

UDC 669.114.018.292 : 539.42 : 539.55

論 文

J 積分による構造用鋼材の破壊靱性の評価*

中 野 善 文**

Evaluation of Fracture Toughness of Structural Steels Through J Integral

Yoshifumi NAKANO

Synopsis:

J integral, K_{IC} and COD values were measured and compared with each other on four structural steels, HT80, HT60, KD32 and SM41C. These fracture toughness parameters were obtained through three-point bend tests conducted at low temperatures varying from liquid nitrogen temperature to 0°C.

The main results obtained are as follows:

- 1) The K_{IC} value calculated from J_{IC} is in good agreement with that obtained according to ASTM standard.
- 2) The COD value calculated from J integral value through Dugdale's model is approximately 1.4 times the empirical one regardless material, specimen thickness and temperature.
- 3) Equivalent energy method using J_C value gives a good estimation of fracture stress of a deep-notched, tensile specimen.
- 4) Fracture stress calculated from K_{IC} or J integral value is greater than that from a COD value through Dugdale's model. The difference between them becomes greater as the plate thickness becomes greater and the temperature lower.

1. 緒 言

構造物の不安定破壊に対する安全確保という見地から、近年、破壊力学についての研究が精力的になされている。それらの成果として不安定破壊発生のクライテリオンが種々提案され、実用に供せられている。

強度が高く亀裂先端での塑性変形領域がきわめて小さい状態で破壊が発生する材料に対しては、線型破壊力学にもとづく破壊靱性値、 K_{IC} が有効に適用されてきた¹⁾。一方、強度があまり高くなく不安定破壊発生時に亀裂先端で大きい塑性変形を伴う材料に関しては、亀裂開口変位 (COD) の概念が導入され²⁾、材質の判定のみならず構造物の設計への適用が試みられている。COD 概念は亀裂先端の塑性変形量に着目したものであるが、その物理的意味が乏しく、かつこの値を直接測定することは不可能であり、測定可能な部分での測定値から推定したり非加工硬化、平面応力状態を仮定した Dugdale モデル³⁾にもとづいて計算したりして求めている。ところが、亀裂先端に塑性変形域を伴う場合の不安定破壊発生のクライテリオンとして、 J 積分の概念が RICE ら⁴⁾により提案され、BEGLEY と LANDES⁵⁾によつて亀裂先端に大規模

な降伏が発生する場合の破壊発生のクライテリオンとしての有用性が示された。 J 積分値は亀裂先端近傍の応力-ひずみ場に依存するが、線型・非線型弾性応力-ひずみの関係に対しては積分経路に依存しない値であるため、亀裂先端から十分離れた積分経路をとることができ、境界条件の複雑な亀裂を扱う場合についても適用することができる。また、弾性挙動に対しては J 積分値はひずみエネルギー解放率、 G 、と同じであり、したがって線型弾性の場合の J クライテリオンは K クライテリオンと同じものである。この J 積分を用いることにより、物理的意味のあいまいな、かつ Dugdale モデルによらざるをえない COD 概念を使わず、亀裂先端での塑性変形域が大きい材料の破壊靱性を正しく評価できることが期待される。

本研究では、4 種の構造用鋼材について J 積分値を測定し、同一鋼材での K_{IC} 値および COD 値との比較検討を行なった。

2. 実験方法

板厚 75 mm の 60 kg/mm² および板厚 25 mm の 80 kg/mm² 級調質高張力鋼板 (HT60 および HT80)、板

* 昭和 52 年 4 月本会講演大会にて発表 昭和 52 年 11 月 15 日受付 (Received Nov. 15, 1977)

** 川崎製鉄(株)技術研究所 Ph. D. (Research Laboratories, Kawasaki Steel Corp., 1 Kawasaki-cho Chiba 280)

Table 1. Chemical composition.

(wt%)

Steel	C	Si	Mn	P	S	Cu	Ni	Cr	Mo	V
HT80	0.11	0.27	0.78	0.014	0.006	0.25	0.98	0.46	0.435	0.031
HT60	0.13	0.29	1.16	0.008	0.005	0.03	0.53	0.16	0.130	0.041
KD32	0.13	0.34	1.39	0.007	0.007	0.01	0.02	0.02	—	—
SM41C	0.15	0.24	1.16	0.019	0.007	0.01	0.02	0.01	Al 0.040	—

Table 2. Mechanical properties.

