

論 文

UDC 621.78.084 : 536.2 : 669.14-977

高温金属表面に衝突する単一水滴の変形挙動*

森 山 昭**・荒 木 和 男**

Deforming Behaviors of a Water Droplet Impinging onto Hot Metal Surfaces

Akira MORIYAMA and Kazuo ARAKI

Synopsis:

Deformations of a water droplet impinged on the hot metal surfaces were studied. Thin film flow at the bottom part of the deformed droplet was regarded as a potential flow and theoretical velocity components and pressure distributions in it were given. The droplet is decelerated by the pressure difference at the bottom and the upper surfaces.

From mass and energy balances of the thin film flow theoretical relations of the film thickness and the radial extent of the thin film flow were derived and compared with the experimental data which had been obtained from measurements on the photographs presented by WACHTERS et al.¹⁾

For an initial impacting velocity of $v_0=63$ cm/s, the theory on the film thickness and the radial extent well coincided with the experimental data both in the cases taking no account of the surface tension of the droplet and taking account of it. When v_0 is 139 cm/s, the radial extents theoretically predicted with taking account of the surface tension only at the spherical portion of the droplet coincide with the data. In the similar calculations under conditions of $v_0=220$ cm/s it was found that the coincidences were within about 25%.

1. 緒 言

高温金属のスプレー冷却操作では、金属表面に衝突する各水滴の変形挙動が重要な役割を演じている。膜沸騰領域における微小な水滴の衝突変形過程について WACHTERS ら¹⁾が示した写真をみると、衝突滴は底部で高温金属表面に沿って放射状の薄膜流を生じて変形する。したがって、この薄膜流と高温表面の間に生成する過熱蒸気膜を介して高温金属から水滴への熱移動が進行すると考えられ、滴底の薄膜流の大きさが伝熱速度に重要な関連をもつと思われる。

滴底の過熱蒸気膜内の伝熱機構は、いわゆる、ライデンフロスト現象における場合と本質的な差はないと考えられるが、この問題について、著者の一人は、すでに、報告した²⁾³⁾。

一方、衝突滴の変形挙動に関する理論は、まだ、知られていない。滴の変形過程は、滴内流動に局所的な表面張力の変化の効果が加わり、かなり複雑な問題になっているが、本報では、滴底に擬定常的なポテンシャル流を

想定して、変形する滴の底部の薄膜流の厚さ、および、半径について比較的簡単な理論式を導く。この理論は、WACHTERS ら¹⁾の写真の結果をかなりよく説明できる。

2. 理 論

考察にあたり、つぎの仮定を設ける。すなわち、(i) 高温金属表面に衝突した水滴は底部で Fig. 1 のように変形するが、滴の球形残部 (ABB'A部) は衝突前の形状を保持する。(ii) 球形残部内の各点の相対的な流動はない。(iii) 滴底の薄膜流の厚さ d^* は一様であるとする。(iv) 滴底部における薄膜流の粘性を無視する。(v) 重力効果は無視できる。(vi) 蒸発による滴の質量減少は 0.1 %以下と推算²⁾されるので無視できる。

仮定(i)は写真¹⁾から近似的に満足されている。このため、仮定(ii)が成立する。写真¹⁾は変形中の滴のプロフィルを示すので、周縁の影像にさえぎられて d^* を直接知ることができないが、周縁部の厚みが比較的小さいので、仮定(iii)は妥当であると思われる。仮定(iv)は、滴底が過熱蒸気膜に支えられ、外部からの剪断応力が小

* 昭和 52 年 6 月 6 日受付 (Received June 6, 1977)

** 名古屋工業大学材料開発研究施設 工博 (Material Research Laboratory, Nagoya Institute of Technology, Gokisho-machi Shōwa-ku Nagoya 466)

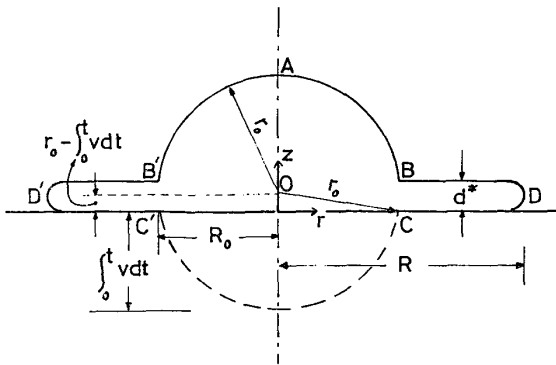


Fig. 1. Schematic profile of impinging droplet onto hot metal surface.

