

論 文

UDC 669.187.26 : 621.365.3 : 536.421.4

限界凝固速度にもとづく ESR 炉スケール・アップに関する考察*

増 子 昇**・佐 野 信 雄***

Estimation of Melting Parameters of a Large ESR Furnace
Based on Limiting Solidification Rate

Noboru MASUKO and Nobuo SANO

Synopsis:

Summarizing the results of previous investigations on ESR furnaces with ingot diameter from 2 to 60 cm, the empirical equations to express the relations between ingot diameter (D : cm) and various melting parameters have been derived. According to these findings ingot diameter, electrode diameter, slag depth and melting rate are selected as basic parameters, and the dependencies of all other melting parameters on ingot diameter are determined by the former four.

The thermal balance between the cooling capacity and the heat release on solidification being taken into account, it is shown that the limiting condition $D \cdot u < 1.9 \text{ cm}^2/\text{sec}$ (u : solidification rate cm/sec) must be satisfied for larger ESR ingots. This means that the solidification rate should be in inverse proportion to ingot diameter when it exceeds 100 cm, while the rate is constant ($\approx 0.01 \text{ cm/sec}$) for smaller ingots.

Accordingly, the melting rate will increase with ingot diameter linearly rather with its square as expected. At the same time the energy consumption (kWh/kg) will begin to increase beyond the optimum ingot diameter, which suggests that the excessive scale-up of an ESR furnace might not be favorable from the viewpoint of thermal economy.

1. 結 言

ESR (Electro Slag Remelting) 炉はこれまでの内外諸家の基礎研究の成果の上に立つて大型化ないしは操業の安定化など実用技術としての展開の時期にあるといえる。すでに ESR 炉に用いられるスラグの基礎的な物性値などが明らかにされ、溶解パラメータ相互の関係、熱収支などの間に成り立つ経験法則が一通り理解されている。たとえば井上ら¹⁾の実験例の集録、とくに電流 I と溶解電極直径 d との間に成り立つ比例関係の発見などは現時点での成果といえるであろう。

これまで諸家の研究はモールド直径 D を一定にした条件下での各種溶解パラメータ間の関係を求めるものが主流を占めていたのに対し、数多くの研究例から一つの D に対して一つのパラメータが対応する形に集約して ESR 炉の全般的な特徴をつかむことが井上ら¹⁾ によつて始

めてなされた。われわれはこの方針を拡大して、特に ESR 炉の大型化に際して重要となる基本的諸関係を求めることを行なつた。

2. 限界凝固速度

井上らの集録したインゴット直径 2 cm から 60 cm におよぶ実験例の中でほぼ一定値をとるパラメータが凝固速度 u (cm/sec) であることに気がついた。Fig. 1 は溶解速度 V (kg/min) とインゴット直径 D (cm) との関係であり、 V が D^2 に比例する関係すなわち u が一定であることを示している。

このことは凝固速度が一方では鑄塊の材質にとって必要な冶金学的条件である値以下を要求され、一方では操業時間、経済性などの観点からある値以上を要求されるといった性質の量であり、種々の便宜から内外の研究者にとってほぼ一定の値 (0.01 cm/sec 近傍の値) に保持

* 昭和 49 年 4 月本会講演大会にて発表 昭和 49 年 12 月 12 日受付 (Received Dec. 12, 1974)

