 2. (a) Effect of hydrogen content on the thermal conductivity of nitrogen-hydrogen mixture, (b) Temperature dependency of the thermal conductivities of hydrogen and air.<sup>31)</sup>

## 2.4 スラグ膜の厚さ

鋳型内メニスカス部に、厚さ  $d_f$ 、長さ  $l$  の熔融スラグの流入スリットを考える。解析にあたり、次のような仮定を設ける。

- (i) 熔融スラグは非圧縮性の粘性流体である。
- (ii) 流れは  $z$  軸方向の平行流である。
- (iii) 流入スリット部での流れのレイノルズ数は小さいので、慣性項は粘性項に比べて無視できる。
- (iv) 流入スリットの厚さ  $d_f$  は時間によつて変化しない。
- (v) 鋳型の振動は正弦運動で表わされる。

以上の仮定を考慮すれば、熔融スラグの運動は  $z$  軸方向のみとなり、鋳片表面より膜厚方向に  $x$  軸をとれば、基礎式として (24) 式が得られる。

$$\rho_f \frac{\partial v_z}{\partial t} = -\frac{\partial P}{\partial z} + \eta \frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial v_z}{\partial x} + \rho_f g \quad \dots (24)$$

初期および境界条件は、

$$t=0 \text{ で } \int_0^{d_f} v_z dx = 0 \quad \dots (25)$$

$$x=0, t>0 \text{ で } \lambda_0' (u - v_z) = -\eta (\partial v_z / \partial x) \quad \dots (26)$$

$$x=d_f, t>0 \text{ で } \lambda_1' (v_z - s \omega \cos \omega t) = -\eta (\partial v_z / \partial x) \quad \dots (27)$$

$$z=0, t>0 \text{ で } P = P_0 + \rho_f g h \quad \dots (28)$$

$$z=l, t>0 \text{ で } P = P_0 \quad \dots (29)$$

(26)、(27) 式の  $\lambda_0'$ 、 $\lambda_1'$  は鋳片表面および鋳型内壁面でのスリップの程度を示す定数であり、 $\lambda_0'$ 、 $\lambda_1' = \infty$  なら

ば、スリップがないことを表わし、 $\lambda_0' = \lambda_1' = 0$  ならば、完全にスリップしていることを表わす。

(24) 式を (25) ~ (29) 式の条件下で解けば、定常振動状態下での厚さ方向および振動一周期における無次元の平均流入速度は、(30) 式で与えられる (Appendix 参照)。

$$\langle \tilde{v}^* \rangle = (\tilde{a}/3) + (\tilde{b}/2) + \tilde{c} \quad (30)$$

ただし、

$$\tilde{a} = -q_4/q_3 \quad (31)$$

$$\tilde{b} = -\{1 + (1 + 2\lambda_1)\tilde{a}\} / (1 + \lambda_0 + \lambda_1) \quad (32)$$

$$\tilde{c} = 1 + \lambda_0\tilde{b} \quad (33)$$

である。 $\tilde{a}$ ,  $\tilde{b}$ ,  $\tilde{c}$  は、Appendix に示す  $a$ ,  $b$ ,  $c$  の振動一周期における平均値であり、 $q_3$ ,  $q_4$ ,  $\lambda_0$ ,  $\lambda_1$  は、それぞれ Appendix に示す無次元量である。前述のように、スラグ膜は鋳片表面側に付着すると考えられるので、 $\lambda_0 = 0$  ( $\lambda_0' = \infty$ ) とおく。ここで、簡単のために  $\alpha = 0$  とし、

$$\lambda_1 \equiv (1 - A_1) / A_1, \quad 0 \leq A_1 \leq 1 \quad (34)$$

なる  $A_1$  を定義すると、(30) 式は、

$$\langle \tilde{v}^* \rangle = \frac{\varphi}{12\xi_1} (4 - 3A_1) + 1 - \frac{A_1}{2} \quad (35)$$

のように表わされる。(35) 式は、鋳型内壁面でのスリップの程度によつて溶融スラグの平均流入速度 (流入量) が異なることを示す。本報では、スラグ膜の表面と鋳型内壁面とは完全にスリップしていると考え、 $A_1 = 0$  とする。一方、スラグ膜が鋳片表面を均一な厚さで被うと仮定して、スラグの流入量より算出されるスラグ膜の平均厚を  $\bar{d}_f$  とすると物質収支から (36) 式が得られる。

$$\bar{d}_f = \langle \tilde{v}^* \rangle d_f \quad (36)$$

(35), (36) 式より、 $d_f$  は (37) 式で表わされる。

$$d_f = \{\nu(\bar{d}_f + \xi)\}^{1/3} + \{\nu(\bar{d}_f - \xi)\}^{1/3}, \quad (\theta_{x=0} > \theta_f) \quad (37)$$

ただし、

$$\mu \equiv (\eta_0 u / \rho_f g), \quad \nu \equiv (3/2) \mu \quad (38)$$

$$\xi \equiv \{\bar{d}_f^2 + (4/9) \mu\}^{1/2} \quad (39)$$

である。湯面の溶融スラグの層厚効果は無視した ( $h/l \approx 0$ )。

鋳型内で鋳込み方向に逐次このような流れが実現すると考え、さらに、鋳片表面でのスラグの粘度の温度変化を (40) 式と与えることにより、スラグ膜の鋳込み方向での厚さの変化が求まる。

$$\eta_0 \equiv \eta_{x=0} = \eta^0 \exp\{C/(T_{x=0} - T')\} \quad (40)$$

ここで、 $\eta^0$ ,  $C$ ,  $T'$  はパウダー銘柄ごとに定まる定数である。(37) 式は、 $\eta^0 \rightarrow \infty$  の極限において  $d_f = \bar{d}_f$  となるが、ここでは、 $\theta_{x=0} \leq \theta_f$  ならば、 $d_f = \bar{d}_f$  とした。

