

論文

UDC 669.14.018.25 : 669.14.018.252.3 : 669.15'24'292'74-196 :
539.375 : 539.384

高炭素-高バナジウム-鉄合金の曲げ強度と破壊*

石原 裕**・永井 正一**

The Bending Strength and Fracture of High Carbon
High Vanadium Iron Alloys

Joo ISHIHARA and Masaichi NAGAI

Synopsis:

Micro-bending test and microscopic examination were carried out on high carbon high vanadium iron alloys prepared by melting and by over-laying method, in order to study the effects of size and distribution of V-carbide on the bending strength of the alloy. V-carbides in the specimens were controlled from 21 to 55% in volume and from 2 to 100 μm in diameter, dispersing in matrix of the ferrite, austenite and martensite. It was observed that cracks originated in the carbide phases due to a stress concentration, and was propagated into the matrix. The strength of the alloy was more influenced by the size than the amount of the carbide. The cleavage fracture occurred partly in alloys containing much amount of V-carbide, even if the matrix was fully annealed.

1. 緒言

2. 方法

バナジウム-炭化物(以下V炭化物と略称)はその硬さが Hv 2800 にも達する高硬度の炭化物であり、これが鉄合金中に含まれる時、その耐摩耗性を著しく増大させるので有用な化合物である。しかしV炭化物が合金中に 20~50 vol% 含まれた場合にその分布状態が合金の強度に及ぼす影響を調べた報告はない。また工具鋼や高速度工具鋼について静的曲げ強度を調査した文献は多くあるが^{1)~5)}、これらはおおむね C量が 1.5% 以下の材料について種々の因子を検討したものである。

一方鋼の機械的性質に及ぼす非金属介在物の影響としてスラグやセメントタイトの影響を述べた報告も多い。これらは基地よりも弾性率が低く、介在物が応力集中源になるといわれている。この理論は多くの場合、基地の転位の移動が容易な場合について述べたものである。

本研究で C量が 3~8% に達する高合金で弾性率が母材より大きいV炭化物が転位の移動困難な高硬度の基地に 21~55 vol% と多量に分散した場合の破壊の進行状況を観察し、あわせてその強度に及ぼす因子を検討したものである。

2.1 試料

資料中のV炭化物量を 20 vol%~55 vol% まで変えるためV量は 12.5~37.5% ; C量は 3~8% と変えたものを供試材とした。Table 1 にその化学組成およびV炭化物量を示す。V炭化物の影響を純粹に得るために焼入性向上元素としては特殊炭化物を作らない Ni, Mn を用いて種々の熱処理を施し基地の相を変えた。すなわち試料 3B-A は 950°C, 8B-A は 1000°C から油冷後液体窒素中に深冷処理してマルテンサイト化した後 200°C × 2h 焼もどしを行った。また 3B-B, 8B-B は 900°C × 5h 加熱して炉冷後 650°C × 40h 加熱して完全焼鈍した。さらに 3B-C, 8B-C については 1000°C から油冷し、基地をオーステナイト化した。つぎに 3B-1~6Bまでの試料については 900°C × 1h, 8B材は 1000°C × 1h それぞれ加熱後油冷し、さらに液体窒素中に深冷した後基地の硬さを広範囲に変えるため 100~650°C 間に 7段階に焼もどした。

これらの試料の製法は大別して溶接肉盛法と溶解铸造法の2種類を用いた。この溶接肉盛りに用いた溶接棒は

* 昭和 53 年 4 月 13 日受付 (Received Apr. 13, 1978)

** (株)日立製作所日立研究所 (Hitachi Research Laboratory, Hitachi Ltd., 4026 Ohmika Kuji-cho
Hitachi 316)

Table 1. Chemical composition of specimens.

Alloy	C %	Si %	Mn %	Ni %	V %	VCvO% VCvO% VCvO%	Remarks
3B-A	3.01	0.98	1.97	3.10	12.47	21	Quenched, 8layer deposited
3B-B	3.05	0.96	2.03	3.03	12.54	"	Annealed, "
3B-C	3.03	1.02	15.21	—	12.07	"	Austenitized "
8B-A	8.32	0.73	0.53	3.10	37.52	55.1	Quenched "
8B-B	8.29	0.70	0.49	—	37.55	"	Annealed "
8B-C	8.31	0.68	0.51	17.21	37.60	"	Austenitized "
3B-1	3.05	0.96	1.97	2.89	12.37	21	Carbide length 8μ 3layer deposited
3B-2	2.99	1.03	1.90	2.91	12.61	"	26μ 8 "
3B-3	3.06	0.89	1.99	3.02	12.53	"	75μ Sand mold cast
3B-4	3.10	0.92	1.97	3.10	12.47	"	$>100\mu$ Hot mold cast
4B	4.10	0.86	2.03	3.02	17.58	28.5	46μ 8layer deposited
5B	4.98	0.89	1.97	2.97	22.57	35.5	" "
6B	6.05	0.92	1.90	2.98	27.47	42.3	63μ "
8B	8.31	0.68	0.51	3.01	37.62	55.6	67μ "

金属粉を成型する方法で製造した。すなわち Fe-V, Fe-Si, Fe-Mn, Fe-Mo, Fe-Ni, 黒鉛（それぞれ 100 メッシュ以下）およびフェノール樹脂の粉末を石川式攪拌搗潰機によつて約 1h 混練した後、溶接棒の形状（5 × 170 l）の溝を堀つた金型に約 10g 入れ、アムスラ試験機で 6 t/cm^2 の圧力を加えて圧縮する。これをさらに電気炉中で $180^\circ\text{C} \times 5\text{min}$ 加熱して硬化する。このようにして作つた溶接棒をアルゴンアーケ溶接で軟鋼の台材の上に溶接肉盛りした。溶接肉盛り条件はタンクステン電極を用い、アルゴン量 $8\sim10 \text{ l/min}$ 、アーケ電圧 25V である。また台材の軟鋼は 500°C に予熱し、層間温度 500°C で 3~8 層肉盛りした。