** 東京大学生産技術研究所 工博 (Institute of Industrial Science, the University of Tokyo, 7-22-1, Roppongi, Minato-ku, Tokyo 106)

*** 東京大学工学部 工博 (The University of Tokyo)

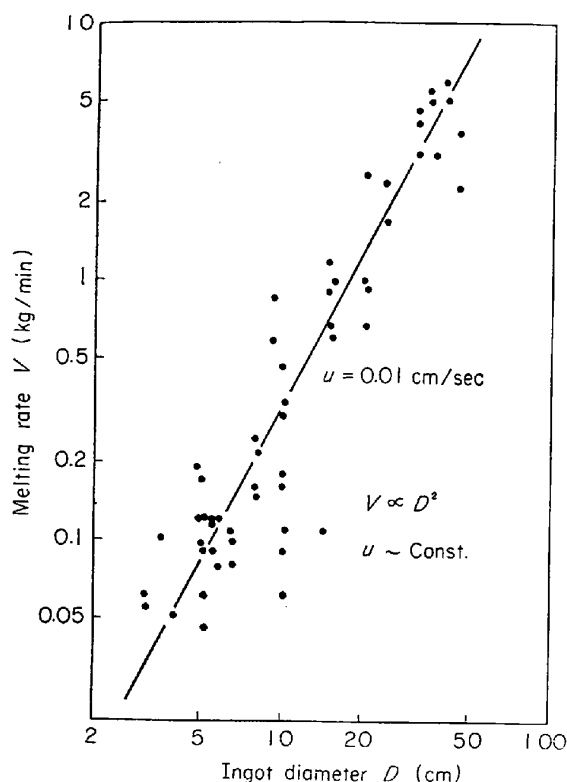


Fig. 1. Melting rate vs. ingot diameter.

されてきたものであると推測される。

直径が 60 cm 以上のインゴットについては実験例、報告例はあまり多くはないが、 u を一定に保つたままインゴット直径を大きくすることは不可能である。どの位の直径までは u を一定にとれるか、また D の大きい所では凝固速度を支配する法則はどのようなものであるかをモデル計算によつて以下のように求め、インゴット直径 D と最大凝固速度 u^* (cm/sec) との間には $D \cdot u^* = 1.94$ (cm²/sec) の関係があることを見出した。

Fig. 2 に示すように直径 D 、長さ l の円筒形のインゴットを考える。側壁と底部とは冷却水で温度 T_0 に保たれており、インゴット頭部は凝固温度 T_m に保たれているものとする。ここでメタル・プールとインゴットとの界面を簡単のために水平と仮定した。最大の凝固速度は頭部の面積 $\pi D^2/4$ から側壁および底部へぬける熱の流れがちょうど凝固の潜熱を奪い去る量に等しいとおいて求めることができる。以下このようにして求められる最大凝固速度を限界凝固速度と呼ぶことにする。実際に操業される u は必ず u^* より小でなければならない。

Fig. 2 のモデルにもとづく定常伝熱の問題を解く。円筒座標系で (r, x) を変数にとる。

$$\text{熱伝達方程式} \quad \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

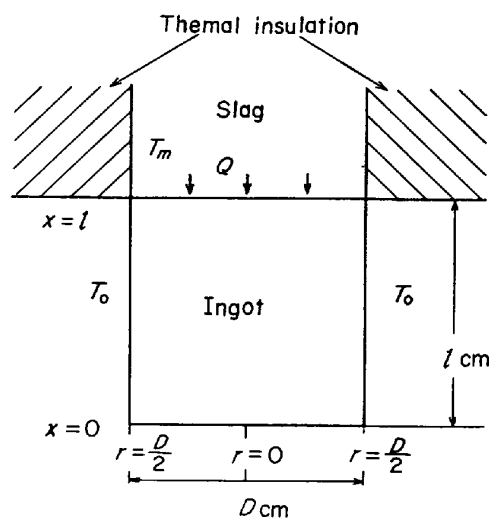


Fig. 2. Model for the calculation of limiting solidification rate.

$$\begin{aligned} \text{境界条件} \quad & x=0, \quad T=T_m \\ & x=l, \quad T=T_0 \\ & r=D/2, \quad T=T_0 \end{aligned}$$

頭部を通過する熱の総量 Q (cal/sec) は次式で与えられる²⁾。

$$\begin{aligned} Q &= -2\pi k \int_0^{D/2} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=0} r dr \\ &= 4\pi k (T_m - T_0) \sum_n \frac{\coth l \alpha_n}{\alpha_n} \quad \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

ここで α_n は次の式の解である。

$$J_0 \left(\frac{D \alpha_n}{2} \right) = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