Steel		Yield stress (kg/mm ²)	Tensile strength (kg/mm ²)	Elongation (%)	vTs (°C)
HT80, Q & T, t_{25}^*		79.1	83.7	16.4	-110
HT60, Q & T, t_{75}	1/4 t	53.1	64.7	29.0	-51
	1/2 t	54.0	66.8	27.5	-38
KD32, t_{30}		32.0	48.4	26.9	-14
SM41C, Normalized, t_{40}		30.8	48.2	38.6	-50

Note: * 25mm in plate thickness

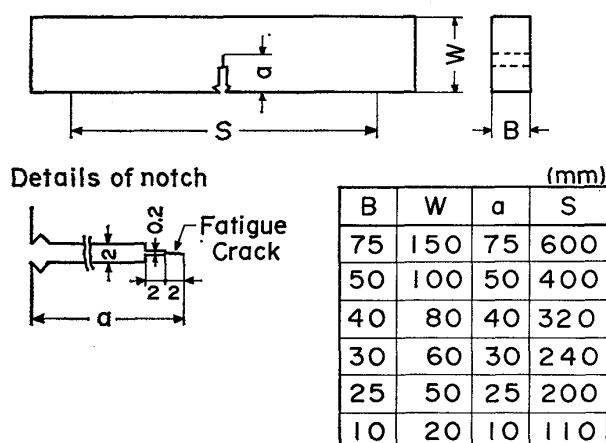


Fig. 1. Geometries of three point bend specimen.

厚 30 mm の造船用 50 kg/mm² 級鋼板 (NKKD32) および板厚 40 mm の溶接構造用鋼板 (JIS SM41C) を用いた。供試鋼板の化学成分および機械的性質を Table 1 および 2 に示す。

脆性破壊試験は 3 点曲げ試験により行なった。HT60 鋼板は原厚 75 mm のままと、それより減厚した厚さ 50, 25 および 10 mm とし、他の鋼板は原厚のまま実験に供した。減厚は機械切削により行ない、原厚鋼板の板厚中心部に試験片板厚中心を一致させて採取した。3 点曲げ試験片形状を Fig. 1 に示す。試験片は ASTM 規格 E 399⁶⁾ に準じた疲労亀裂付のもので、亀裂長さと試験片幅

の比は 0.5 とした。3 点曲げ試験は室温から液体窒素温度の範囲で、50 t 万能材料試験機を用いて実施した。

J 積分値, K_{IC} 値および COD 値は同一試験片について次の方法により求めた。J 積分値は (1) 式を用いて計算した。

$$J = 2U_{total}/B(W-a) \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 U_{total} は荷重-荷重点変位曲線の下で与えられる破壊に要したエネルギーであり、 B , W および a はそれぞれ試験片の厚さ、幅および亀裂長さである。

(1) 式は RICE らが 3 点曲げ試験片について提案した U_{crack} を用いる式^{7)*}とは異なるが、(1) 式がより正しい J 積分値を与える近似式である^{8)~10)}。 K_{IC} 値は ASTM 規格 E 399 にもとづき、COD 値はクリップ・ゲージ開口変位から WELLS の式¹¹⁾を用いて求めた。

3. 実験結果

3.1 J 積分値

HT60 および KD32 については、破面に安定延性亀裂が観察されなかった試験片の破壊に要したエネルギーから、そして HT80 および SM41C については、電気抵抗法を用いて確認した安定延性亀裂成長開始までに要したエネルギーから、それぞれ (1) 式を用いて計算される J 積分値を J_{IC} とした。

* 付録 (17) 式参照

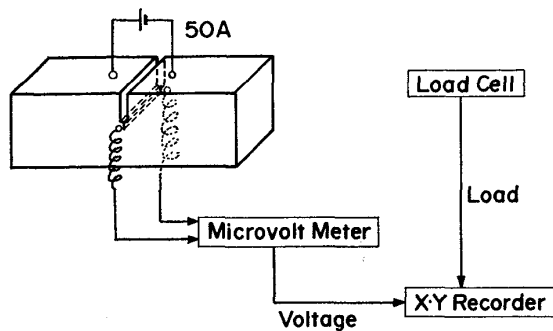


Fig. 2. Flow diagram for monitoring relation between potential change and load during bend test.

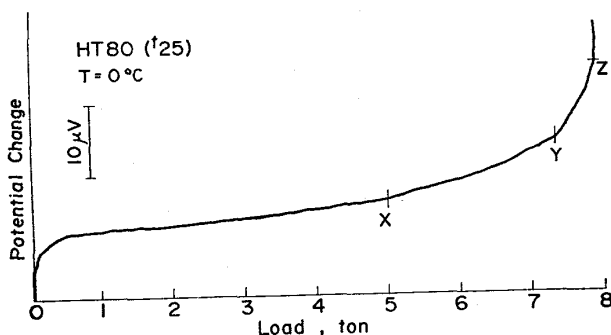


Fig. 3. Typical plot of potential change vs. load for HT80 bend specimen tested at 0°C.