さいこと、また、仮定(v)は直径 0.2 cm 以下以下の小水滴を取扱うことに基づいている。

2.1 変形に伴う滴底部の流れ

滴底には薄膜流が存在する。薄膜流の BCC'B' 領域内の流れについて、擬定常条件下のポテンシャル流の運動方程式(1)および(2)を考える。

$$\rho \left(v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) = - \frac{\partial P}{\partial r} \quad (1)$$

$$\rho \left(v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = - \frac{\partial P}{\partial z} \quad (2)$$

滴底および中心軸上には境界条件(3)および(4)式が、また、BB' 面のレベルで滴の衝突運動に起因する一様法線方向流速成分、 $-v$ 、BC 面では一様接線方向流速成分、 v_{R_0} が存在する考える。

$$z=0, 0 \leq r < R_0 \text{ で } v_z=0 \quad (3)$$

$$r=0, 0 \leq z \leq d^* \text{ で } v_r=0 \quad (4)$$

$$z=d^*, 0 \leq r < R_0 \text{ で } v_z=-v \quad (5)$$

$$r=R_0, 0 \leq z \leq d^* \text{ で } v_r=v_{R_0} \quad (6)$$

流れ関数 φ を(7)および(8)式で定義すると、(1)～(6)式の解として(9)～(12)式を得る(付録A)。

$$v_r = (1/r) \partial \varphi / \partial z \quad (7)$$

$$v_z = -(1/r) \partial \varphi / \partial r \quad (8)$$

$$v_r = v_{R_0} r / R_0 \quad (9)$$

$$v_z = -2v_{R_0} z / R_0 \quad (10)$$

$$\varphi = c_1 + v r^2 z / 2 d^* \quad (11)$$

$$P = P_t - (\rho/2) (v_{R_0} r / R_0)^2 - (\rho/2) (v z / d^*)^2 \quad (12)$$

c_1 および P_t は積分定数である。

2.1.1 d^* と R_0 の関係

条件式(15)と解(10)式より(13)式の関係を得る。

$$d^* = R_0 v / 2 v_{R_0} \quad (13)$$

(13)式は BCC'B' 部に関する物質収支関係にほかならない。後述するように R_0 は v の関数であるので、 v と v_{R_0} の関係がわかれば、(13)式から d^* が v の関数とし

て求められる。

2.1.2 衝突滴にはたらく力

仮定(i)および(ii)に基づき、滴底の圧力と、それに対応する滴の上表面の圧力の差は、(12)式で $z=0$ において得る P および $z=d^*$ において得るその差にひとしい。そこで、滴底の蒸気膜が衝突滴に及ぼす力、 F が(14)式で表わせる。

$$F = \pi R_0^2 \rho v^2 / 2 \quad (14)$$

2.1.3 流れの全圧 P_t

滴の変形挙動における表面張力効果はウェーバー数、 $We = 2\rho r_0 v_0^2 / \sigma$ に依存すると思われる。WACHTERS¹⁾によれば、滴が高温金属面に衝突してのち、金属面から離脱する際に、 $We < 80$ の条件では、滴が単一滴の状態を保持するが、 $We > 80$ の条件では、数個以上の微細滴に分裂して飛散する。しかし、衝突中の滴の変形挙動における We 数の寄与については、この種の知見はない。