この場合には次のような近似式で表される。ただし α としては(4)式、(5)式ともに α_1 から α_8 までとつて数値計算を行なつた。

$$l \gg D/4 \quad Q = 2.015 \pi k D (T_m - T_0) \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$l \ll D/4 \quad Q = 0.238 \pi k D^2 (T_m - T_0) / l \quad \dots\dots\dots (5)$$

凝固潜熱はこの Q の値よりも小でなければならないから次式が成立する。

$$Q > u \cdot \pi \cdot D^2 \cdot \rho_M \cdot \Delta H / 4 \quad \dots\dots\dots (6)$$

一般的な場合として(4)の場合をとると

$$\begin{aligned} u \cdot D &< 8.06 k (T_m - T_0) / (\rho_M \cdot \Delta H) \\ &= 1.94 \text{ (cm}^2/\text{sec)} \quad \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

ここで k は T_m と T_0 との平均温度での熱伝導度 (0.08 cal/cm·sec·deg), ρ_M は密度 (7.5 g/cm³), $T_m - T_0 = 1500^\circ\text{C}$, $\Delta H = 66.5$ cal/g として計算した。

インゴット直径 D を決めると $u^* = 1.94/D$ で与えられる u^* よりも大きな凝固速度で凝固させることは不可能となる。 u^* よりも大きい速度ということは金属液滴がスラグ中で凝固して単にモールド中に堆積することを

意味し、ESR 炉としての意味をもたなくなる。ここで得られた特性値 $1.94 \text{ cm}^2/\text{sec}$ は鋼塊の製造における凝固係数と密接に関連する値である。その平方根を $(\text{mm}/\text{min}^{1/2})$ のディメンジョンで表わすと $107 (\text{mm}/\text{min}^{1/2})$ となり連続製造での凝固係数約 $30 (\text{mm}/\text{min}^{1/2})$ はこの最大値の $1/3.6$ 、砂型鑄物の場合の凝固係数約 $13 (\text{mm}/\text{min}^{1/2})$ は $1/8.2$ となる。このことはここで得られた特性値の妥当性を示している。

第4回 ESR 会議での LUCHOK の論文³⁾におけるスケール・アップの議論では直径 3m のインゴットを 8000 lb/hr の速度で凝固させる計画であり、換算すると $u = 0.0019 \text{ cm/sec}$, $uD = 0.57 \text{ cm}^2/\text{sec}$ となり限界値の $1/3$ である。

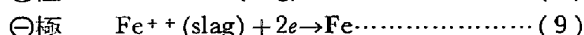
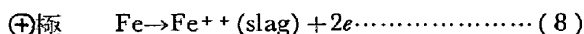
冶金学的にみて健全な鑄塊を得るに必要な u の下限があるとすれば、それが達成できなくなる D が ESR のスケール・アップの一つの上限を求めることになる。また大型化では u の低い所での鑄塊の性質の研究が重要となる。

3. ESR 炉の熱収支と溶解パラメータ相互の関係

前節ではスラグ壁を断熱し、スラグ温度は凝固点に近く、凝固の潜熱がインゴットを通して奪われる速度で凝固速度が決まるという形で u の限界値 u^* と D との関係求めた。現実にはスラグと接する壁からの伝熱が大きな割合を占めている。ここでは電流 $I(\text{A})$ 、電圧 $E(\text{V})$ で操業したときの入力 $IE(\text{W})$ の D に対する依存を考察するためにスラグ壁からの伝熱速度を計算してみる。

次元解析を行なうためにはスラグの流動速度に関するデータが必要であるが、直接的なデータがないので以下のように定常的なスラグ中の鉄濃度から推算した。

例えば $D = 20 \text{ cm}$, $j = 20 \text{ A/cm}^2$, $u = 0.01 \text{ cm/sec}$ といった例を考える。スラグはイオン伝導体であり、 20 A/cm^2 の電流は大部分スラグ中の Ca^{++} イオンと F^- イオンによつて運ばれる。しかし電極およびインゴットとスラグとの界面でおこる電荷の移動は定常に達した所では次の鉄電極反応で支配的に起こるものと考えられる。