電気抵抗の変化による微小亀裂発生の確認は Fig. 2 に示す方法で行なつた。試験片に一定電流 (50A) を流し、亀裂を挟んで試験片表裏に取り付けた端子間の電圧の変化を微小電圧計で測定することにより行なつた。試験過程の電圧変化の一例を Fig. 3 に示す。荷重の増加に伴う電圧の変化曲線は、図に X, Y, Z で示すように、通常 3 個の変曲点を持つ。Mo-V-Nb 鋼について詳細に調べた結果¹²⁾では、X 点を過ぎた段階では安定延性亀裂の発生は確認されなかつた。したがって、電圧上昇が急激に起こる Y 点を安定延性亀裂の発生点とした。このことは他の研究者によっても低合金高強度鋼について確認されている¹³⁾。

以上のようにして測定された J_{IC} 値は、すべて PARIS¹⁴⁾により提案されている (2) 式を満足した。

$$B, W, W-a \geq 50(J_{IC}/\sigma_Y) \quad (2)$$

ここで、 σ_Y は試験温度における材料の降伏応力である。 J_{IC} 値の温度依存性を Fig. 4 に示す。 J_{IC} 値は各鋼材とも温度上昇とともに大きくなつたが、安定延性亀裂が発生する温度領域では、HT80 および SM41C に見られるように、温度上昇に伴い小さくなつた。

3.2 K_{IC} 値

前項で求めた J_{IC} 値は、(3) 式を用いて K_{IC} 値に換

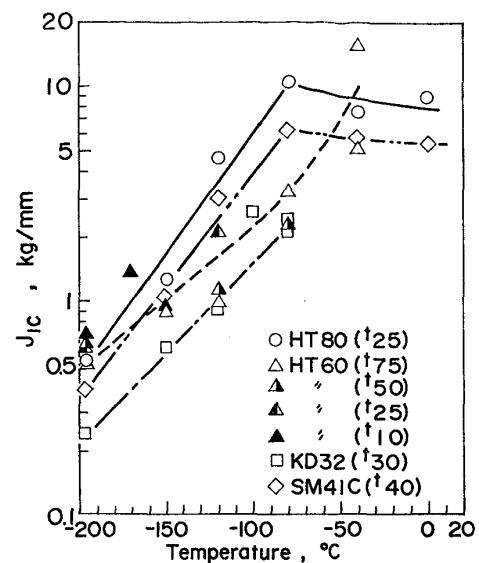


Fig. 4. Plot of J_{IC} vs. temperature.

算できる。

$$K_{IC}(J) = \sqrt{J_{IC}E/(1-\nu^2)} \quad (3)$$

このようにして求められる K_{IC} 値が、ASTM 規格に従つて決められる値とどのような関係にあるかを調べた。

ASTM 規格によれば、3 点曲げ試験片については、 K 値は (4) 式で計算される。

$$K = \frac{PSf(a/W)}{BW^{3/2}} \quad (4)$$

ここで、 P は荷重、 S はスパン長さである。したがって (3) 式を用いると J 値 [$J(K)$] は (5) 式で与えられる。

$$J(K) = \frac{1-\nu^2}{E} \cdot \frac{P^2 S^2 f^2(a/W)}{B^2 W^3} \quad (5)$$

一方、完全弾性域では、(1) 式は (6) 式のように書き換えることができる。

$$J = \frac{P^2}{B(W-a)} \cdot \frac{q}{P} \quad (6)$$

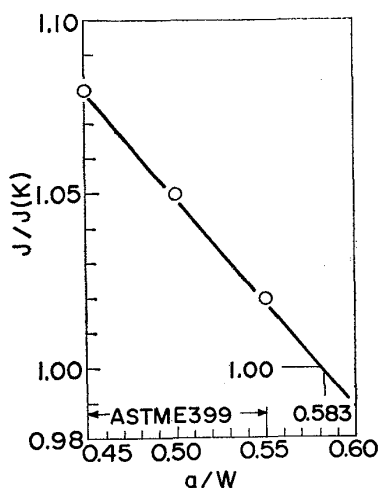
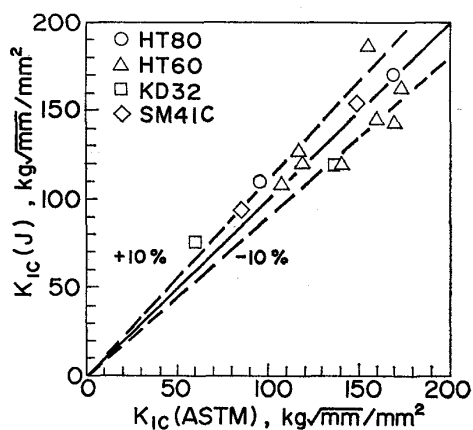
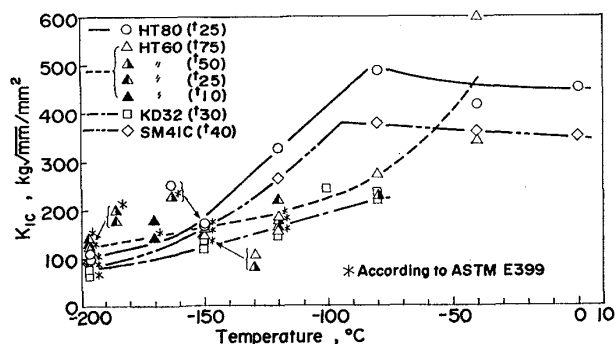
ここで、 q/P はコンプライアンスであり、Bucci ら¹⁵⁾によって (7) 式のように与えられている。