Table 1. Physical properties used in calculations.

|            |                       |                      |
|------------|-----------------------|----------------------|
| $a_s$      | 0.0447                | cm <sup>2</sup> /s   |
| $k_d$      | 40                    | kcal/m·h·°C          |
| $k_f$      | 2                     | "                    |
| $k_M$      | 280                   | "                    |
| $\alpha_s$ | $1.98 \times 10^{-5}$ | 1/°C <sup>(15)</sup> |
| $\rho$     | 7.4                   | g/cm <sup>3</sup>    |
| $\rho_f$   | 2.45                  | "                    |

Table 2. Constants used in calculations.

|               |         |    |
|---------------|---------|----|
| $d_M$         | 4.5     | cm |
| $N$           | 30      | %  |
| $s$           | 0.5     | cm |
| $x_1$         | 10      | cm |
| $\theta_c$    | 1 400   | °C |
| $\theta_m$    | 1 530   | °C |
| $\theta_{sL}$ | 1 460*  | °C |
|               | 1 490** | °C |
| $\theta_w$    | 30      | °C |
| $\Delta x$    | 2.5     | mm |
| $\Delta z$    | 0.1     | mm |

\* for plate steel

\*\* for deep-drawing steel

### 3. 計算の方法と条件

#### 3.1 計算法

総括伝熱係数  $U$  は、(16) ~ (23) 式から明らかなように、鋳片表面温度  $\theta_{x=0}$  の関数であるから、これを一義的に定めることができない。モデルでは、まず  $\theta_{x=0}$  および  $\theta_m$  の仮定値から計算を始め、 $z=0$  から鋳込み方向の各ステップごとに、これらが一定の精度内に入るように収束計算を行う。また、鋳型内での平均熱流束  $\bar{q}_M$  は、 $q_M$  を 5 次多項式に近似して Gauss の数値積分法によつて求めた。

#### 3.2 計算条件

計算に用いた物性値を Table 1 に、また、定数値を Table 2 に示す。

スラグ膜の平均厚  $\bar{d}_f$  は、これまでに得られたデータ<sup>26)27)</sup>を整理して、本報では、スラグの代表粘度 (1 300°C での粘度)  $\eta_m$  と鋳型振動周波数  $f$  の関数として、Fig. 3 に示すように、(41) 式で与えた。

$$d_f = (143 - 3\eta_m f) \times 10^{-4} \quad (41)$$

#### 3.3 パウダーの物性

本研究の伝熱モデルで採用したパウダーの  $\eta_m$  と  $\theta_f$  は Table 3 に示した<sup>19)20)</sup>。 $\eta_m$  は 1.6 ~ 17 poise であり、 $\theta_f$  は 1 000 ~ 1 220°C の範囲である。

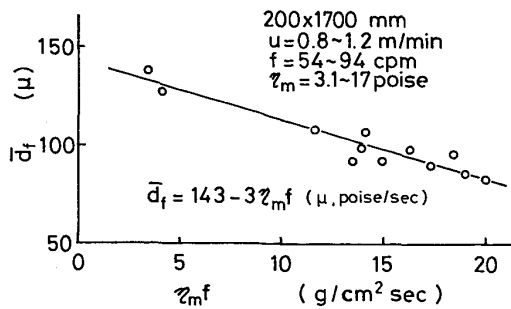


Fig. 3. Effect of the viscosity of molten slag and the mold oscillation on the average thickness of film descending in a gap between shell and mold.

Table 3. Properties of powders used in calculations.

| Brand            | A    | B    | C    | D    | E     | F    |
|------------------|------|------|------|------|-------|------|
| $\eta_m$ (poise) | 17.0 | 12.8 | 5.9  | 3.8  | 2.5   | 1.6  |
| $\theta_f$ (°C)  | 1150 | 1110 | 1100 | 1160 | 1040  | 1010 |
|                  | G    | H    | I    | J    | K     | L    |
|                  | 3.11 | 6.37 | 3.91 | 2.52 | 11.41 | 2.4  |
|                  | 1223 | 1202 | 1090 | 1043 | 1178  | 1002 |

#### 4. 計算結果

##### 4.1 パラメータλの決定

(17)式のパラメータλは、引抜き速度 1.0m/min の鑄型銅板内の温度分布の測定結果に基づいた実測値<sup>11)</sup>と一致するように、 $\eta_m$  の1次式として、(42)式で表わした。

$$\lambda = (0.105\eta_m + 3.84) \times 10^{-4} \dots \dots \dots (42)$$

λは、スラグの膨張係数に相当するものに、鑄型壁との接触に基づくスラグ膜表面のシワの生成を加味したものである。引抜き速度 1.0m/min の熱流束分布の実測値<sup>11)19)</sup>と一致させるためには、(42)式のように、 $\eta_m$ の大きいフラックスほどλを大きくとることが必要である。

##### 4.2 伝熱モデルの妥当性

本研究で示した伝熱モデルによる計算値を厚板用鋼<sup>11)</sup>および薄板用鋼<sup>20)</sup>鑄込時の実測結果と比較することにより、モデルの妥当性について検討する。

熱流束の鑄込方向分布の一例をパウダーE<sup>19)</sup>についてFig. 4に示す。計算値(実線)は、メニスカス付近および鑄型下端部では実測値<sup>19)</sup>と必ずしも一致していない(これらについては4.3および4.4項で述べる)が、鑄込み方向の熱流束の減少は同様な傾向を示している。

パウダーHおよびIの熱流束の鑄込み方向分布を実測値<sup>20)</sup>と比較してFig. 5に示す。パウダーG~Lについては、粘度の温度依存性が明らかでないので、これらの

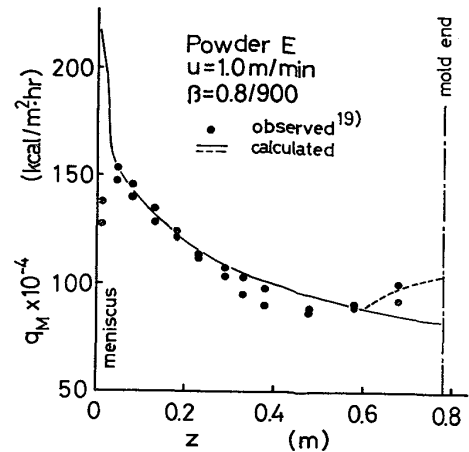


Fig. 4. Comparison of calculated results with observed data of the heat flux in the mold (Powder E).