いま、滴の表面張力を無視すると、滴の BB' 面の中心付近の静圧は大気圧にひとしいと考えることができるので(15)式が成立する。

$$r=0, z=d^* \text{ で } P=0 \quad (15)$$

(15)式を(12)式に代入して、

$$P_t = \rho v^2 / 2 \quad (16)$$

P_t が流れの全圧であることは容易に確かめられる。

さて、滴の B 点 (Fig. 1) 付近では、滴表面の曲率半径が連続的に変化して凹部を形成している。正確な表面形状を知ることなしには、B 点付近の流れの静圧を指定することが困難であるが、ここでは、仮定(V)に基づき(12)式に(17)式の条件を適用して、(13)式における v_{R_0} と v の関係として簡単な(18)式を導くことができる。

$$r=R_0, z=0 \text{ で } P=0 \quad (17)$$

$$v_{R_0} = v \quad (18)$$

この場合、 P_t として(16)式が使われている。

一方、(15)式の条件の代りに球形表面 BAB' の曲率に起因する表面張力圧 $2\sigma/r_0$ を考慮すると、境界条件(19)式が成立する。

$$r=0, z=d^* \text{ で } P=2\sigma/r_0 \quad (19)$$

(19)式を(12)式に代入すると、(16)式に代る全圧の式(20)が得られる。

$$P_t = 2\sigma/r_0 + \rho v^2 / 2 \quad (20)$$

滴底の薄膜流の先端 D 付近にも表面張力圧が存在するが、このものは、近似的に $2\sigma/d^*$ で表わすことができる。この結果、BB' 面および点 D を含む薄膜流先端面を端面とする流管に擬定常条件下の BERNOULLI の定理を適用すると(21)式となる。

$$2\sigma/r_0 + \rho v^2 / 2 = 2\sigma/d^* + \rho v_R^2 / 2 \quad (21)$$

この場合は、(13)式にかえて、物質収支式(22)を使用するのが得策である。

$$R_0^3 v = 2R d^* v_R \quad \dots\dots\dots (22)$$

2.2 薄膜流の厚さ d^* および半径 R

2.2.1 表面張力を考慮しない場合

(13)および(18)式から厚さ d^* は簡単な(23)式で与えられる。

$$d^* = R_0/2 \quad \dots\dots\dots (23)$$

(23)式右辺の R_0 は、幾何学的に(24)式によつて v に関係づけられる (Fig. 1 参照)。

$$R_0^3 = (2r_0 - \int_0^t v dt) \int_0^t v dt \quad \dots\dots\dots (24)$$

この結果、(23)および(24)式から d^* が v の関数となり、もし、 v を衝突開始後の経過時間 t の関数として与えることができれば、 d^* の時間的変化が計算できる。必要となる v と t との関係は次節で導く。

薄膜流の半径 R は、仮定(vi)に基づき(25)式で与えることができる。

$$R^2 = R_0^2 + \{2r_0^3 \mp (2r_0^2 + R_0^2) \sqrt{r_0^2 - R_0^2}\} / 3d^* \quad \dots\dots (25)$$

$$\text{ただし、} (-): r_0 \geq \int_0^t v dt, (+): r_0 < \int_0^t v dt \quad \dots\dots (26)$$

に対応する。(24)および(25)式の関係は表面張力を考慮する場合でも、そのまま、なりたつ。

2.2.2 表面張力を考慮する場合

(21)および(22)式から v_R を消去して整理すると、 v の関数として d^* が(27)式で与えられる。

$$d^* = \left(\frac{2\sigma}{\rho U} - \frac{N}{2R_0^2} \right) + \frac{1}{2R_0^2 U} \sqrt{\left(\frac{4\sigma R_0^2}{\rho} - NU \right)^2 + R_0^2 U \left(\frac{16\sigma N}{\rho} + R_0^4 v^2 \right)} \quad \dots (27)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ここで、} N &= \{2r_0^3 \mp (2r_0^2 + R_0^2) \sqrt{r_0^2 - R_0^2}\} / 3 \\ U &= 4\sigma (1 + W/8) / \rho r_0 \\ W &= 2\rho r_0 v^2 / \sigma \end{aligned} \right\} \dots\dots (28)$$

(28)式の N の式に含まれる正負の符号は(26)式の条件にしたがう。(27)式の d^* に基づき、(25)式から R が求まる。

2.3 衝突速度 v

(14)式の F を使用して、滴の運動方程式が(29)式で与えられる。

$$-V dv/dt = \pi R_0^3 v / 2 \quad \dots\dots\dots (29)$$

V は ABCC'B'A 部の体積であり、幾何学的に(30)式によつて v に関係づけることができる。

$$V = (\pi/3) (r_0 + \int_0^t v dt) (2r_0 - \int_0^t v dt)^2 \quad \dots\dots (30)$$