$$\frac{q}{P} = \frac{0.24 S^3}{B E W^3} [1.04 + 3.28(W/S)^2(1+\nu)] + \frac{2 S^2(1-\nu^2)}{B E W^2} g(a/W) \quad (7)$$

したがって、スパンが試験片幅の 4 倍、厚さの 8 倍である標準 3 点曲げ試験片の場合には、 J と $J(K)$ の関係は (8) 式で与えられる。

$$J = \frac{1}{14.56(1-a/W) f^2(a/W)} \times [20.07 + 29.12 g(a/W)] J(K) \quad (8)$$

(8) 式で与えられる $J/J(K)$ の値を亀裂長さの試験片幅に対する比 (a/W) に対してプロットしたのが Fig. 5

Fig. 5. Relation between $J/J(K)$ and a/W .Fig. 6. Relation between $K_{IC}(J)$ and K_{IC} (ASTM)Fig. 7. Plot of K_{IC} vs. temperature.

である。 $J/J(K)$ が1となるのは、 a/W が0.583のときである。本試験に用いた試験片の a/W 値は0.5としたので、 $J/J(K)$ は1.05となり、実験的に求まる J 値は K 値から換算される値より5%大き目の値を与えることになる。したがって、 a/W が0.5の試験片を用いた場合は、誤差はほとんどないとして実用上問題はないと考えられる。

Fig. 6は J_{IC} 値から換算した K_{IC} 値 $[K_{IC}(J)]$ とASTM規格に従って求めた値 $[K_{IC}(ASTM)]$ の比較を実験結果にもとづいて行なったものであり、両者がよく合っていることを示している。

K_{IC} 値の温度依存性をFig. 7に示す。図中*印を付けた点はASTM規格に従って求めたもので、他はすべて J_{IC} 値から換算したものである。

3.3 限界 COD 値

Fig. 8に最高荷重点でのクリップ・ゲージ変位から求めた限界COD値(δ_c)の温度依存性を示す。厚さを種々変えて試験したHT60に見られるように、試験片厚さが50mmより小さい場合には試験片厚さは限界COD値に大きい影響を与える。