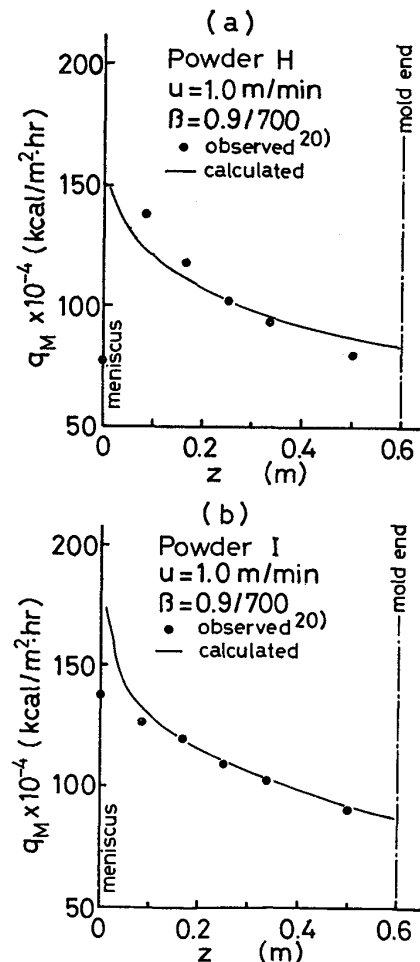


Fig. 5. Comparison of calculated results with observed data of the heat flux in the mold. (a) Powder H, (b) Powder I.

スラグ膜の厚さは、 $\bar{d}_f$ で鑄込み方向で一定であるとして計算した。

パウダーBを使用した場合の凝固殻厚さ(完全固相域)の鑄込み方向分布の計算結果をFig. 6に実線で示

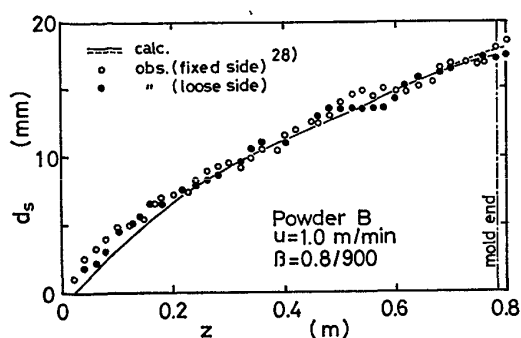


Fig. 6. Comparison of calculated results with observed data of the thickness of solidified shell.

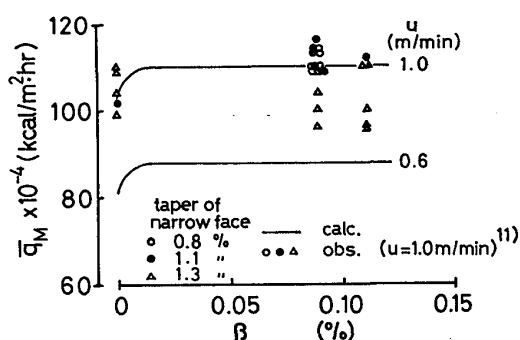


Fig. 7. Effect of mold taper on the average heat flux in the mold.

す。Fig. 6 には、同じ操業条件で鋳型内溶鋼に FeS トレーサーを添加することによつて測定した凝固殻厚さの実測値<sup>28)</sup>も合わせて示したが、モデルによる計算結果と良く一致している。

鋳型内平均熱流束  $\bar{q}_M$  に及ぼす長辺テーパの影響を Fig. 7 に示す。モデルでは、空隙は長辺テーパがゼロに近い部分を除けば生成しないので、 $\bar{q}_M$  は変化しない。引抜き速度 1.0 m/min の実測値<sup>29)</sup>もばらつきは多いが同様な傾向を示している。A. GRILL ら<sup>14)</sup>、木下ら<sup>15)</sup>の鋳型内における凝固殻の弾塑性応力解析によると、通常の長辺テーパでは、コーナー部を除き、鋳込み方向のどの部分でもスラブ長辺側には空隙が生成していないことが示されている。鋳片表面には、鋳型振動に起因するオッシレーションマークがあり、必ずしも平滑ではない。さらに、鋳型内壁面でかなり大きな温度の時間変動があつても、その周期が小さいと鋳型銅板内では検出されないか、あるいは、検出されても銅板内では緩和される傾向がある<sup>29)</sup>。鋳片長辺側はそのほとんどが鋳型壁面で保持されていると推察され、スラグ膜表面でのシワに基づく相当空隙が伝熱抵抗として介在すると考えたモデルは、妥当であると思われる。

Table 3 に示したパウダー A～L について、鋳型内平均熱流束の計算値と実測値<sup>19)20)</sup>の比較を Fig. 8 に示

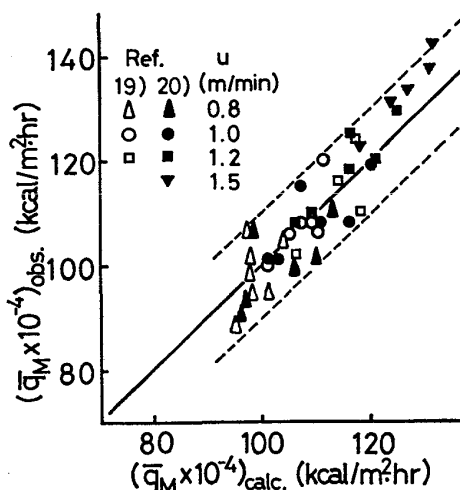


Fig. 8. Comparison of calculated results with observed data of the average heat flux in the mold.