R_0 は(24)式で与えられているので、(29)式は非線形微分積分方程式である。(31)式の初期条件のもとで(29)式

の解は(32)式となる (付録B)。

$$t=0 \text{ で } v=v_0 \quad \dots\dots\dots (31)$$

$$v = \frac{6\sqrt{3}(2-\sqrt{3})v_0\{1-(2-\sqrt{3})\exp(-\sqrt{3}v_0 t/2r_0)\}}{\{1+(2-\sqrt{3})\exp(-\sqrt{3}v_0 t/2r_0)\}^3} \cdot \exp\left(-\frac{\sqrt{3}v_0 t}{2r_0}\right) \quad \dots\dots\dots (32)$$

2.4 薄膜流の完成時間 t_c

衝突過程が進行して、滴の球形部の頂点Aが薄膜流の厚さのレベルに達したとき、滴は固体表面に沿つて、十分、のびきつた薄膜となる。この時点、 $t=t_c$ では、 d^* が(33)式を満足すると考えられる。

$$d^* = 2r_0 - \int_0^{t_c} v dt \quad \dots\dots\dots (33)$$

(33)式を(23)および(B-7)式(付録B)に適用すると、表面張力を考慮しない場合の t_c が(34)式で簡単に表わせる。

$$t_c = 2.325 r_0 / v_0 \quad \dots\dots\dots (34)$$

すなわち、 $v_0 t_c$ の値は滴径のみに依存する。

他方、表面張力を考慮する場合の t_c を簡単な解式の形で示すことは困難である。すなわち、(33)式を式(27)

に代入すると $\int_0^{t_c} v dt$ に関する3次方程式(35)となる。

$$\begin{aligned} (32\sigma + 11\rho r_0 v^2) \phi_c^3 - (176\sigma r_0 + 64\rho r_0^3 v^2) \phi_c^2 + \\ + (336\sigma r_0^2 + 132\rho r_0^2 v^2) \phi_c - (192\sigma r_0^3 + 96\rho r_0^4 v^2) = 0 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (35)$$

$$\text{ここで、} \phi_c = \int_0^{t_c} v dt \quad \dots\dots\dots (36)$$

(35)式の実根 ϕ_c を(B-7)式に代入して整理すると、 t_c が形式上(37)式で与えられる。

$$t_c = -(2r_0/3v_0) \cdot \ln \left[\frac{(2+\sqrt{3})\{1-(\phi_c/3r_0+1/3)^{1/2}\}}{1+(\phi_c/3r_0+1/3)^{1/2}} \right] \quad \dots\dots\dots (37)$$

3. 前章の理論と写真¹⁾に基づく知見の比較

WATERS ら¹⁾は初期衝突速度が $v_0=63, 139$ および 220 cm/sec の3種の条件で直径 $2r_0=0.23 \text{ cm}$ の水滴を 400°C に加熱した金の水平表面に鉛直方向から衝突させて、滴の変形過程を一連の側面写真に撮影した。以下、前章の理論から得られる結果を写真¹⁾の計測から得た実験的知見と比較する。

3.1 衝突速度 v

仮定(i)に基づき、滴の頂点Aの移動速度 v について(32)式の理論曲線と実験結果を比較したのが Fig. 2 である。 v_0 が高い場合、および、 t が大きくなると理論から予想される衝突速度の減衰が実験結果にくらべて、若干はやくなる傾向が認められるが、両者は全体としてよ