4. 考 察

4.1 J 積分値と COD 値の比較

平面応力状態、非加工硬化という条件を仮定したDugdaleモデルで、 J 積分の径路を塑性域の縁に沿つてとると、

$$J = \sigma_Y \cdot \text{COD} \quad \dots\dots\dots (9)$$

となる。換言すれば、 J 積分値とCOD値は等価な破壊靱性パラメータである。

(9)式の妥当性を調べるため、 J 積分値から(9)式を

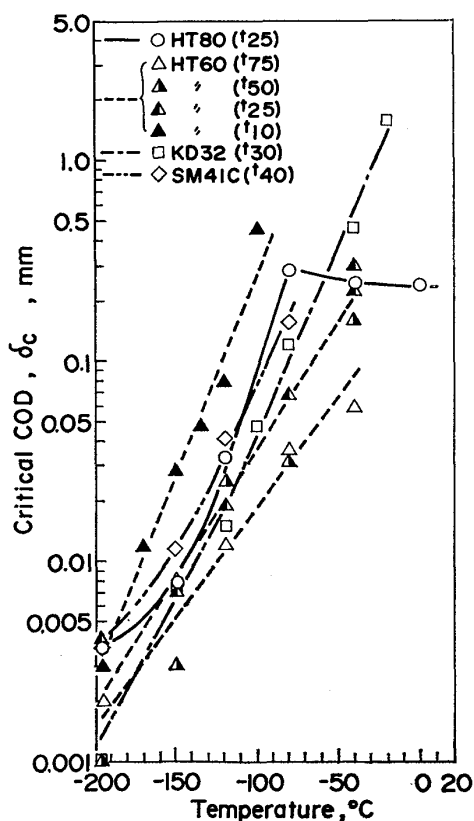
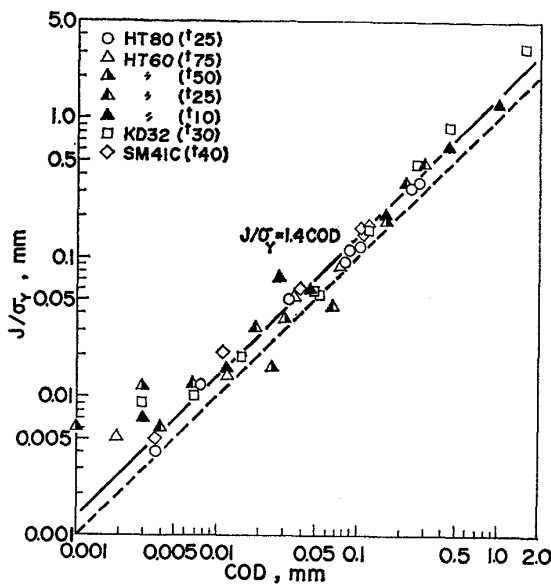


Fig. 8. Plot of critical COD vs. temperature.

Fig. 9. Relation between J/σ_Y vs. COD.

用いて計算した COD 値, (J/σ_Y) , と実験により求めた COD 値の比較を Fig. 9 に示す. 図より明らかなように, 一般に J/σ_Y 値の方が実測 COD 値より大きく, 両者の関係は(10)式で近似できる.

$$J/\sigma_Y = 1.4 \text{ COD} \quad (10)$$

(10)式の右辺の係数に関しては, これまで数多くの研究者により 1~2.6 と種々得られており, 定まった値はない¹⁶⁾. Fig. 9 において, 鋼種, 板厚, COD の大きさ(温度)は J/σ_Y と COD の関係に明りょうな影響を与えていないことより, (10)式の係数のばらつきは試験方法にもつとも大きく影響されていると考えられる.

(9)式が成立しないということは, 後述するように, 破壊靱性パラメータとして J 積分値 (あるいは K_{IC} 値) を用いるか, COD 値を用いるかで評価が異なることを意味し, 鋼材の脆性破壊発生条件を検討する際に少なからず影響を与えることになる.

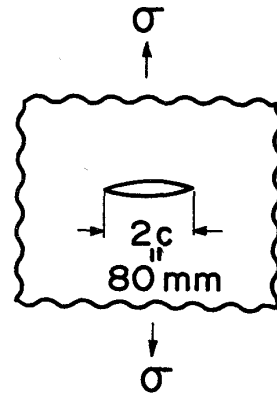
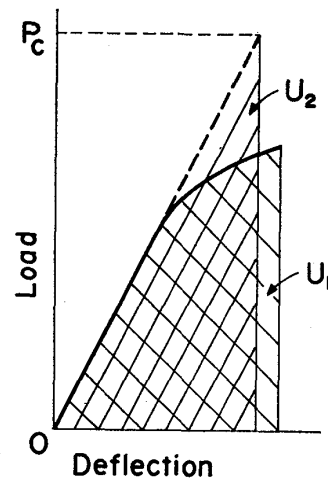
4.2 脆性破壊発生条件の検討

脆性破壊発生条件の検討には, Fig. 10 に示すように無限幅の板の中に長さ $(2C)$ が 80 mm の貫通亀裂が存在し, それに一樣応力 (σ) が作用する場合を想定して脆性破壊の発生応力を求めた. K_{IC} 値からは(11)式を用い, COD 値 (δ_C) からは BILBY ら¹⁷⁾による(12)式を用いて破壊応力 (σ_F) を計算した.

$$\sigma_F = K_{IC} / \sqrt{\pi C} \quad (11)$$

$$\sigma_F = \frac{2\sigma_Y}{\pi} \sec^{-1} \exp\left(\frac{\pi E \delta_C}{8\sigma_Y C}\right) \quad (12)$$

一方, 最高荷重までの荷重-荷重点変位曲線の下面積から計算される J 積分値 (J_C) を用いると, 破壊応力は

Fig. 10. Assumed through-thickness crack in an infinite plate subjected to uniform tensile stress, σ for calculating fracture stress.Fig. 11. A diagram showing an equivalent energy method giving load P_C .