す。引抜き速度 0.8～1.5 m/min で、両者はほぼ  $\pm 10^5$  kcal/m<sup>2</sup>・h の範囲で一致している。

不特定操業条件の変動などによる実測値の誤差を考慮すれば、Fig. 4～8 の計算値と実測値は比較的良好に一致していると考えられ、モデルが妥当なことが示されている。

#### 4.3 メニスカス部での熱流束

鋳型銅板内の温度分布は定常であると仮定し、鋳型幅方向での熱伝導を無視する。鋳型銅板内での伝熱の基礎式は、鋳型内壁面を原点に冷却水側に向けて  $x$  軸、鋳型上端を原点に鋳込み方向に  $z$  軸をとると、(43) 式で示すような二次元ラプラス方程式となる。

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = 0 \quad (43)$$

境界条件は、次のように与える。

$$0 \leq x \leq d_M, \quad 0 < z \leq z_1 \quad \text{で } \theta = \theta_w \quad (44)$$

$$z_1 < z \leq z_2 \quad \text{で } \partial \theta / \partial z = \text{const.} \quad (45)$$

$$z = z_2 \quad \text{で } \theta = \theta_{M2} \quad (46)$$

$$x = 0 \quad z_2 < z \leq z_3 \quad \text{で } \partial \theta / \partial z = \text{const.} \quad (47)$$

$$z = z_3 \quad \text{で } \theta = \theta_{M3} \quad (48)$$

$$z_3 < z \leq z_4 \quad \text{で } \partial \theta / \partial z = \text{const.} \quad (49)$$

$$z = z_4 \quad \text{で } \theta = \theta_{M4} \quad (50)$$

$$0 \leq x \leq d_M, \quad z = z_4 \quad \text{で } \partial \theta / \partial x = \text{const.} \quad (51)$$

$$x = d_M, \quad 0 \leq z \leq z_4 \quad \text{で } \theta = \theta_w \quad (52)$$

ここでは、鋳型銅板内 5 mm 面での温度の実測値<sup>11)</sup>と計算値が一致するように、 $z_4 = 20$  cm として  $z_1 \sim z_3$  と  $\theta_{M2}$ ,  $\theta_{M3}$  を定めた。その計算結果の一例を Fig. 9 に示す。Fig. 9 の例では、 $z_1 = 4$  cm,  $z_2 = 11$  cm,  $z_3 = 14$  cm, および、 $\theta_{M2} = 150^\circ\text{C}$ ,  $\theta_{M3} = 288^\circ\text{C}$  とした場合、計算値と実測値により一致がみられた。この銅板内温度分布の計算例から明らかなように、特にメニスカス付近で

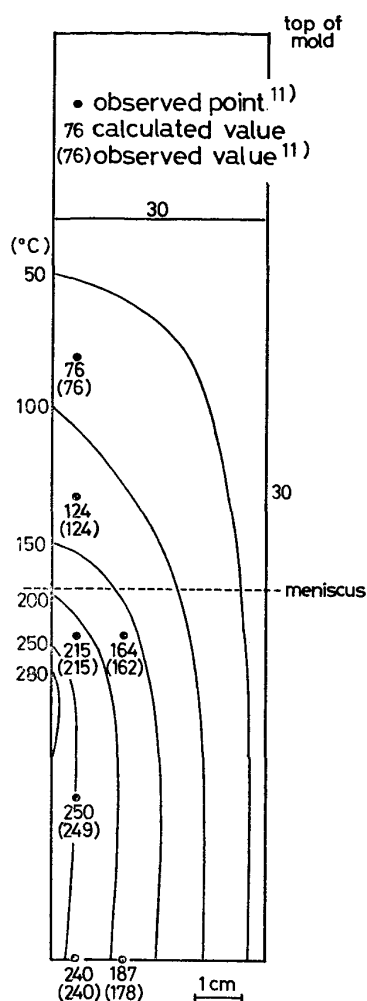


Fig. 9. Isotherms in the vicinity of meniscus in copper plate.

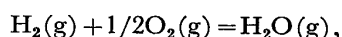
は、铸込み方向の伝熱が無視できないほど大きい。すなわち、メニスカス付近では、少なくとも銅板内の铸込み方向の伝熱を考慮する必要がある。実測値<sup>11)</sup>は、銅板内温度の測定結果から、銅板内では $x$ 方向のみ伝熱があるとして計算した熱流束なので、メニスカス付近では実測値のほうが低い値となる。

しかしながら、铸型内では絶えず小さな湯面変動があり、メニスカスレベルを特定できないばかりでなく、パウダーの添加方法や特性の相違によつてスラグリの生成傾向などが異なる。このような理由から、メニスカス部での伝熱に対する銅板内の铸込み方向の伝熱の影響を評価することはむずかしい。

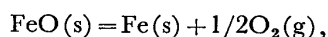
Fig. 9 では、铸型内壁面温度の最も高い所は、温度が 288°C であつた。その位置は従来から指摘<sup>6)~11)</sup> されているように、メニスカスでなくメニスカス直下にある。これは、前述の湯面変動やスラグリの生成効果、銅板内での铸込み方向の逆方向への伝熱によるものと考えられる。

#### 4.4 铸型下端部での熱流束の増加現象

Fig. 2(b) に示したように、水素の熱伝導度は空気より約 5.5~7 倍大きい。また、窒素に水素が混入すると、Fig. 2(a) のように水素濃度の増加とともに混合ガスの熱伝導度が増加する<sup>30)</sup>。铸型下端部での熱流束の増加は、2 次冷却水から生ずる水蒸気と鉄の反応によつて生成する水素に起因することが指摘<sup>9)</sup> されている。水蒸気生成反応および鉄の酸化反応は、(53)、(54) 式<sup>31)</sup> で表わされる。