一方鋳造材の溶解は 60kg 高周波誘導炉で大気中溶解した。

また同一 V 炭化物量 (21 Vol%) で V 炭化物粒度を変えるため 3B-1 は 3 層肉盛り、3B-2 は 8 層肉盛りとし、後者に再溶融の機会を多くして V 炭化物の成長をうながし、各々 8μ および 26μ の V 炭化物分布を得た。また鋳造材としては砂型および発熱鋳型を用いて鋸込み後の冷却速度を変えることにより、各々 75μ および 100μ 以上の V 炭化物分布を得た。

2.2 実験方法

前記の各組成の材質について $2\phi \times 22\text{l}$ の試験片を採取し、さらに前述のごとく種々の熱処理を施した後 3 点支持法により静的曲げ試験を行なつた。使用機はスイス A 社製のマイクロマシンであり、Fig. 1 に試験機の外観を Fig. 2 に測定原理を示した。Fig. 1 に示すように試験片がセットされ、試験片の伸びおよび試験片に加えられた荷重は 3 本の Tripod で plate T に伝えられる。T

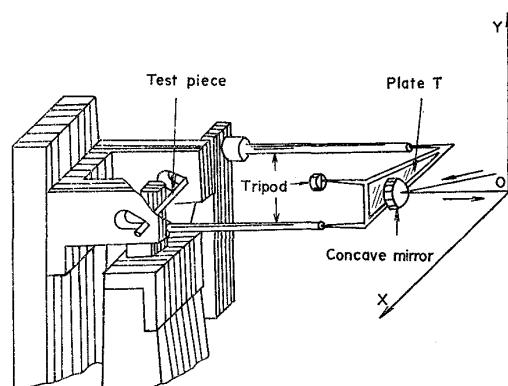


Fig. 1. Schematic view of bending-apparatus "micro-machine".

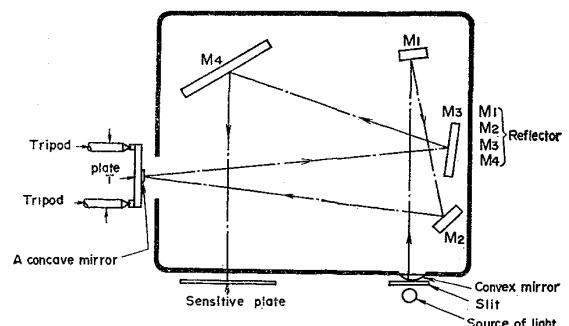


Fig. 2. Principle of the micro-machine.

は縦方向に荷重、横方向に伸びに比例した傾きを与える。この plate T に concave mirror がはりつけてあるので plate T とともに傾く。また一方光源 (source of light) を出した光は反射鏡 M_1 M_2 を経て concave mirror に反射し、応力と歪に対応した傾きを与えられた

後反射鏡 $M_3 M_4$ を経て感光板(sensitive plate)上に焦点を結ぶ。ゆえにTの傾きが拡大されて感光板上に記録される。用いた歪速度は100mm/minで破断まで荷重を加えた。記録のワク寸法は100mm×150mmである。

また2mm×3mm×50mmの試料を光学顕微鏡で観察しながら3点支持の治具によつて曲げ応力を加えて破壊の起点を明らかにした。Fig. 3にこの装置の断面を示す。

3. 実験結果

3.1 静的曲げ強度へのV炭化物量および粒度の影響

3B材(V炭化物量21vol%)および8B材(V炭化物量55.6vol%)の曲げ強度と基地の組織との関係をFig. 4および5に示した。これから明らかなようにV炭化物量21vol%の3B-Aから3B-C材までは基地の組織によつて材料の曲げ強度、特に降伏強度が大きく変化することが認められたがV炭化物量を55vol%含む

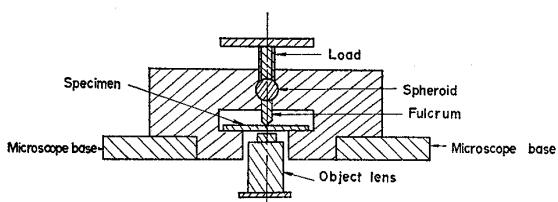


Fig. 3. Cross-sectional view of fracture observation apparatus.

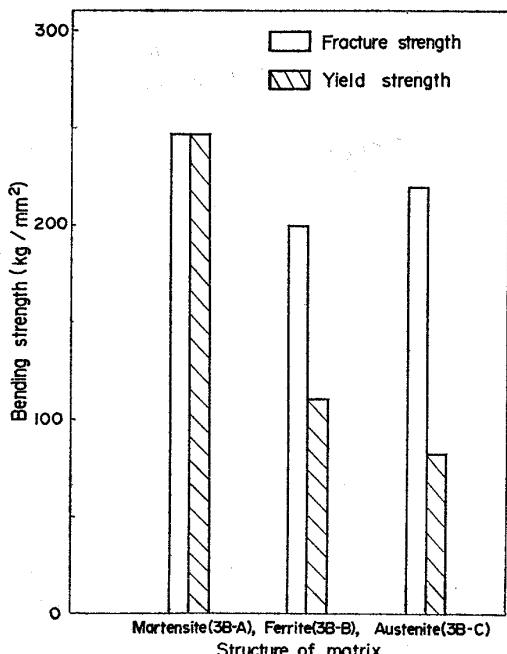


Fig. 4. Bending properties versus various matrices. (3B)

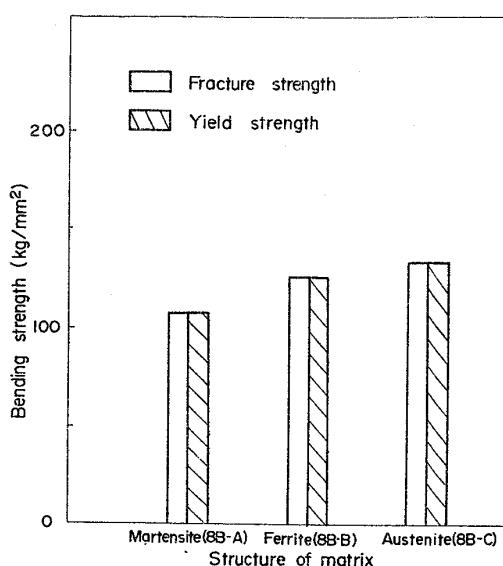


Fig. 5. Bending properties versus various matrices. (8B)