次のようにして求めることができる. J_C と K_C の関係を(3)式と同様の形で書くと,

$$K_C = \sqrt{J_C E / (1 - \nu^2)} \quad (13)$$

となる. (13)式は Fig. 11 に示すように, 荷重と荷重点変位の関係が直線を保持するように試験片が変形したとして, その直線の下面積 (U_2) が, J_C 値を計算するために用いた実際の荷重-荷重点変位曲線の下面積 (U_1) に等しくなるようにして荷重 (P_C) を決め, それを用いて(4)式により K_C 値を計算することを意味しており, いわゆる等価エネルギー法である. (13)式によって計算される K_C 値を破壊応力と亀裂長さに関連づけるためには, (14)式のように, 亀裂先端における塑性変形領域の大きさ (r_y) を考慮する必要がある.

$$K_C = \sigma_F \sqrt{\pi(C + r_y)} \quad (14)$$

$$r_y = K_C^2 / 2\pi \sigma_Y^2$$

したがって, (13)式と(14)式より,

$$\sigma_F = \sqrt{\frac{EJ_C}{1-\nu^2}} \pi \left(C + \frac{EJ_C}{2\pi(1-\nu^2)\sigma_Y^2} \right) \dots\dots (15)$$

が得られる。(15)式は無限板中に貫通亀裂が存在する場合に適用すべきものであるが、幅 $2b$ の有限板の場合には(16)式となる。

$$\sigma_F = \sqrt{\frac{EJ_C}{1-\nu^2}} \left[2b \tan \frac{\pi}{2b} \left(C + \frac{EJ_C}{2\pi(1-\nu^2)\sigma_Y^2} \right) \right] \dots\dots\dots (16)$$

Fig. 12 はディープ・ノッチ試験片を用いて脆性破壊試験を行なったときの実測破壊応力と、同一試験片で測定した J_C 値から(16)式を用いて計算した破壊応力の関係を示したものである。ディープ・ノッチ試験片は幅 400 mm の HT80 鋼板に長さ 160 mm の中央および両側貫通機械切欠(先端半径 0.1 mm)を入れたもの(それぞれ CN および SN と呼ぶ)である。図より、破壊応力の推定値は実測値とよく合い、したがって、 J_C 値から等価エネルギー法を用いて破壊応力を推定すること

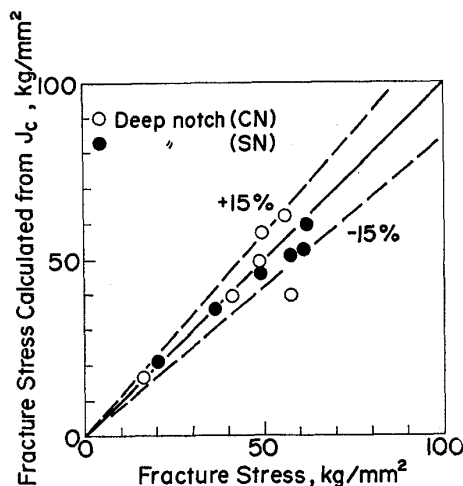


Fig. 12. Relation between fracture stress calculated from J_C and that obtained empirically in deep notch test.

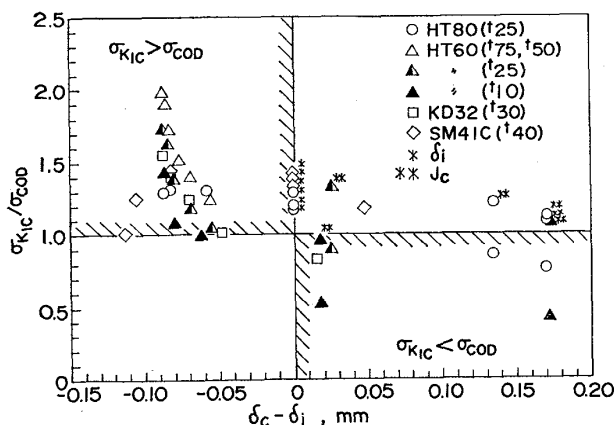


Fig. 13. Comparison of fracture stress calculated from K_{IC} and that from COD.

が可能である。

Fig. 13 は、 K_{IC} 値から(11)式を用いて計算した破壊応力 (σ_{KIC}) と COD 値から(12)式を用いて計算した値 (σ_{COD}) の比を ($\delta_c - \delta_i$) に対してプロットしたものである。ここで、 δ_c は最高荷重における限界 COD 値、 δ_i は安定延性亀裂発生時の COD 値である。ただし、HT60 と KD32 の δ_i 値は、試験片破面の観察により安定延性亀裂の存在の有無を確認することにより推定した値である。

