

(161) 製鋼プロセスモデルにおけるパラメータの影響について研究

(パラメータ変動についての感度解析)

名古屋大学 工学部

・服部 剛, 大井 紘

1 緒言 近年製鋼プロセスの制御, 操作の目的から数多くの数学モデルが提出されてきた。その中で、現象がよくわからない, 測定が困難である, あるいは見通しを良くするためにモデルを単純化した等の理由により実際は状態変数の影響を受けて変化する値を定数とすることがある。(例 活量係数) しかしこの変化する値を定数とすることがモデル式の解にどれほどの影響をおよぼすかという数学的な吟味はなされていなかった。本研究ではこの変化する値をある基準値のまわりを変動するパラメータと考え、これがモデル式の解におよぼす影響を感度解析を用いて調べようとするものである。

2 感度解析 一定値パラメータを含む微分方程式を $\dot{x} = f(x, t, p_0)$, $x(t_0) = x_0$, p_0 を基準として変動するパラメータを含む微分方程式を $\dot{x} = f(x, t, p_0 + \epsilon v(t))$, $x(t_0) = x_0$ とすればパラメータ変動に対する微分方程式の解の感度は $U(t, p_0) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \{x(t, p_0 + \epsilon v(t)) - x(t, p_0)\} / \epsilon$ となる。そこで微小な $\Delta \epsilon$ を考えれば $|x(t, p_0 + \Delta \epsilon v(t)) - x(t, p_0)| = \Delta \epsilon U(t, p_0)$ となり $U(t, p_0)$ を計算することによりパラメータの変動がどの程度微分方程式の解に影響をおよぼすかの見当がつけられる。ところで $U(t, p_0)$ は次の式を満足する。

$\dot{U}(t, p_0) = G(t, p_0)U(t, p_0) + H(t, p_0)v(t)$ (感度方程式) ここで $G(t, p_0) = [\partial f_i / \partial x_j]$, $H(t, p_0) = [\partial f_i / \partial p]$ である。

一般に $v(t)$ の関数型は明らかではないが、もし $v(t)$ の変動する中の限界さえ推定できるならば、すなわち $|v(t)| \leq l_0$ となる l_0 がわかれば感度は次のような値以下におさえることができる。¹⁾

$|U(t, p_0)| \leq l_0 \int_{t_0}^t |G(\tau, p_0)| d\tau$ ここで $G(\tau, p_0)$ は $\dot{\Phi}(\tau, p_0) = G(\tau, p_0)\Phi(\tau, p_0)$, $\Phi(t_0, p_0) = I$ (単位行列) を満足する。

以上のことを総括すると $\Delta x(t) = |x(t, p_0 + \Delta \epsilon v(t)) - x(t, p_0)| \leq \Delta \epsilon \int_{t_0}^t |G(\tau, p_0)| d\tau$ となり $\Delta x(t)$ の上界を知ることにによりパラメータを p_0 とした解からパラメータが変動する解が、時間が変化するとどの程度ずれていくかを見積もることができる。

3 製鋼プロセスモデルへの感度解析の適用 従来製鋼プロセスモデル中ではヘンリー-基準においての希薄元素の活量係数は1とするのが普通であった。しかし実際には脱炭反応が進行するにつれて濃度の関数と見做されている活量係数は微小ながら変化する。そこでこの希薄元素の活量係数を1を基準として変動するパラメータと考え、これがモデルの解におよぼす影響を調べる。モデル式はFruehanのAODプロセスモデル²⁾を取り上げた。図1に炭素, クロムの活量係数をともに1としたときの各濃度を、また図2にはクロムの活量係数を基準値1から最大0.5変化させたとき、図1の各濃度から最大どの程度ずれるかを示したものである。このような活量係数の大きな変化も、炭素, クロム濃度にはさほど影響しないことがわかる。次に炭素の活量係数についても基準値を1, 最大変化中を0.5として同じことを調べた。(図2中の破線) 以上の結果から、ここに示した例においては炭素, クロムの活量係数が反応の進行に伴って変化しても、これらを定数1としてよいことが確かめられた。

記号 x ; n 次元状態ベクトル $\dot{x}$; n 次元ベクトル関数

G ; $n \times n$ 行列 Φ ; $n \times n$ 遷移行列 H ; n 次元ベクトル

参考文献 1) 大井 : 化工協会第8回秋季大会予講集(1974)E215

2) R.J. Fruehan : Ironmaking and Steelmaking, 3(1976) P153

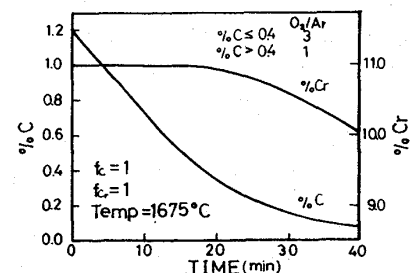


図1 基準活量に対する濃度

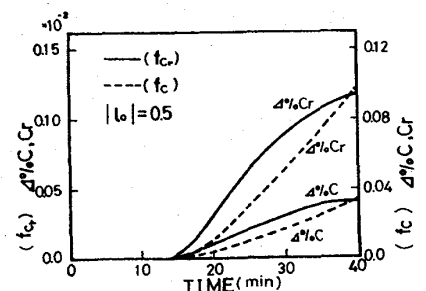


図2 活量変化による濃度変動