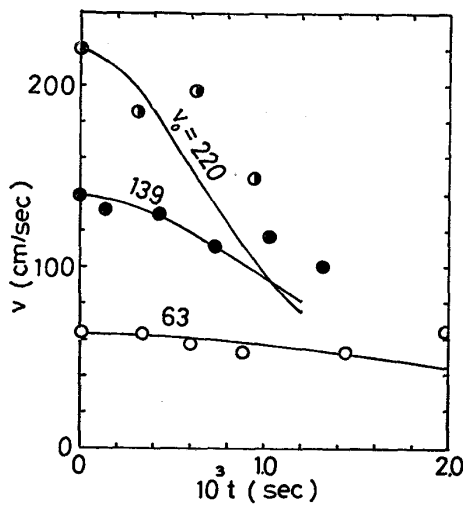
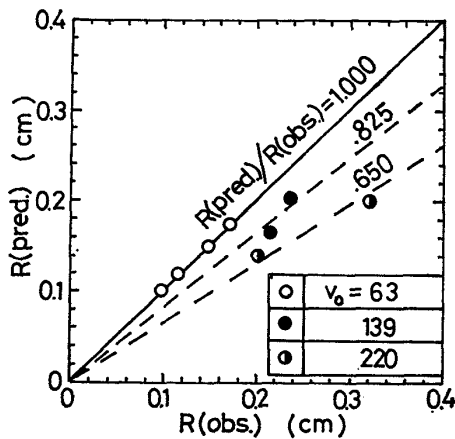


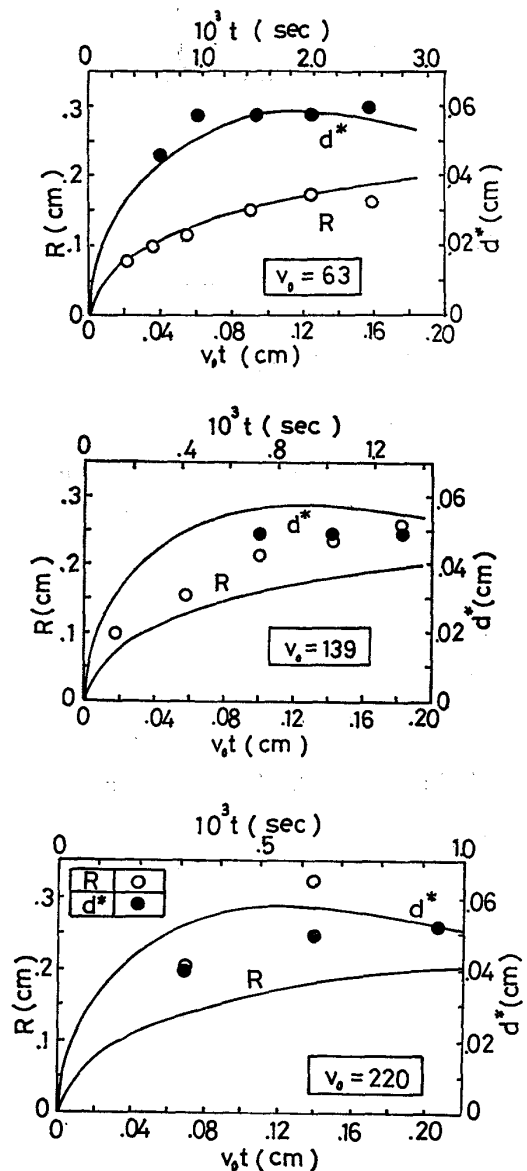
Fig. 2. Deceleration of the impinging droplet.

Fig. 3. Predicted radius, R (pred.), from the observed circumference thickness and observed radius, R (obs.), of the radially spreading thin film.

く一致しているといえる。

3.2 薄膜流の厚さ d^*

前述したように、写真¹⁾では、滴底部薄膜流の周縁のプロファイルにさえぎられて、薄膜の半径方向に沿った厚さ d^* の実験値を直接知ることができない。そこで、かりに、写真¹⁾に現われた薄膜周縁のプロファイルが d^* を表わすものとして、このものを v の実測値とともに(25)式に代入して R の値を予測できる。もし、 R の予測値が、写真¹⁾に基づく R の実測値に一致すれば、上述の d^* に関する前提が正しいことになる。Fig. 3 で R の予測値と実測値を比較した。この結果、 $v_0 = 63$ では、両者がよく一致しているが、 $v_0 = 139$ および 220 の条件下で、予測値が実測値にくらべて、それぞれ、82.5 および 65.0% 程度の低い値となつた。したがって、初期衝突速度が比較的小さい条件では、薄膜流の厚さ d^* が薄膜の全面にわたって、ほぼ、周縁の厚さにひとしいものと考えら

(a) $v_0 = 63$ cm/sec (b) $v_0 = 139$ cm/sec (c) $v_0 = 220$ cm/secFig. 4. Theoretical curves by means of Eqs. (23) ~ (26) and experimental data on R and d^* .