一般に、脆性破壊に先立つて安定延性亀裂が発生しない場合 ($\delta_c < \delta_i$) には、 K_{IC} 値から計算される破壊応力は限界 COD 値から計算される値 (σ_{COD}) より大きい。この傾向は、HT60 に見られるように、試験片厚さが大きくなるほど、また COD 値が小さいほど、換言すれば低温になるほど顕著になる。これは、試験片厚さが大きくなるほど、また低温になるほど、亀裂先端近傍の変形挙動が Dugdale モデルで仮定している平面応力状態、非加工硬化の条件から離れることによると考えられる。一方、安定延性亀裂が発生する場合 ($\delta_c > \delta_i$) には、限界 COD 値から計算される破壊応力 (σ_{COD}) は K_{IC} 値から計算される値 (σ_{KIC}) よりも大きくなる。これは、 K_{IC} 値が安定延性亀裂発生点を限界点として求められているのに対し、限界 COD 値は安定延性亀裂発生点よりさらに荷重を上昇させたのちに現われる最高荷重点を限界点として用いていることに起因していると考えられる。そこで、限界点として安定延性亀裂発生点(*印)および最高荷重点(**印)を採用した場合の破壊応力の比を図中にあわせ示す。図より明らかなように、限界点を同じにすると、安定延性亀裂が発生する場合も、一般には K_{IC} 値(あるいは J_C 値)に基づいて計算される破壊応力の値 (σ_{KIC}) は COD 値から計算される値 (σ_{COD}) よりも大きくなる。

したがって、 K_{IC} 値あるいは J 積分値から計算される破壊応力は、COD 値から平面応力、非加工硬化を想定した Dugdale モデルにもとづいて計算される値よりも大きくなり、その傾向は板厚が大きいほど、また温度が低いほど顕著であると結論できる。

5. 結 言

HT-80、HT-60、KD32 および SM41C の 4 種の構造用鋼材について 3 点曲げ試験により J 積分値を測定し、同時に測定した K_{IC} 値および COD 値と比較検討を行なった結果、次のことがわかった。

1) J_{IC} 値から換算した K_{IC} 値と ASTM 規格に従って求めた K_{IC} 値とはよく一致する。

2) J 積分値から Dugdale モデルを用いて換算した COD 値は、鋼種、板厚、温度に関係なく、近似的には実測値の 1.4 倍の値を与える。

3) ディープ・ノッチ試験片については、 J_c 値から等価エネルギーを用いて計算した破壊応力は実験値とよく一致した。

4) K_{IC} 値あるいは J 積分値から計算される破壊応力は、COD 値から Dugdale モデルにもとづいて計算される値よりも大きくなり、その傾向は板厚が大きいほどまた温度が低いほど顕著である。

付録 3 点曲げ試験における J 積分値の測定に関する一考察

3 点曲げ試験片を用いて J 積分値を測定する方法として、RICE ら⁷⁾は、

$$J = \frac{2U_{\text{crack}}}{B(W-a)} \quad \dots\dots\dots (17)$$

を提案している。ここに、 U_{crack} は実測される荷重-荷重点変位曲線の下で面積で与えられるエネルギー、 U_{total} から、亀裂のない同一形状の試験片が同一荷重により曲げられたときに消費されるエネルギー、 $U_{\text{no crack}}$ を引いた値であり、 B は試験片厚さ、 W は試験片幅、 a は亀裂長さである。

ところが、(17)式の U_{crack} の代りに U_{total} を用いるべきだという報告が出されている⁸⁾⁹⁾。そこで、(17)式の検討を行なった。

J 積分値は(18)式で与えられる。

$$J = \frac{1}{B} \int_0^P \left(-\frac{\partial q}{\partial b} \right)_P dP \quad \dots\dots\dots (18)$$

ここに、 P は荷重、 q は荷重点変位、 b は試験片のリガメント長さである。(18)式で、 P の代りに曲げモーメント M 、 q の代りに曲げモーメント作用点間の角変形量 θ_{total} を用いると、

$$J = \frac{1}{B} \int_0^M \left(-\frac{\partial \theta_{\text{total}}}{\partial b} \right)_M dM \quad \dots\dots\dots (19)$$

θ_{total} は弾性成分 (θ_{elastic}) と塑性成分 (θ_{plastic}) の和として、(20)式の形で表わすことができる。

$$\theta_{\text{total}} = \theta_{\text{elastic}} + \theta_{\text{plastic}} \quad \dots\dots\dots (20)$$

亀裂を有する 3 点曲げ試験片については、 θ_{elastic} および θ_{plastic} はともに曲げモーメント (M) とリガメント長さ (b) の関数として、(21)式および(22)式のように表わされる。

$$\theta_{\text{elastic}} = f(M/b^2) \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$\theta_{\text{plastic}} = g(M/b^2) \quad \dots\dots\dots (22)$$