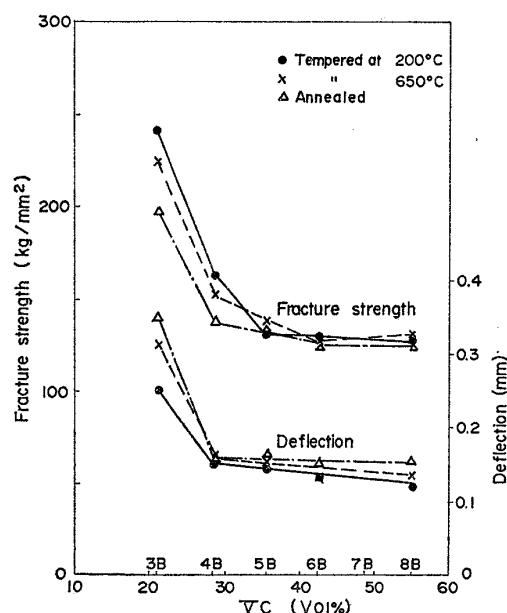
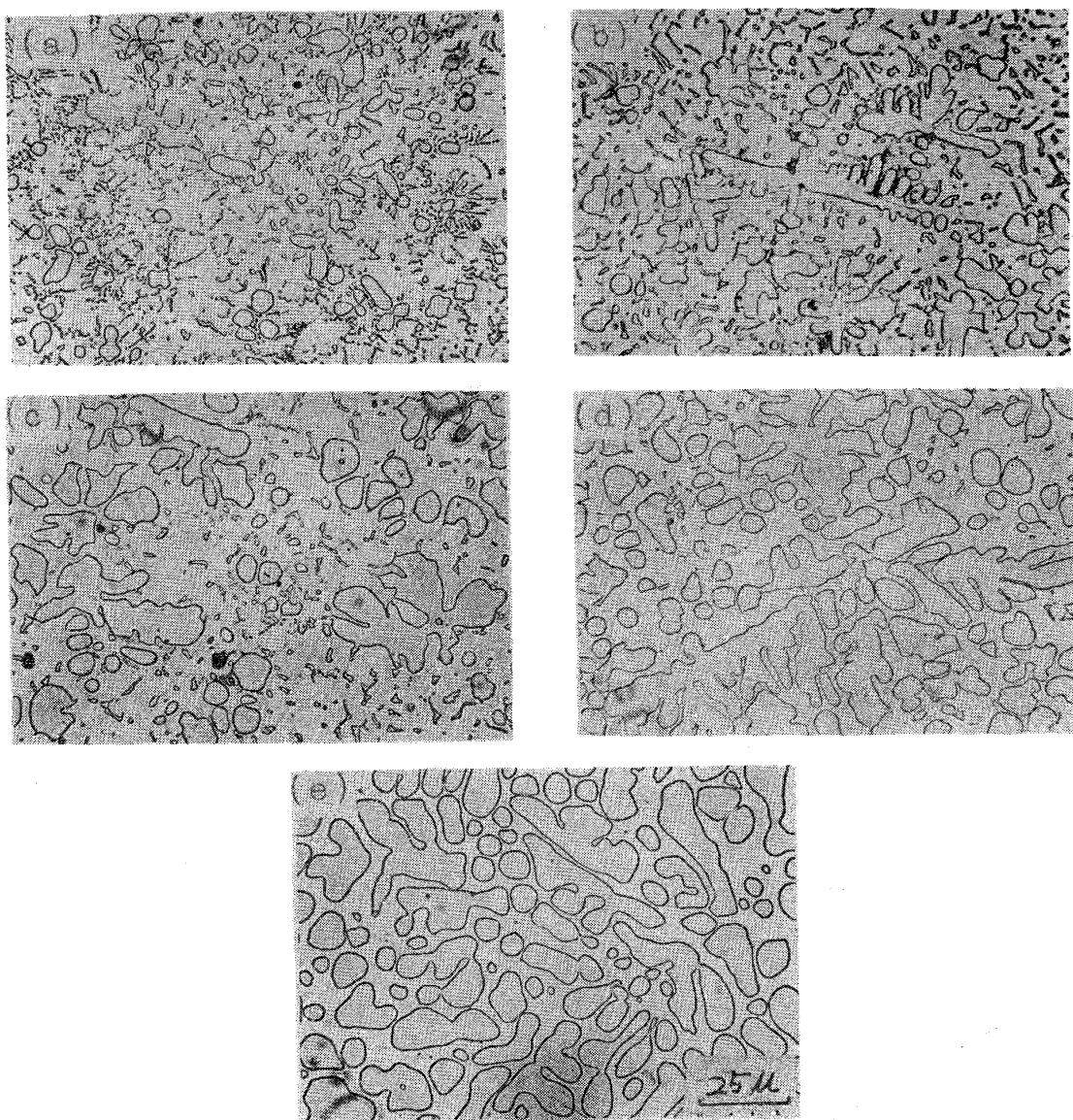


Fig. 6. Influence of V-carbide content and heat treatment bending properties.

8B材(photo. 1のV炭化物分布写真参照)においてはいずれの試料も弾性限内で破壊しており、曲げ強度は3B材に比べて著しく低い。8B材では基地の塑性変形が炭化物によつて阻止されるので降伏伸びが現われないものと思われる。

次にV炭化物量を5段階に変えて熱処理が強度に及ぼす影響を調査した。Fig. 6にV炭化物量と曲げ強度の関係を200°C戻し材、650°C戻し材、焼なまし材で比較した。またPhoto. 1に各試料のV炭化物分布を示したが、V炭化物分布はV炭化物量によつて変化し、試料3



(a) 3B-2 (3% C-12.5% V), (b) 4B (4% C-17.5% V), (c) 5B (5% C-22.5% V),
 (d) 6B (6% C-27.5% V), (e) 8B (8.3% C-37.5% V)

Photo. 1. V-carbide distribution in deposited layer.