れ、一方、初期衝突速度が大きくなるとともに、周縁部の厚さにくらべて膜流内部の厚さが小さくなっているものと考えられる。

3.3 薄膜流の半径 R

表面張力を考慮しない場合の関係(23)~(26)式に基づく R の計算値と写真¹⁾に基づく実測値とを比較したのが Fig. 4 (a)~(c)である。図では d^* の計算値と前節に述べた意味での実測値をあわせて比較した。 R および d^* の理論曲線と実測値は、 $v_0 = 63$ の場合によく一致した。したがって、初期衝突速度が比較的小さい (We 数が比較的小さい) 条件下では、表面張力効果を無視した簡単な理論式(23)~(26)が十分なりたつことがわかる。

$v_0 = 139$ および 220 の場合の R の理論曲線は実測値

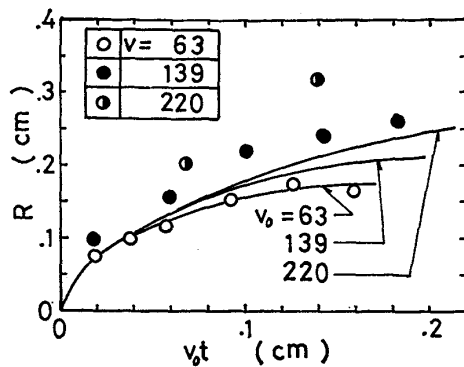


Fig. 5. Theoretical curves by means of Eqsg. (25)~(28) and experimental data on R .

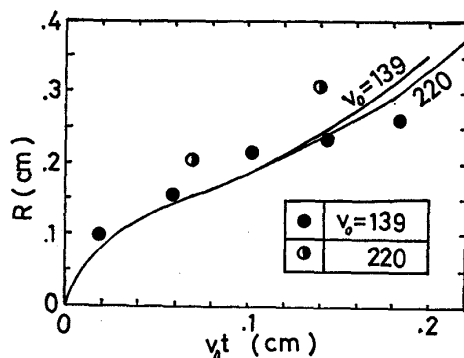


Fig. 6. Theoretical curves by means of Eqs. (39) and experimental data on R .

より小さくなるが、両者の数値のオーダーは一致している。

つぎに、表面張力を考慮した(25)~(28)式に基づく R の理論曲線を Fig. 5 に示す。全体に理論と実験の一致関係が改善される傾向が認められる。

写真¹⁾によれば、 $v=220$ の条件では、薄膜流の周縁表面に凹凸部の存在を示す、表面の不均一性が認められる。このような表面の乱れは、周縁部の表面張力にたいして、薄膜流の慣性力が相対的に増大した結果であり、 We 数の増大とともに顕著になる傾向と思われる。薄膜流の慣性力が薄膜周縁の表面張力より十分大きい条件では、(21) 式右辺の第 1 項を第 2 項にくらべて無視できる。そこで、(21)式のかわりに(38)式がなりたつ。

Table 1. Calculated and observed values of t_c for completion of the radially flowing thin film.

Initial velocity of impaction v_0 (cm)	Theoretical predictions $10^3 t$ (s)		Experimental values ¹⁾ $10^3 t$ (s)
	from Eq. (34)	from Eq. (35)~(37)	
63	4.24	2.95	3.06
139	1.92	1.73	1.61
220	1.22	1.27	~1.00

$$2\sigma/r_0 + \rho v^2/2 = \rho v_R^2/2 \quad \dots\dots\dots (38)$$

(38)式を(22)式に代入して整理すれば、(27)式にかわる関係として R の(39)式を導くことができる。

$$R = N\sqrt{U/3R_0^2 v} + \sqrt{U(N/R_0^2 v)^2 + R_0^2} \quad \dots\dots\dots (39)$$