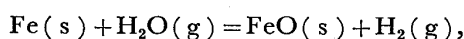


$$\Delta G_1^\circ = 60\,100 + 13.90T \dots\dots\dots (53)$$



$$\Delta G_2^\circ = 62\,050 - 14.95T \dots\dots\dots (54)$$

したがつて、水蒸気による鉄の酸化反応は、(55) 式で表わされる。



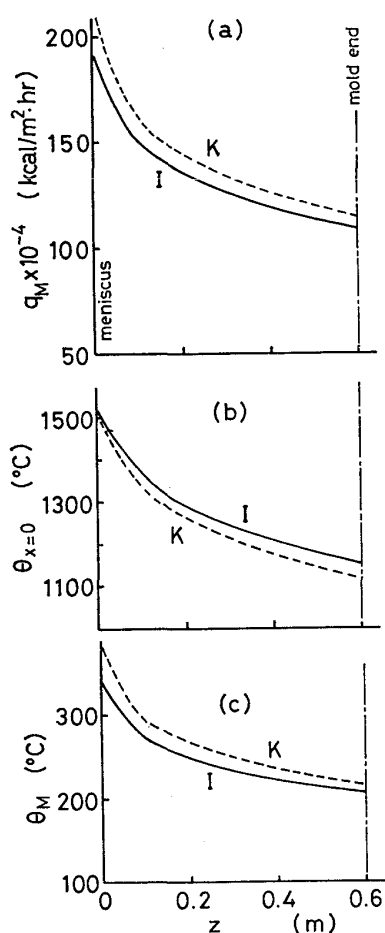
$$\Delta G_3^\circ = -1\,950 + 1.05T \dots\dots\dots (55)$$

(55) 式の反応は水蒸気温度が低いほうが、しかも水蒸気分圧が高いほど進行しやすくなると推察される。連铸機の铸型直下は大量の 2 次冷却水が噴射されるスプレー冷却域となつているので、(55) 式の反応によつて生成した水素が铸型下端部の空隙域に侵入することが考えられる。

このように、铸型内の空隙域には、水素の存在が予想されるが、従来、空隙部のガス組成を直接測定した研究は少ない<sup>32)</sup>。MARTYNOV ら<sup>32)</sup> は、発熱性フラックスなどを用いたビレットの連铸時に、空隙部よりガス採取を行い、铸込み時の組成変化を報告している。すなわち、発熱性フラックスを使用した場合、最高 10%、平均約 5% の水素が含まれていることを示している。しかし、彼らのガス採取位置は、铸型下端よりかなり上方であつたから、铸型下端ではさらに多くの水素が含まれているものと推察される。

混合ガスの熱伝導度については、たとえば、LINDSAY ら<sup>33)</sup>、あるいは、WASSILJEW<sup>34)</sup> の式のような精度よい推算式もあるが、ここでは、Fig. 2 に示したデータを用いてより簡単に評価する。窒素と空気の熱伝導度はほぼ等しい<sup>30)</sup> ので、空気と水素の混合ガスの熱伝導度の組成依存性は、Fig. 2(a) と同じであるとする。また、混合ガスの熱伝導度の温度変化は、空気の熱伝導度の温度変化と同じ割合であるとした。

Fig. 4, 6 の破線は、このようにして水素による熱伝導度の増加を考慮した場合であり、メニスカスより铸込み方向に 600 mm まではその効果がないとし、铸型下端では水素が 20% (vol) まで直線的に増加するとした場



Powder I, K,  $u=2.0$  m/min,  $\beta=0.9/700$ ,  $f=100$  cpm

Fig. 10. Calculated results of the heat flux (a), the surface temperature of slab (b), and the wall temperature of mold (c).

合の熱流束および凝固殻厚さの分布である。水素の混入により、鑄型下端部での熱流束は増加し、それに伴って凝固殻も厚くなる。

森ら<sup>12)</sup>は、1200 mm 長さの鑄型について、鑄型下部の熱流束の増加は、凝固殻が一たん鑄型壁から離れると、鑄片表面の温度が上昇して鑄片強度が下がると同時に、溶鋼静圧も加わって膨張を起こし、鑄片表面が鑄型内壁に再び接近するため、空隙距離が小さくなる結果であると説明している。本報のモデルでは、応力や静圧効果を考慮していないので、これらの結果を検討することはできないが、(55)式による水素の生成反応が比較的低温ほど起こりやすいこと、また、水素の効果については MARTYNOV ら<sup>32)</sup>、ROZHKOV ら<sup>35)</sup>、TAYLER<sup>9)</sup> らが指摘していることから、本報の計算結果に示したような水素による効果も無視できないと考えられる。

#### 4.5 高速鑄造へのモデルの適用

前述のように、本モデルは引抜き速度が 0.8~1.5 m/min の範囲ではほぼ妥当であることが示されたので、パ

ウダー I と K についてほかの条件は 4.2 項と同じに揃え、引抜き速度 2.0 m/min の計算を行つた。その結果を Fig. 10 に示すが、引抜き速度の増加に伴って熱流束が増加するので、鑄型内壁面温度が引抜き速度 1.0 m/min の時<sup>11)</sup>に比べて、かなり高くなる。

## 5. 結 言

連鑄鑄型内での鑄片表面温度や凝固殻厚さの鑄込み方向分布をより正確に評価するために、鑄型内熱流束に大きな影響を及ぼすパウダー性状の影響を考慮した伝熱モデルを展開した。