B-2 では球状のV炭化物の他に十字状のV炭化物が見られ、4Bでは一部にデンドライト状のV炭化物が見られるようになる。また5BになるとV炭化物1個当たりの面積が著しく大きくなり、6B～8BではV炭化物の量的増加が目立つている。そして曲げ強度はV炭化物量27.5 vol% (4B材でV炭化物粒が46μ程度)になると3Bと比して大幅に低下し、V炭化物量35.5 vol% (5B材)以上では熱処理の差が強度に及ぼす影響は著しく少なくなっている。またたわみ量はV炭化物量27.5 vol% でほぼ基地の影響が最低となり、その後あまり変っていない。この結果からV炭化物量の影響よりV炭化物粒度の影響が大きく現われていると思われた。そこでV炭化物粒度の影響のみ求めるためにFig. 7に同一炭

化物量(21 vol%)でV炭化物粒度が異なる場合の曲げ強度を求めた。なお図中のV炭化物粒度の値はすべてのV炭化物粒の平均粒径ではなく400倍の視野中の大きなV炭化物粒の中の上位5個の平均長径で表わしたものである。またphoto. 2にこれら3B-1～3B-4材の炭化物分布を示した。これによれば同じ溶接材でも肉盛層数が増すとV炭化物が成長しており、また鋳造材では共晶状の細長いV炭化物の存在が特色であるが、鋳型材質の差異によりV炭化物粒度が異っており、発熱鋳型に鋳造したものはV炭化物の成長が著しい。これらの破断強度はV炭化物の大きさにより一方的に低下していることがわかる。

そこでV炭化物粒子がどのような機構で強度に影響を

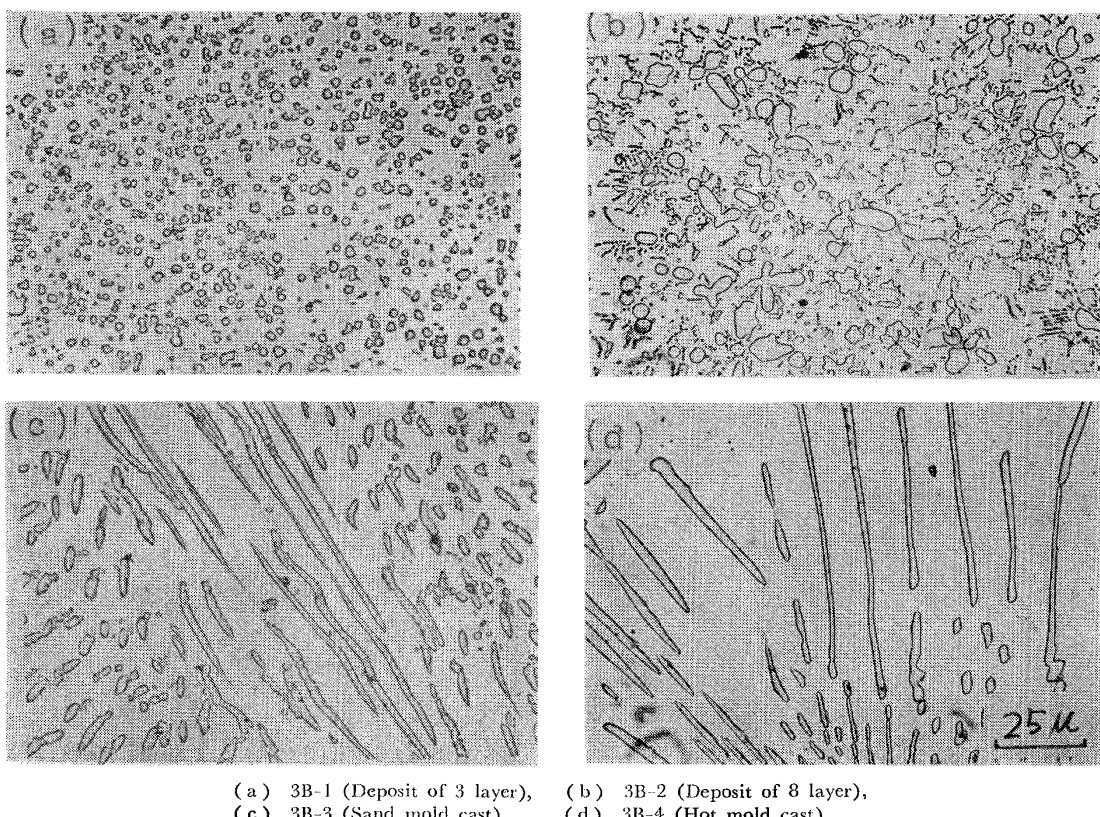


Photo. 2. Carbide distribution in 3B alloys made by several methods.

