

(73) 角柱からの自然対流伝熱の数値計算

東京大学 工学部

吉 沢 昭 宣

藤 崎 昌 伸 ○ 佐 久 田 博 司

1. 緒言 昨年度、垂直平板からの自然対流伝熱について、McAdams による実験式と、シミュレータによる計算値を比較して、良い一致をみた。(1)。今回は、角柱からの自然対流伝熱について計算結果を報告する。結果の検討は、Nu数の非定常における時間変化、および、定常値によって行った。又、現象把握の補助手段として、8 ミリアニメーションフィルムを作成した。

2. 基礎方程式 解くべき基礎方程式系と、補助方程式を以下に示す。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (\text{Eq.1})$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \mathbf{v}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v}) + \nabla p - \rho \mathbf{g} + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} = 0 \quad (\text{Eq.2})$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \nabla \cdot (\rho E \mathbf{v}) + \nabla \cdot (p \mathbf{v}) - \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{g} + \nabla \cdot (\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{v}) + \nabla \cdot \mathbf{q} = 0 \quad (\text{Eq.3})$$

$$p = \rho R T \quad (\text{Eq.4})$$

$$\mathbf{q} = -k \nabla T \quad (\text{Eq.5})$$

$$E = U + \frac{1}{2} \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} \quad (\text{Eq.6})$$

$$U = C_v T \quad (\text{Eq.7})$$

ここで、流体は、(a) Newtonian fluid で、(b) Stokesの仮定が成立する、(c) 理想気体であると仮定する。

3. 解法および境界条件

(Eq-1) - (Eq-7) の連立偏微分方程式を数値的に解くために、SOR を

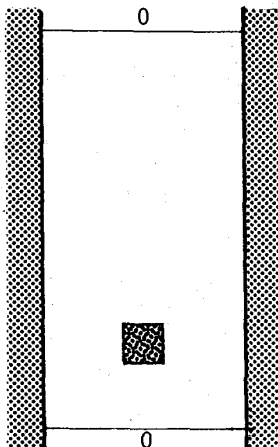


Fig.1

Boundary condition

0 : outflow boundary

: solid wall

: hot bar

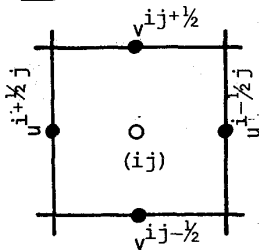


Fig.2

The location of the variables in a cell

NOTATIONS

E: total energy per unit volume [$L^2 T^{-2} \theta^{-1}$], g: potential force per unit mass [$L T^{-2}$], p: pressure [$ML^{-1} T^{-2}$], R: gas constant [$ML^2 T^{-2} mol^{-1} \theta^{-1}$], T: temperature [θ], U: internal energy per unit mass [$L^2 T^{-2}$], v: velocity of fluid [LT^{-1}], $\boldsymbol{\tau}$: sheare stress tensor [$ML^{-1} T^{-2}$], t: time [T], q: heat flux [MT^{-3}], C_v : specific heat of const.vol. [$L^2 T^{-2} \theta^{-1}$], $\nabla = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}$

多変数に拡張した、連立SOR を適用する。境界条件はFig 1 に示す。系は二次元で、空間の分割に対する変数のallocationはFig 2 の通りである。初期条件は、 $t = 0.0$ において等温 ($T_0 = 273K$) の静止した空気中で、角柱の温度が急に、 $T_1 (= 323K)$ に上昇し、4.2 秒後に、 $T_2 (= 373K)$ に上昇するという設定である。

4. 結果 単一球からの自然対流に関する半実験式 (Eq-8) がよく知られているため、それと計算値を比較した。実際には、(1) 重力のない場合、(2) 重

$$Nu = 2.0 + 0.6 (Gr)^{1/4} (Pr)^{1/3} \quad (\text{Eq.8}) \quad (2)$$

力のある場合を行った。(1) ではNu数は、時間とともに2.0 に漸近していき、この場合に、計算は健全に行われていることが分かった。(2) では、実験式から求められたNu数、($Nu = 5.11, Gr = 725, Pr = 1.0$, at $T = T_1$: $Nu = 5.70, Gr = 1450, Pr = 1.0$, at $T = T_2$) と、計算値 ($Nu = 5.12$, at $t = 4.00$: $Nu = 5.38$, at $t = 6.00$) を比較した。 $T = T_1$ におけるNu数は、誤差0.2% であるが、 $T = T_2$ では6%程存在する。これは、境界条件のために、自然対流が拘束されるという予想に合致する。

なお、非定常から、定常状態への遷移を、8 ミリフィルムのアニメーションに撮影したので、結果の詳細とともに当日上映する。

文献(1) 鉄鋼協会講演大会 77-S460

(2) BIRD et al TRANSPORT PHENOMENA

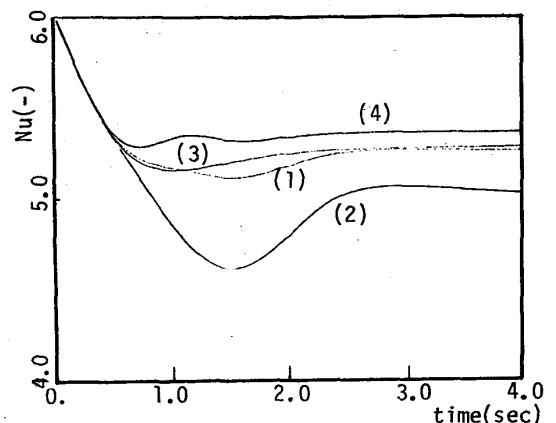


Fig.3 time vs. Nu (Gr=725.)

(1) average, (2) up side, (3) down side, (4) left & right side.