さらに、この伝熱モデルに基づいて鑄型内平均熱流束を計算した結果と実測値を比較したところ、両者の間にかなりよい一致が得られ、本モデルの妥当性が確かめられた。なお、凝固殻厚さの鑄込み方向分布の計算結果も実測値とよく一致することを確認した。

熱流束の鑄込み方向分布の計算結果は、鑄型銅板内温度の測定結果に基づくそれとほぼ同じような変化を示した。さらに、メニスカス付近で熱流束の実測値が計算値より小さな値を示すのは、この付近では、鑄型銅板内での鑄込み方向の伝熱が無視できないこと。また、鑄型下端部での熱流束の増加は、2次冷却の水蒸気の分解によって生成する水素が空隙部に混入することによるものと考えて、これらの現象を計算によつて説明した。

引抜き速度 2.0 m/min における本モデルでの計算結果を示した。このモデルは、より大きい引抜き速度で連続鑄造する場合の鑄型内熱流束の分布および鑄片表面温度の分布の予知に応用できる。

#### <付録>

(24)式を、次のように無次元化する。

$$v^* = v_z/u, P^* = P/P_0, t^* = t/t_0, \delta = x/d_f, \gamma = z/l, \eta^* = \eta/\eta_0 \quad (\text{A-1})$$

さらに、ここで、

$$\beta_1 \equiv (P_0 t_0)/(\rho_f u l), \xi_1 \equiv (\eta_0 t_0)/(\rho_f d_f^2), \varphi' \equiv (g t_0)/u, V_0^* \equiv \omega_0/u, \lambda_0 \equiv \eta_0/(\lambda_0' d_f), \lambda_1 \equiv (\eta_0 e^a)/(\lambda_1' d_f) \quad (\text{A-2})$$

とおき、 $\eta^*$  は (A-3) 式で表わされるとする。

$$\eta^* = e^{a\delta} \quad (\text{A-3})$$

(A-1)~(A-3) 式を用いて、(24)~(29)式を書き表わし、 $\gamma=0 \sim 1$  にわたつて(24)式を積分すると、

$$\frac{\partial v^*}{\partial t^*} = \xi_1 \frac{\partial}{\partial \delta} \left( e^{a\delta} \frac{\partial v^*}{\partial \delta} \right) + \varphi, \quad \varphi \equiv \frac{g t_0}{u} (1 + h/l) \quad (\text{A-4})$$

が得られる。いま、スラグ膜内の  $\delta$  方向の流速分布を 2 次式で (A-5) 式のように近似する。

$$v^* = a\delta^2 + b\delta + c \quad (\text{A-5})$$

ここで、 $a, b, c$  は時間  $t^*$  のみの関数であるとし、境界条件を適用すれば、 $da/dt^*, db/dt^*, dc/dt^*$  に関する三個の常微分方程式が得られる。これらを解き、さらに、初期条件を適用したのち、 $t^* \rightarrow \infty$  の極値をとると、定常振動状態下での  $a, b, c$  が次のように求められる。

$$a = \frac{1}{q_3^2 + c_1^2} [(q_2 c_1 - q_1 q_3) \sin c_1 t^* - (q_1 c_1 + q_2 q_3) \cos c_1 t^*] - \frac{q_4}{q_3} \quad \text{..... (A-6)}$$

$$b = \frac{1}{1 + \lambda_0 + \lambda_1} \{V_0^* \cos c_1 t^* - 1 - (1 + 2\lambda_1) a\} \quad \text{..... (A-7)}$$

$$c = 1 + \lambda_0 b \quad \text{..... (A-8)}$$

ただし、 $c_1 \equiv \omega t_0$  である。ここで、

$$\Phi \equiv 1 + 4\lambda_0 + 4\lambda_1 + 12\lambda_0 \lambda_1 \quad \text{..... (A-9)}$$

とおくと、 $q_1 \sim q_4$  は次のように示される。

$$q_1 = -3c_1 V_0^* (1 + 2\lambda_0) / \Phi \quad \text{..... (A-10)}$$

$$q_2 = -6\xi_1 V_0^* (e^\alpha - 1) / \Phi \quad \text{..... (A-11)}$$

$$q_3 = -6\xi_1 (e^\alpha + 1 + 2\lambda_0 e^\alpha + 2\lambda_1) / \Phi \quad \text{..... (A-12)}$$

$$q_4 = -6\{\varphi(1 + \lambda_0 + \lambda_1) - \xi_1(e^\alpha - 1)\} / \Phi \quad \text{..... (A-13)}$$

膜厚方向の平均流速は、(A-14) で与えられる。

$$\langle v^* \rangle = \int_0^1 v^* d\delta = a/3 + b/2 + c \quad \text{..... (A-14)}$$

(A-14) 式を振動一周にわたって積分すると、(30) 式が得られる。ただし、

$$\langle \tilde{v}^* \rangle = \int_0^1 \langle v^* \rangle dt^* \quad \text{..... (A-15)}$$