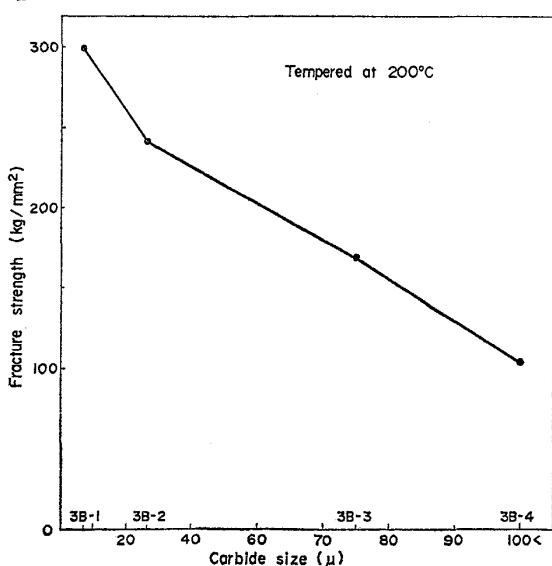


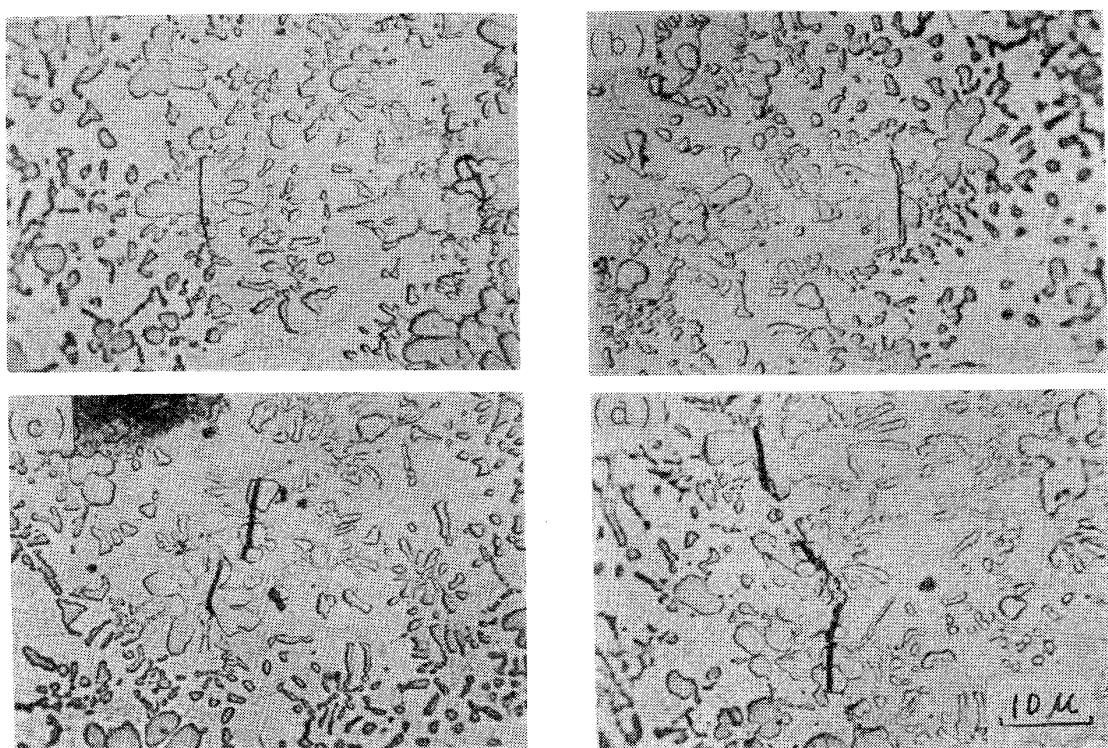
Fig. 7. Dependence of bending strength on carbide size. (3B)

及ぼすかを明らかにするため、曲げによる破壊の進行過程を1000倍にして観察した。

Photo. 3～4に3B-2材(200°C焼もどし)および8B材(200°C焼もどし)における亀裂発生とその伝播状況を示す。3B-2材では多数のV炭化物の中で周囲のV炭化物より比較的大きなものにクラックが発生し、さ

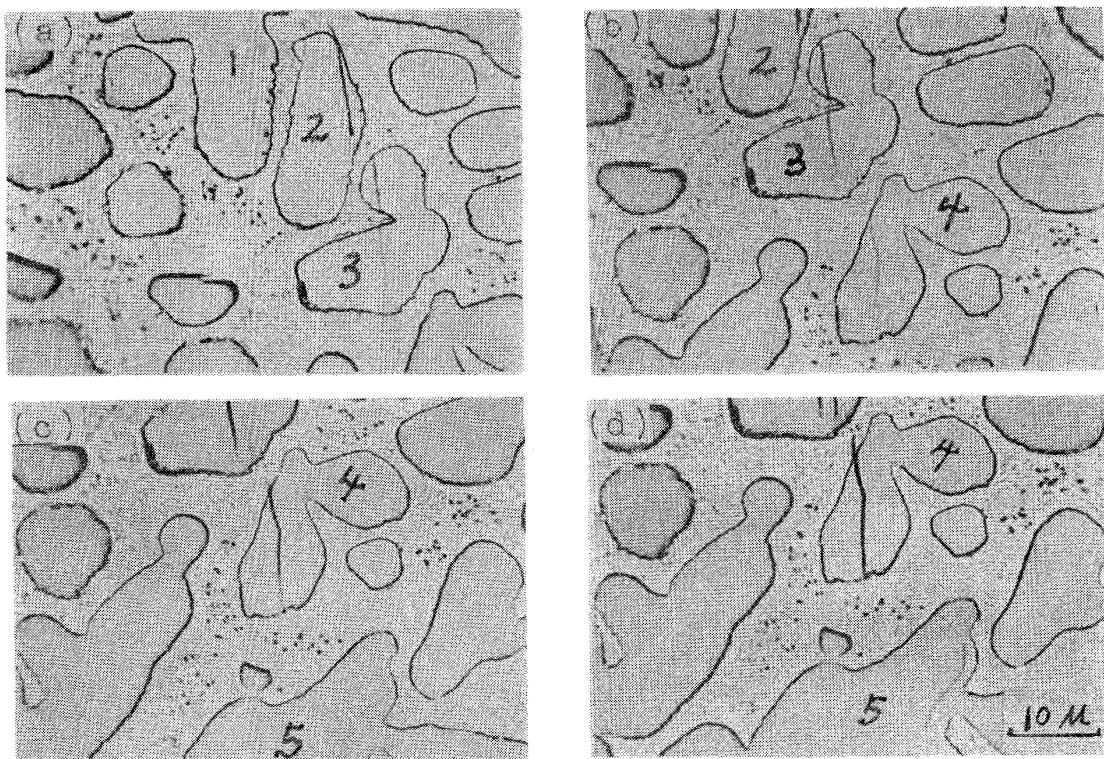
らに応力が加えられるとそのクラックに隣接する基地に塑性変形が起る。次いでその部分がクラックとなり、さらに隣接するV炭化物にクラックが伝播する。すなわちPhoto. 3(a)は中央のV炭化物にクラックが発生したものであり、(b)では中央のV炭化物にクラックが入り、さらにクラックの上端の先の基地に歪が生じているものである。(c)は上、中、下3個の炭化物にクラックが発生しており、上部と中部の炭化物の間の基地にもクラックが伝播している。また下部の炭化物に生じたクラックの下端からは基地中に歪が伝播しているのが見られる。(d)では数個の炭化物にまたがってクラックが発生しているが、基地中にはクラックとして伝播している部分、および歪として伝播している部分が見られる。

Photo. 4(a)は炭化物1に発生したクラックが炭化物2、3に伝播しているところを示す。そして炭化物4には未だ発生していない状態である。(b)では炭化物4にクラックが伝播した事実を示す。(c)は炭化物5には未だクラックが入っていないが、(d)では炭化物にクラックが入っている事を示す。これらの事実からクラックの伝播方向はかならずしも直線的ではない。また8B材においても最初にあるV炭化物にクラックが生じ、同様の過程で隣接したV炭化物に伝播するが、写真ではV炭化物にピントを合わせてあるので基地中のクラックは見え



(a) Crack happened (b) Crack propagated to matrix
 (c) Crack propagated to another V-carbide and matrix
 (d) Crack propagated to many V-carbide

Photo. 3. Crack propagation in 3B.