(21) 式は弾性変形に対する有限要素法による COD の計算式¹⁸⁾で、COD が σ_N/σ_Y (σ_N は試験片実断面の

nominal skin stress (見掛けの縁応力)、 σ_Y は降伏応力) の関数で与えられることより、(22)式は亀裂先端近傍が大きく塑性変形する場合の亀裂の開き角と曲げモーメントの関係¹⁹⁾²⁰⁾から導くことができる。したがって、

$$\begin{aligned} \left(-\frac{\partial \theta_{\text{total}}}{\partial b} \right)_M &= \left(-\frac{\partial \theta_{\text{elastic}}}{\partial b} \right)_M + \left(-\frac{\partial \theta_{\text{plastic}}}{\partial b} \right)_M \\ &= \frac{2M}{b} \left[\left(\frac{\partial \theta_{\text{elastic}}}{\partial M} \right)_b + \left(\frac{\partial \theta_{\text{plastic}}}{\partial M} \right)_b \right] \quad \dots\dots\dots (23) \end{aligned}$$

(23) 式を(19)式に代入して、

$$\begin{aligned} J &= \frac{2}{Bb} \left[\int_0^{\theta_{\text{elastic}}} M d\theta_{\text{elastic}} + \int_0^{\theta_{\text{plastic}}} M d\theta_{\text{plastic}} \right] = \frac{2}{Bb} \int_0^{\theta_{\text{total}}} M d\theta_{\text{total}} \\ &\quad \dots\dots\dots (24) \end{aligned}$$

ここで、 M を P で、 θ を q で置き換えると、

$$J = \frac{2}{Bb} \int_0^{q_{\text{total}}} P dq_{\text{total}} \quad \dots\dots\dots (25)$$

よつて、

$$J = \frac{2U_{\text{total}}}{B(W-a)} \quad \dots\dots\dots (26)$$

(26)式と(17)式の導出過程における大きな違いは、曲げモーメント作用点間の角変形、 θ 、の違いにある。すなわち、(17)式の場合は θ_{crack} を M/b^2 の関数と考えている。ところが、 M/b^2 の関数として表わされるのは亀裂を有する試験片で測定される θ_{total} である。また、 $\theta_{\text{no crack}}$ は梁のたわみの式からわかるように M の関数である。言い換えれば、 θ_{crack} を M/b^2 の関数と考えるところに問題がある。

したがって、3 点曲げ試験片を用いて J 積分値を求める場合は、(17)式ではなく、(26)式を用いるべきである。

文 献

- 1) たとえば、W. F. BROWN, Jr. and J. E. SRAWLEY: Plane Strain Crack Toughness Testing of High Strength Metallic Materials, ASTM Special Publ. 410 (1966)
- 2) A. A. WELLS: Proc. Roy. Soc. London, A285 (1965), p. 34
- 3) D. S. DUGDALE: J. Mech. Phys. Solids, 8(1960), p. 100
- 4) J. R. RICE: J. Appl. Mech. (Trans. ASME), 35(1968), p. 379
- 5) J. A. BEGLEY and J. D. LANDES: Fracture Toughness, ASTM Special Publ. 514 (1972), p. 1
- 6) ASTM Standards E-399 (1972)
- 7) J. R. RICE, P. C. PARIS, and J. G. MERKLE: Progress in Flow Growth and Fracture Toughness Testing, ASTM Special Publ. 536 (1973),

- p. 231
- 8) *J. E. SRAWLEY*: International J. Fracture, 12 (1976), p. 470
- 9) *H. P. KELLER* and *D. MUNZ*: International J. Fracture, 12 (1976), p. 780
- 10) 付録
- 11) DD-19, British Standard Institution, (1972)
- 12) 未発表
- 13) *P. HOPKINS* and *G. JOLLEY*: Fracture 1977, Proc. ICF4, 3 (1977), p. 329
- 14) *P. C. PARIS*: Fracture Toughness, ASTM Special Publ. 514 (1972), p. 21
- 15) *R. J. BUCCI*, et al.: Fracture Toughness, ASTM Special Publ. 514 (1972), p. 40
- 16) たとえば, *J. N. ROBINSON*: International J. Fracture, 12 (1976), p. 723
- 17) *B. A. BILBY*, *A. H. COTTRELL* and *K. H. SWINDEN*: Proc. Roy. Soc. London, A272 (1963), p. 304
- 18) 金沢武他: 日本造船学会論文集, 134(1973), p. 365
- 19) *A. P. GREEN* and *B. B. HUNDY*: J. Mech. Phys. Solids, 4 (1956), p. 128
- 20) *F. A. McCLINTOCK*: Welding J., (May 1961), p. 202 S