である。

## 記 号

|                          |                                                                  |
|--------------------------|------------------------------------------------------------------|
| $a_s$ : 鋼の熱拡散係数          | ( $\text{cm}^2/\text{s}$ )                                       |
| $c_p$ : 鋼の比熱             | ( $\text{cal}/\text{g} \cdot ^\circ\text{C}$ )                   |
| $d_a$ : 空隙の厚さ            | ( $\text{cm}$ )                                                  |
| $d_{af}$ : 相当空隙厚さ        | ( $\text{cm}$ )                                                  |
| $d_f$ : スラグ膜の厚さ          | ( $\text{cm}$ )                                                  |
| $\bar{d}_f$ : スラグ膜の平均厚さ  | ( $\text{cm}$ )                                                  |
| $d_M$ : 鑄型の実効肉厚          | ( $\text{cm}$ )                                                  |
| $d_s$ : 凝固殻の厚さ           | ( $\text{cm}$ )                                                  |
| $d_{sh}$ : 鑄片の凝固収縮長さ     | ( $\text{cm}$ )                                                  |
| $d_{taper}$ : 鑄型のテーパ量    | ( $\text{cm}$ )                                                  |
| $f$ : 鑄型振動の周波数           | ( $1/\text{s}$ )                                                 |
| $g$ : 重力加速度              | ( $\text{cm}/\text{s}^2$ )                                       |
| $H$ : 鋼の含熱量              | ( $\text{cal}/\text{g}$ )                                        |
| $h$ : 湯面でのパウダー溶融層の厚さ     | ( $\text{cm}$ )                                                  |
| $h_w$ : 鑄型銅板と冷却水の間の熱伝達係数 | ( $\text{cal}/\text{cm}^2 \cdot \text{s} \cdot ^\circ\text{C}$ ) |
| $k_a$ : 空気熱伝導度           | ( $\text{cal}/\text{cm} \cdot \text{s} \cdot ^\circ\text{C}$ )   |
| $k_d$ : 鋼の基準熱伝導度         | ( $\text{cal}/\text{cm} \cdot \text{s} \cdot ^\circ\text{C}$ )   |
| $k_f$ : スラグ膜の熱伝導度        | ( $\text{cal}/\text{cm} \cdot \text{s} \cdot ^\circ\text{C}$ )   |
| $k_M$ : 鑄型の熱伝導度          | ( $\text{cal}/\text{cm} \cdot \text{s} \cdot ^\circ\text{C}$ )   |
| $k_s$ : 鋼の熱伝導度           | ( $\text{cal}/\text{cm} \cdot \text{s} \cdot ^\circ\text{C}$ )   |
| $l$ : 溶融スラグの流入間隙の長さ      | ( $\text{cm}$ )                                                  |
| $N$ : 平均速度表示のネガティブ率      | (%)                                                              |
| $P$ : 圧力                 | ( $\text{dyn}/\text{cm}^2$ )                                     |

|                                          |                                                                  |
|------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|
| $P_0$ : 大気圧                              | ( $\text{dyn}/\text{cm}^2$ )                                     |
| $P^*$ : 無次元圧力, $P/P_0$                   | (—)                                                              |
| $q_M$ : 水平方向 (厚さ方向) 鑄型内熱流束               | ( $\text{cal}/\text{cm}^2 \cdot \text{s}$ )                      |
| $\bar{q}_M$ : 鑄型内での厚さ方向の平均熱流束            | ( $\text{cal}/\text{cm}^2 \cdot \text{s}$ )                      |
| $s$ : 鑄型振動の振幅                            | ( $\text{cm}$ )                                                  |
| $T$ : 絶対温度                               | ( $^\circ\text{K}$ )                                             |
| $T_{x=0}$ : 鑄片表面の絶対温度                    | ( $^\circ\text{K}$ )                                             |
| $t$ : 時間                                 | ( $\text{s}$ )                                                   |
| $t_0$ : 鑄型振動の一周期に要する時間                   | ( $\text{s}$ )                                                   |
| $t^*$ : 無次元時間, $t/t_0$                   | (—)                                                              |
| $U$ : 総括伝熱係数                             | ( $\text{cal}/\text{cm}^2 \cdot \text{s} \cdot ^\circ\text{C}$ ) |
| $u$ : 引抜き速度                              | ( $\text{cm}/\text{s}$ )                                         |
| $v_z$ : スラグ膜の鑄込み方向の速度                    | ( $\text{cm}/\text{s}$ )                                         |
| $v^*$ : スラグ膜の鑄込み方向の無次元速度, $v_z/u$        | (—)                                                              |
| $x$ : 厚さ方向の距離                            | ( $\text{cm}$ )                                                  |
| $x_1$ : 鑄片の 1/2 厚さ                       | ( $\text{cm}$ )                                                  |
| $\Delta x$ : 厚さ方向のきざみ幅                   | ( $\text{cm}$ )                                                  |
| $z$ : 垂直方向 (鑄込み方向) の距離                   | ( $\text{cm}$ )                                                  |
| $\Delta z$ : 鑄込み方向のきざみ幅                  | ( $\text{cm}$ )                                                  |
| $\alpha_s$ : 鋼の体膨張係数                     | ( $1/^\circ\text{C}$ )                                           |
| $\beta$ : 鑄型のテーパ角                        | ( $\text{rad}$ )                                                 |
| $\gamma$ : スラグ膜流入間隙の無次元長さ, $z/l$         | (—)                                                              |
| $\delta$ : スラグ膜流入間隙の無次元厚さ, $x/d_f$       | (—)                                                              |
| $\eta$ : スラグの粘度                          | (poise)                                                          |
| $\eta_0, \eta_{x=0}$ : 鑄片表面でのスラグの粘度      | (poise)                                                          |
| $\eta^\circ$ : 粘度の頻度因子                   | (poise)                                                          |
| $\eta_m$ : $1300^\circ\text{C}$ でのスラグの粘度 | (poise)                                                          |
| $\eta^*$ : スラグの無次元粘度, $\eta/\eta_0$      | (—)                                                              |
| $\theta$ : 温度                            | ( $^\circ\text{C}$ )                                             |
| $\theta_0, \theta_{x=0}$ : 鑄片表面温度        | ( $^\circ\text{C}$ )                                             |
| $\theta_c$ : 鑄片の収縮開始温度                   | ( $^\circ\text{C}$ )                                             |
| $\theta_d$ : 鋼の熱伝導度の基準温度                 | ( $^\circ\text{C}$ )                                             |
| $\theta_f$ : スラグの特性温度                    | ( $^\circ\text{C}$ )                                             |
| $\theta_{ffp}$ : スラグの完全凝固温度              | ( $^\circ\text{C}$ )                                             |
| $\theta_{fmp}$ : スラグの軟化溶融温度              | ( $^\circ\text{C}$ )                                             |
| $\theta_M$ : 鑄型内壁面温度                     | ( $^\circ\text{C}$ )                                             |
| $\theta_m$ : 溶鋼の鑄込み温度                    | ( $^\circ\text{C}$ )                                             |
| $\theta_{s,L}$ : 鋼の固相線温度                 | ( $^\circ\text{C}$ )                                             |
| $\bar{\theta}_s$ : 凝固殻の平均温度              | ( $^\circ\text{C}$ )                                             |
| $\theta_w$ : 鑄型冷却水の温度                    | ( $^\circ\text{C}$ )                                             |
| $\lambda_0'$ : 鑄片表面でのスラグ膜のすべり係数          | ( $\text{g}/\text{cm}^2 \cdot \text{s}$ )                        |
| $\lambda_1'$ : 鑄型内壁面でのスラグ膜のすべり係数         | ( $\text{g}/\text{cm}^2 \cdot \text{s}$ )                        |
| $\rho$ : 鋼の密度                            | ( $\text{g}/\text{cm}^3$ )                                       |
| $\rho_f$ : スラグの密度                        | ( $\text{g}/\text{cm}^3$ )                                       |
| $\phi$ : 換算温度                            | ( $^\circ\text{C}$ )                                             |
| $\omega$ : 鑄型振動の角速度                      | ( $\text{rad}/\text{s}$ )                                        |