ここで N および U は(28)式で定義したものと同一である。

(39)式に基づく R の計算値を Fig. 6 において実験値と比較した。Fig. 6 における理論と実験の一致は、Fig. 5 の場合にくらべて、さらに改善されている。 $v_0=220$ の場合の理論値と実測値の偏差は 25% 程度である。

Fig. 6 では、 $v_0=220$ の場合の理論曲線が $v_0=139$ の場合のそれより下方に位置している。これは図の横軸として $v_0 t$ をえらんだことによるものであり、もし、横軸として t をえらぶなら、 $v_0=220$ の場合の R の理論曲線は $v_0=139$ の場合のその上方にえがかれる。

3.4 薄膜流の完成時間 t_c

(34)および(35)~(37)式から求めた t_c の値と写真¹⁾に基づく t_c を比較したのが Table 1 である。表面張力を考慮しない(34)式による計算値より、表面張力を考慮した(35)~(37)式に基づく計算値が、一層、実測値に近い。

4. 考 察

2章の理論は薄膜流の擬定常解析に基礎をおいている。実際の非定常的な衝突変形過程とこの理論の間のずれの大きさは、 R_0 の時間的变化が v にくらべて無視できるか否かに依存するので、衝突初期および末期に理論曲線と実測値の差がもつとも大きくなると思われる。Fig. 2 で v の理論曲線が末期に実測値からずれる傾向はこのためであろう。Fig. 5 で $v_0=139$ および 220 の場合の R の理論曲線が実験結果からずれる理由も、上述の v の理論減衰が過大となる結果であり、実際には理論から予想される以上に慣性力が表面張力にくらべて大きい値をもつのであろう。このような推論は、Fig. 6 で薄膜流周縁の表面張力を無視した(39)式の R が $v_0=139$ の場合に、ほぼ、実測値と一致したことから裏付けられる。

しかし、Fig. 6 で $v_0=220$ の条件下の理論曲線が実

値験からかなり (25% ほど) 低くなる点は、さらに別の因子の存在する可能性を示唆している。たとえば、それらの一つとして、滴の球形残部の変形の問題および薄膜流表面の不安定性が考えられる。これらの別の因子の寄与の問題は実験的知見の蓄積とあわせて今後の課題である。いずれにせよ、本報で示した理論は基本的に実験結果に適合し、かなりよく現象を説明するといえることができる。

5. 結 言

高温金属表面に衝突する水滴の変形過程について考察した。衝突運動に起因して生ずる滴底の薄膜流をポテンシャル流と考え、流れの流速および圧力分布の解を導いた。滴の衝突速度は滴底および滴上表面の圧力差によって減衰する。

薄膜流に関する物質収支と流れのエネルギー関係から薄膜流の厚さと半径に関する理論式を誘導し WACHTERS¹⁾の写真から得た実験的知見と比較した。

初期衝突速度 $v_0 = 63$ cm/sec の場合は、滴の表面張力を考慮する場合、および、それを考慮しない場合の両方の場合について、薄膜流の厚さと半径に関する理論が実験値によく一致する。 $v_0 = 139$ cm/sec の場合は、滴の球形残部の表面張力を考慮して、薄膜流周縁部の表面張力を無視して導いた薄膜流の半径に関する理論が実験結果に適合した。おなじ理論に基づく $v_0 = 220$ cm/sec の場合の薄膜流の半径の理論計算値は 25% ほどの偏差で実験値と一致する。

本報で提出した理論は、スプレー冷却操作の伝熱過程に関連して、各衝突滴の伝熱面積の評価に有用な知見と手法を提供する。

本研究は文部省科学研究費補助金 155270 に基づく研究の一環であることを付言する。

付録 A. (9)~(12) 式の導出

(7) および (8) 式を (1) および (2) 式に代入すれば、流れ関数 φ について (A-1) 式を得る。

$$\frac{\partial \varphi}{\partial r} \cdot \frac{\partial}{\partial z} (E^2 \varphi) - \frac{\partial \varphi}{\partial z} \left(E^2 - \frac{3}{r^2} \right) \left(\frac{\partial \varphi}{\partial r} - \frac{2}{r} \varphi \right) = 0 \quad \text{..... (A-1)}$$