(a) Crack happened on V-carbide-1 and propagated to V-carbide-2 and V-carbide-3.
 (b) Crack propagated from V-carbide-3 to V-carbide 4.
 (c) Before crack propagated to V-carbide-5.
 (d) Crack propagated from V-carbide-4 to V-carbide-5.

Photo. 4. Crack propagation in 8B.

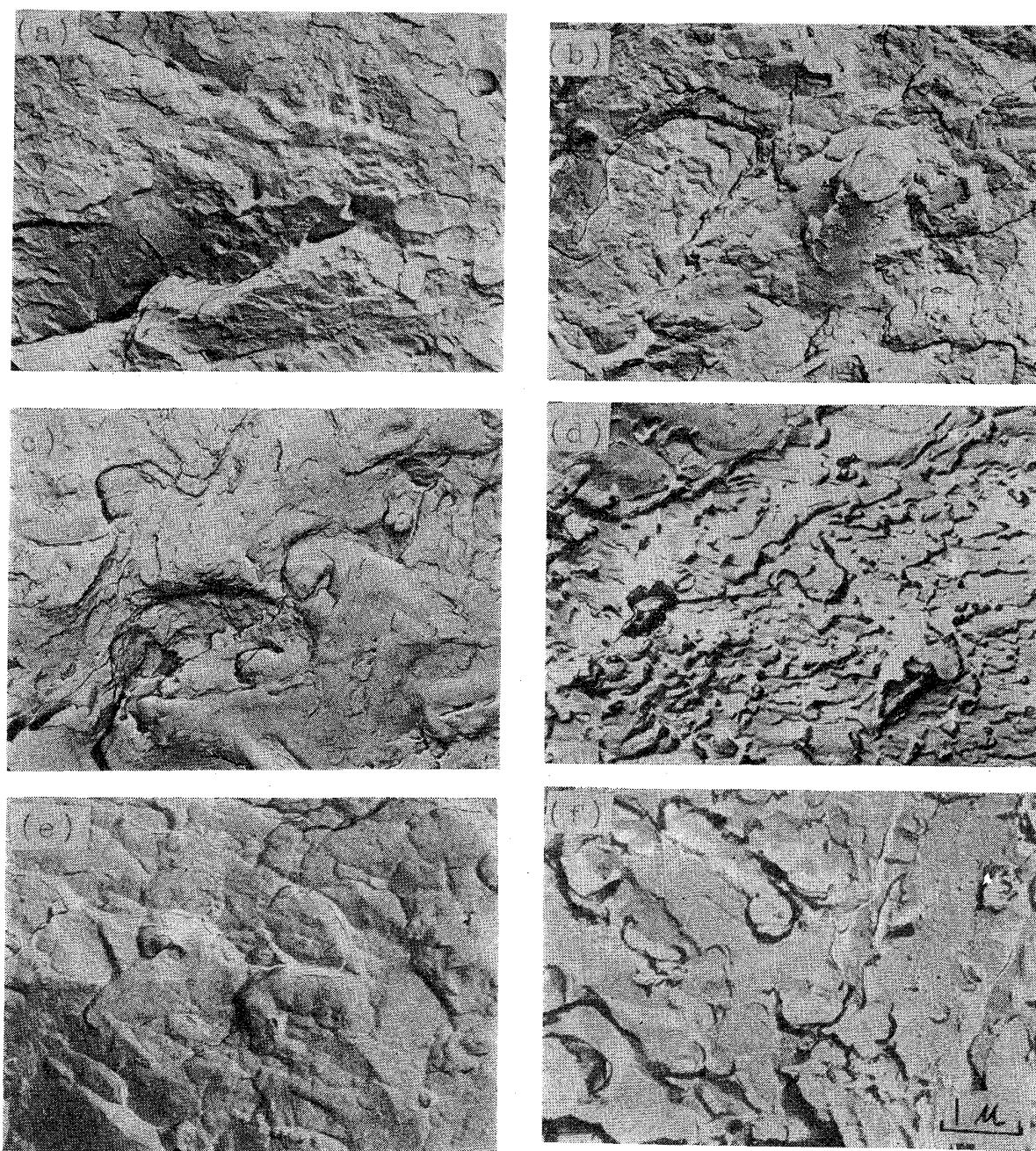
ない。このように最初に発生するV炭化物中のクラックは互いに遠く離れた多数のV炭化物に独立に発生し、そのうち1つのクラックが伝播し、成長し、破壊に至ることが明らかになつた。

3.2 硬さと強度との関係

Photo. 5に3B-2, 3B-4, 8B材の曲げ試験片の破面の電子顕微鏡写真を示す。これで明らかなように3B-4, 8B材はいずれも平滑なへき開破面を呈している。一方3B-2材は100°C, 400°Cで焼戻した場合はへき

開破壊と思われるが、680°C焼戻材はディンプルがせん断方向に微妙に引伸ばされており、せん断破壊が先行したのではないかと思われる。

Fig. 8に各試料の曲げ破壊強度を硬さとの関係で表わしたが、この場合破壊強度についてはそれぞれの破壊様式に基づき標識付けを行なつた。興味深い点は3B-2材にのみ明らかに最適硬さ現象が認められたことである。すなわち3B-2材は低硬度域ではせん断破壊を示し、硬さと共に強度はほぼ直線的に増大するが、一定硬さ



(a) 3B-4 Tempered at 100°C (cleavage)
 (c) 3B-2 Tempered at 400°C (cleavage)
 (e) 8B Tempered at 300°C (cleavage)

(b) 3B-4 Tempered at 680°C (cleavage)
 (d) 3B-2 Tempered at 680°C (Shear)
 (f) 8B Tempered at 680°C (cleavage)

Photo. 5. Electron micrographs of bend fracture surface in several specimens.