## 文 献

- 1) 安齋考儀, 山上 諄, 宮下芳雄, 阪本英一, 管克之, 角南英八郎: 鉄と鋼, 60(1974) 7, p. 973
- 2) 藤井 隆, 野崎洋彦, 山岸静直: 鉄と鋼, 64(1978) 13, p. 1860
- 3) 森 久: 鉄と鋼, 58(1972), p. 1511
- 4) 佐藤良吉: 日金報, 12(1973) 6, p. 391

- 5) 江見俊彦, 中戸 参, 鈴木康治, 飯田義治, 上田典弘: 鉄と鋼, 60 (1974) 7, p. 981
- 6) 原田和夫, 藤田仁四郎: 日立造船技報, 34 (1973), p. 100
- 7) S. N. SINGH and K. E. BLAZEK: J. Metals, 26 (1974), 10, p. 17
- 8) E. BACHNEN and M. USSAR: Stahl u. Eisen, 96 (1976), 5, p. 185
- 9) C. R. TAYLER: Met. Trans., 6B (1975), p. 359
- 10) 井上俊朗, 秋田靖博, 野呂克彦, 片野征夫: 製鉄研究, (1978) 298, p. 34
- 11) 中戸 参, 垣生泰弘, 江見俊彦, 木下勝雄, 戸村寿孝, 上田典弘, 今井卓雄: 鉄と鋼, 62 (1976) 11, S 506
- 12) 森 隆資, 綾田研三: 凝固 14-III-2, 凝固部会資料 (1976)
- 13) 川鉄水島: 学振19委, 凝固-195, 凝固現象協議会資料 (1976)
- 14) A. GRILL, K. SORIMACHI, and J. K. BRIMACOMBE: Met. Trans., 7B (1976), p. 177
- 15) 木下勝雄, 北岡英就, 江見俊彦: 学振19委, 凝固-244, 凝固現象協議会資料 (1978)
- 16) P. E. EFREMOV, V. S. RUTES, P. G. SHMIDT, and G. F. KONOVALOV: Stal in Eng., (Sep., 1970), p. 692
- 17) J. SAVAGE, and W. H. PRITCHARD: JISI, 178 (1954) 11, p. 269
- 18) 広島壮一, 平沢秀直, 笹本泰雄: 鉄と鋼, 65 (1979) 10, S 164
- 19) 中戸 参, 垣生泰弘, 江見俊彦, 由井信子: 鉄と鋼 (1976) 11, S 507
- 20) R. ALBERNY, A. LECLERCQ, D. AMAURY, and M. LAHOUSSE: Rev. Met., (1976), July/Aug., p. 545
- 21) 松野淳一, 中戸 参, 大井 浩: 鉄と鋼, 60 (1974) 7, p. 1023
- 22) E. A. MIZIKAR: Trans. Met. Soc. AIME, 239 (1967), p. 1747
- 23) J. SZEKELY, and V. STENAK: Met. Trans., 1 (1970), p. 119
- 24) 藤井徹也, 松野淳一, 大井 浩: 鉄と鋼, 60 (1974) 7, p. 1041
- 25) 梅田高照: “鉄鋼の凝固” 付64, 基共研, 凝固部会報告 (1977)
- 26) 中戸 参, 江見俊彦, 橘 林三, 江本寛治, 馬田一, 守脇広治: 鉄と鋼, 61 (1975) 11, S 481
- 27) T. EMI, H. NAKATO, Y. IIDA, K. EMOTO, R. TACHIBANA, T. IMAI, and H. BADA: Proc. 61st. NOH-BOSC, (chicago, 1978), p. 356
- 28) 中戸 参, 垣生泰弘, 江見俊彦, 馬田 一, 小嶋英明: 未発表
- 29) 中戸 参, 垣生泰弘, 江見俊彦: 未発表
- 30) 化学工学協会編: 化学工学便覧, (1968), p. 51 [丸善]
- 31) 大谷正康著: 鉄冶金熱力学, (1971), p. 170 [日刊工業]
- 32) O. V. MARTYNOV, V. P. ROZHKOV, and V. A. BELOUSOV: Stal in Eng., (1970) 10, p. 782
- 33) A. L. LINDSAY, and L. A. BROMLEY: Ind. Eng. Chem., 42 (1950), p. 1508
- 34) 佐藤一雄著: 物性定数推算法, (1962), p. 118 [丸善]
- 35) V. P. ROZHKOV, O. V. MARTYNOV, and L. M. SHCHERBAKOV: Izv. VUZov Cher. Met., (1974) 5, p. 53