ただし、 $E^2 = \partial^2 / \partial r^2 - (1/r) \partial / \partial r + \partial^2 / \partial z^2$ (A-2)

変数分離解に基づく (A-1) 式の一般解は (A-3) 式となる。

$$\varphi = c_1 + c_2 z + c_3 r^2 z + c_4 r^2 z^2 \quad \text{..... (A-3)}$$

(A-3) 式を (7) および (8) 式に代入して、境界条件 (1)~(6) 式を適用すれば、解 (9)~(11) 式を導くことができる。解 (12) 式は (9) および (10) 式を (1) および (2) 式に適用することによって与えられる。

付録 B. (32) 式の導出

衝突滴の ABCC'B'A 部 (Fig. 1) の消失速度は (B-1) 式で与えられる。

$$-dV/dt = \pi R_0^3 v \quad \text{..... (B-1)}$$

(B-1) および (29) 式から

$$(1/V) dV/dt = (2/v) dv/dt \quad \text{..... (B-2)}$$

(31) 式の条件、および、 $t=0$ で $V=4\pi r_0^3/3$ の条件から (B-2) 式の解は (B-3) 式となる。

$$V = (4\pi r_0^3/3) (v/v_0)^2 \quad \text{..... (B-3)}$$

(30) 式を (B-3) 式に代入すれば (B-4) 式となる。

$$(2r_0 - \int_0^t v dt)^2 (r_0 + \int_0^t v dt) = 4r_0^3 (v/v_0)^2 \quad \text{..... (B-4)}$$

$$\phi = \int_0^t v dt \quad \text{..... (B-5)}$$

とおくと、(B-4) 式は微分方程式 (B-6) に変換できる。

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{v_0}{2r_0 \sqrt{r_0}} (2r_0 - \phi) \sqrt{r_0 + \phi} \quad \text{..... (B-6)}$$

(B-6) 式は容易に解くことができ、解 (B-7) 式が求まる。

$$\int_0^t v dt = 3r_0 \left\{ \frac{1 - (2 - \sqrt{3}) \exp(-\sqrt{3} v_0 t / 2r_0)}{1 + (2 - \sqrt{3}) \exp(-\sqrt{3} v_0 t / 2r_0)} \right\}^2 - r_0 \quad \text{..... (B-7)}$$

(B-7) 式を微分すれば (32) 式となる。

記 号

- d^* : 薄膜流の厚さ, cm
- F : 過熱蒸気膜が衝突滴に及ぼす力, g/cm·sec²
- P : 圧力 (大気圧基準), g/cm·sec²
- P_t : 薄膜流の全圧, g/cm·sec²
- R : 薄膜流の半径, cm
- R_0 : 衝突滴の球形部底面の半径, cm
- r : 半径方向座標, cm
- r_0 : 滴の初期半径, cm
- t : 時間, sec
- t_c : 薄膜流の完成時間, sec
- V : 衝突滴の球形部体積, cm³
- v : 衝突速度 (絶対値), cm/sec
- v_0 : 初期衝突速度 (絶対値), cm/sec
- v_R : $r=R$ での半径方向速度成分, cm/sec
- v_{R_0} : $r=R_0$ での半径方向速度成分, cm/sec
- v_r : 半径方向流速成分, cm/sec
- v_z : 軸方向流速成分, cm/sec
- z : 軸方向位置座標, cm
- π : 円周率, -
- ρ : 液密度, g/cm³
- σ : 表面張力, g/sec²
- φ : 流れ関数, cm³/sec

文 献

- 1) L. H. WACHTERS and N. A. J. WESTERLING: Chem. Eng. Sci., 21 (1966), p. 1047
- 2) 森山 昭: 鉄と鋼, 59 (1973), p. 1245; Trans. ISIJ, 14 (1974), p. 285
- 3) 森山 昭: 鉄と鋼, 59 (1973), p. 1373; Trans. ISIJ, 14 (1974), p. 290