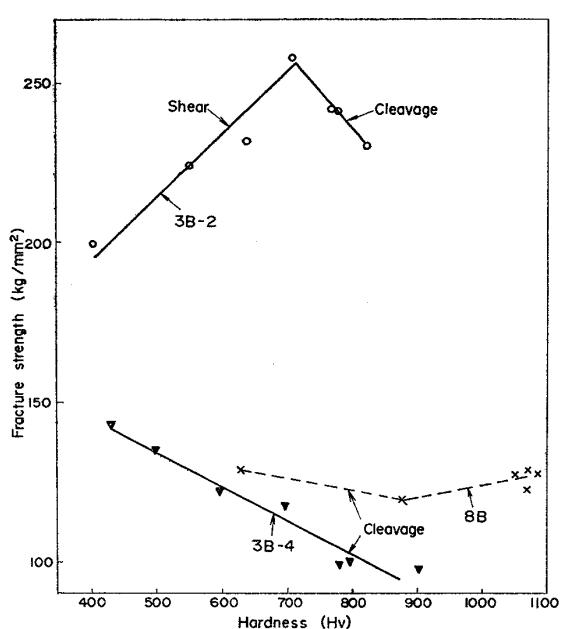


Fig. 8. Relationships between bending properties and hardness.

(3B-2 \approx Hv 750) 以上では破壊開始がへき開型に移行はじめ、硬さの上昇に伴い逆に低下している。これに反し 3B-4 材はすべて硬さの上昇に伴い強度は低下する。最適硬さ現象は不明瞭になつていて、そして 8B 材では最適硬さ現象は見られない。

4. 考察

- 以上の静的曲げ試験結果を要約すると次のようにな
- 1) 含有炭化物が粗大な 8B 材などの場合は強度が低く、しかも基地の熱処理が異つても強度に及ぼす影響は少ないので、また破面はへき開破面を示すことが多い。
 - 2) V 炭化物が粗大な場合は炭化物量が強度に及ぼす影響は少ない。
 - 3) 含有炭化物が微細な 3B-2 材の場合は合金の強度は基地の強度に大きく左右される。そして強度を硬さで整理した場合に最適硬さ現象を示す。

これらの現象のうちまず 1) の現象について考察する。この場合合金の強度が破壊過程のどの段階によつて決定するかが問題である。前述のごとく本合金の破壊は炭化物中のき裂の発生に始まり、基地への伝播がこれについて起こる。このうち炭化物にき裂が発生する応力は炭化物の形状が複雑なので計算できないため亀裂発生応力と伝播応力を各々炭化物の大きさに関連して考察して見ることにする。

V 炭化物にクラックが発生するのは試料に応力を加えた場合に基地の弾性変形および移動した転位の集積によ

り V 炭化物に応力が集中するためであり、周囲の V 炭化物に比較して大きな V 炭化物に最初に亀裂が発生するのは大きな V 炭化物ほど応力集中が大であることを意味している。横堀⁹⁾によれば、炭化物の長さを L としたとき応力集中は \sqrt{L} に比例するとしている。故に割れの発生は試料中の比較的大きな炭化物によつて支配され、亀裂発生応力は \sqrt{L} に反比例することになる。このように粗大 V 炭化物を含む合金は亀裂発生応力が低いことが明らかになつたが、これの伝播を考える場合は V 炭化物中に生じたクラックの長さの影響が大きい。

IRWIN によればクラック部の応力集中は割れの長さの平方根に比例するから大きな V 炭化物に生じた大きなクラックほど切欠効果は大きい。このように強度を決定する過程が亀裂発生の場合でも伝播の場合でも応力集中は \sqrt{L} に比例することになる。

かりに強度が炭化物の長さの $1/2$ 乗に反比例する値を示すとしても、実際には応力の加わる方向が関係してくるから顕微鏡組織と直接結びつけて計算することはできない。しかし応力集中に関しておよその比較はできると思われるので各試料の \sqrt{L} の値を計算した。その結果 3B-1 と 3B-3 や 8B ではおよそ 1 : 3 の比率で応力集中度が異なつていたが、Fig. 6, Fig. 7 の実測強度についてみても 3B-1 と 3B-3 ではおよそ 2 : 1 の強度比を示し、3B-1 と 8B では約 2.5 : 1 の強度比であるから近い値ではある。故に強度に対する炭化物長さの影響を \sqrt{L} に従つて考えることが妥当であると考えられる。

一方熱処理条件の変化が強度にそれほど影響を及ぼさなかつた現象については次のように考えられる。亀裂長さが大である場合に伝播応力より亀裂発生応力の方が大になる場合があるといわれている⁹⁾。8B-A～8B-C 合金の破壊がそれに相当すると仮定すれば強度は亀裂発生応力によつて決定されることになる。そして試料 8B-A～8B-C はすべて弾性限内で破壊しているから基地の弾性変形による応力によつて炭化物が破壊したと考えることができる。また弾性限内では炭化物中への応力集中が基地の組織の差異によつてあまり異なると思われる。なぜなら基地が鉄基であれば組織の差によつてはそれほど弾性率が異なるからである。このため亀裂発生応力に大きな差異がなかつたものと考えることもできる。しかしオーステナイトとフェライト基地では弾性率も若干異なるので、若干の強度差となつて現れている。

しかもしも試料 8B-A～8B-C の強度が亀裂伝播過程によつて左右されると仮定すれば、これらの強度は次式にしたがつて定まる⁹⁾。

$$\sigma_B = \sqrt{\frac{2E\gamma_B}{\pi C(1-V^2)}}$$

ただし、 σ_B ：へき開亀裂が粒界をこすときの引張り応力

γ_B ：亀裂が粒界をこすときなされる仕事

E ：弾性係数 V ：ポアソン比

C ：亀裂長さの $1/2$

上式はへき開破壊の場合であり、基地の組織が異なれば γ_B が異なるから γ_B も変化する。一般に γ_B は硬さが低くなると大きくなる傾向を持ち、そして C が大なる場合は γ_B の絶対値は小さくなるが、この傾向は変わらないはずであるから熱処理による強度差が現れてくるはずである。しかし 8B 材の強度差が少なかつたことから伝播過程の影響は少なかつたと考えられる。

一方 2) に記した炭化物量の影響についてみると Fig. 9 のごとく近接した 2 個の炭化物にクラックができた場合、割れの長さを $2a$ 、マトリックスの中心間の距離を $2h$ とすると 2 個のクラック間の間隔率を ρ として $\rho = (h-a)/(h+a)$ と定義すると ρ の値が約 0.025 以下に近くとこの材料の強度は長さ $2(h+a)$ なる単一のクラックを持つ材料とみなした場合と同じことになるといわれている¹⁰⁾。すなわち隣接した炭化物のそれぞれで発生した割れが両者を合わせた長さとして働く場合、炭化物が多いことは割れが大きいということと一致する。

ところで前述した観察では最初に生じる割れは遠く離れた V 炭化物において発生するもので、隣接した V 炭化物において同時に起こることはないのでクラック発生に対する上記のような意味での V 炭化物量の影響はない。しかし隣接した V 炭化物に亀裂が伝播して大きなクラックとなるので基地がせまい場合には亀裂の伝播に差があると思われる。V 炭化物量の影響としてはこのような影響が考えられる。

次に 3B-2 材に見られた最適硬さ現象について考える。この場合も 3B-2 材の破壊は炭化物中の割れが先行し、これが基地に伝播する過程をたどる。

そして炭化物の破壊が起こるのは試料全体に生じた平均応力ではなく、炭化物に集積した応力集中の大小によって定まる。したがってマルテンサイトを低温焼戻した

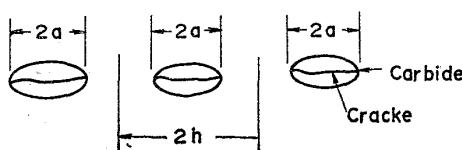


Fig. 9. Schematic diagram of cracked carbides dispersion.

ような材料は転位密度は大で移動し難いので移動による応力緩和はしにくい。しかし転位が炭化物へ集積しにくいので公称応力が比較的大にならなければ炭化物は破壊しないと思われる。このため破断応力も高くなる。一方 650°C のような高温焼もどし材では転位の一部が結晶粒界などに吸収されて転位密度が小となるので転位の移動が容易であり、応力緩和が容易である。しかし変形量が多くなり、初晶炭化物 1 個に対する転位の集積数は多くなつた段階で破壊する。故に公称応力は低いところで炭化物が破壊することになると思われる。

このように考えれば炭化物中にクラックが発生する時の外部から加えた公称応力は基地が硬いほど大となるはずであるから、3B-2 材の強度が炭化物にクラックが発生する応力によって決定すると仮定すれば、硬さの大な材料ほど強度が大となるはずであるが、実際には最適硬さ現象を示しているので、上記の仮定は成立しない。

次に亀裂が伝播する場合について考えると、炭化物と基地との境界は粒界と同様に考えることができるから、亀裂の成長は γ_B (亀裂が粒界を越すときなされる仕事) によって左右されると考えられる。この γ_B は基地の硬さによつても大きく変化し、破壊応力を硬さで整理したものは 3B-2 材に見られたようにしばしば最適硬さ現象を示す。

この現象が見られることは、破壊様式が遷移するという理由にもとづくものと解釈されている。この事実は OLLEMAN¹¹⁾ らによつて発見され MORROW¹²⁾ らがこの見解を一般化した。さらに最近は森本¹³⁾ らの発表もある。この考えによれば亀裂成長に要する力は硬さと破壊様式によつて左右される。すなわち最適硬さより低硬度側ではせん断により破壊し、硬さ上昇とともに破壊に要する応力は増加するが、最適硬さより高硬度側ではへき壊により破壊し、硬さ上昇とともに破壊に要する応力は低下する。

上述のことから 3B-2 材の強度は亀裂の伝播によつて決定するのではないかと推定される。

5. 総括

V 炭化物を 20~50 vol% 含む鉄合金の静的曲げ強度を調査し、次の結論を得た。

(1) 静的曲げ応力を加えた場合、最初に V 炭化物に亀裂が発生し、これが隣接基地に伝播することにより破壊が進行する。

(2) 静的曲げ強度に及ぼす V 炭化物の影響としては V 炭化物が応力集中源になると考えられるが、その際 V 炭化物の長さの影響が著しく、長さ L の V 炭化物では

\sqrt{L} にほぼ比例する応力集中があるとすれば、実験と割合によく合う。また亀裂発生に対する V 炭化物量の影響は明確には現れない。

(3) V 炭化物粒の微細な場合は合金強度は基地の強度に大きく左右され、強度を硬さにて整理すれば最適硬さ現象を示す。

このことから強度は炭化物中に発生した亀裂が基地に伝播するのに必要な応力によって定まるのではないかと推定される。

(4) V 炭化物粒子の粗大な 8B 材の強度は基地の組織による影響が少なく、炭化物中に亀裂が発生する時の応力に大きく左右されると思われる。

終りに臨み本研究を行なうに当つて多大の御援助ならびに御指導を下さつた飯塚富雄氏、玉村建雄氏に心から感謝致します。

文 献

- 1) J. C. HAMOKER, V. G. STANG, and G. A. ROBERTS: Trans. A S M, 49(1957), p. 550
- 2) K. BURGARDT, O. MÜLDERSAND and W. SCHMIDT: Arch Esienhüttenw., 36(1965), p. 407
- 3) K. BUNGARDT, O. MÜLDERS, and W. SCHMIDT: Arch Eisenhüttenw., 34(1963), p. 247
- 4) K. BUNGARDT and O. MÜLDERS: Arch. Eisenhüttenw., 35(1964), p. 1079
- 5) K. BUNGARD and O. MÜLDERS: Stahl u. Eisen, 86(1966), p. 150
- 6) 横堀武夫: 材料強度学, (1958), p. 77 [技報堂]
- 7) 横堀武夫: 日本機械学会誌, 65(1962), p. 1076
- 8) G. R. IRWIN: Encyclopedia of Phisics, 6 (1958), Springer, Heidelberg
- 9) A. S. TETELMAN (宮本博訳) 構造材料の強度と破壊, (1970), p. 246
- 10) 横堀武夫: 機械の研究, 13(1961), p. 837
- 11) R. D. OLLEMAN and E. T. WESSEL: Trans. ASM, 46(1954), p. 87
- 12) Jo. Dean MORROW, J. R. HOLFORD, and J. F. MILLAN: Fracture (Sendai), p. 3
- 13) 森本忠興: 鉄と鋼, 57(1971), p. 116