ファラデーの法則から換算した鉄の移動速度は 20 A/cm^2 で 0.0008 cm/sec に相当し、全凝固速度 0.01 cm/sec の約 8% である。もし溶解電極がアノードになるような操業をすれば液滴としての物質移動にこの電流分が加えられる。逆にインゴットがアノードになる操業を

すればこの電流による分はインゴットから電極への鉄の移動を意味する。

全体としての融解および液滴による移動にくらべて電流による分の寄与は小さいが 20 A/cm^2 に相当する鉄イオンの移動量は無視できない大きさである。スラグ相内部では Ca^{++} イオンと F^- イオンで電氣量が運ばれるとしても、電極反応に必要な鉄は流動で運ばなければならない。鉄イオンのフラックスは次式で与えられる。

$$q_{\text{Fe}^{++}} = -D \frac{\partial C}{\partial x} + \bar{V} \cdot \bar{C} \dots \dots \dots (10)$$

実際にはスラグの流動が激しいので拡散にもとづく第1項は無視できると考えられる。定常における FeO の濃度 $0.3 \text{ モル}\%$ ⁴⁾ から求めた鉄イオンの濃度 $\bar{C}$ を用いて流動速度 $\bar{V}$ を計算すると 1.0 cm/sec となる。ここでスラグ組成 $\text{CaF}_2 \sim 30\% \text{ Al}_2\text{O}_3$ に対する密度 $\rho_s = 2.85 (\text{g/cm}^3)$ を用いた。この 1.0 cm/sec が現実の値として妥当かどうかについて筆者らは判断の材料を持っていないが、以下のようにこの $\bar{V}$ を用いた次元解析の結果はこれまでの経験と大きくかけ離れるものではない。

つぎに次元解析法によつてスラグと接する壁からの伝熱量 Q を計算する。MAULVAULT ら⁵⁾の研究データが詳しいのでこの条件を例に選んだ。ただしこの場合は条件が前の例と大幅に異なり、しかもスラグ中の FeO 濃度に関する記述がないので $0.3 \text{ モル}\%$ と仮定し、前述の方針で推算した所平均流動速度 $\bar{V}$ として $1.83 \text{ cm}^2/\text{sec}$ を得た。

$Re < 10^5$, $Pr > 0.7$ では平均ヌッセルト数 $\bar{Nu}$ に対して次の式が適用できる⁶⁾。

$$\bar{Nu} = 0.646 Re^{1/2} \cdot Pr^{1/3} \dots \dots \dots (11)$$

$C_p = 0.3 \text{ cal/g} \cdot \text{deg}$, $\mu = 0.26 \text{ poise}$, $k_s = 2.9 \times 10^{-3} \text{ cal/cm} \cdot \text{sec} \cdot ^\circ\text{C}$ とすれば

$$Pr = C_p \cdot \mu / k_s = 26.9 \dots \dots \dots (12)$$

スラグ厚さ $L = 3.5 \text{ cm}$, $\rho_s = 2.6 \text{ g/cm}^3$, $\bar{V} = 1.83 \text{ cm/sec}$ を用いると

$$Re = L \bar{V} \rho_s / \mu = 64.0 \dots \dots \dots (13)$$

従つて $\bar{Nu} = hL/k_s = 15.5$ $h = 0.013 \text{ cal/cm}^2 \cdot \text{sec}$ が得られ、 Q_s は次式で与えられる。

$$Q_s = h(\pi DL) \Delta T \dots \dots \dots (14)$$

ここで $D = 5.08 \text{ cm}$, ΔT (スラグと壁との温度差) = 1600°C とすれば $Q = 1150 \text{ cal/sec}$ となり、電力から計算した全発熱量 3590 cal/sec の 32% がスラグ壁から冷却されるように計算される。この計算ではスラグ壁からの伝熱は壁の表面積 πDL に比例するものとしてある。

さらに fill ratio (ここでは電極直径/インゴット直径

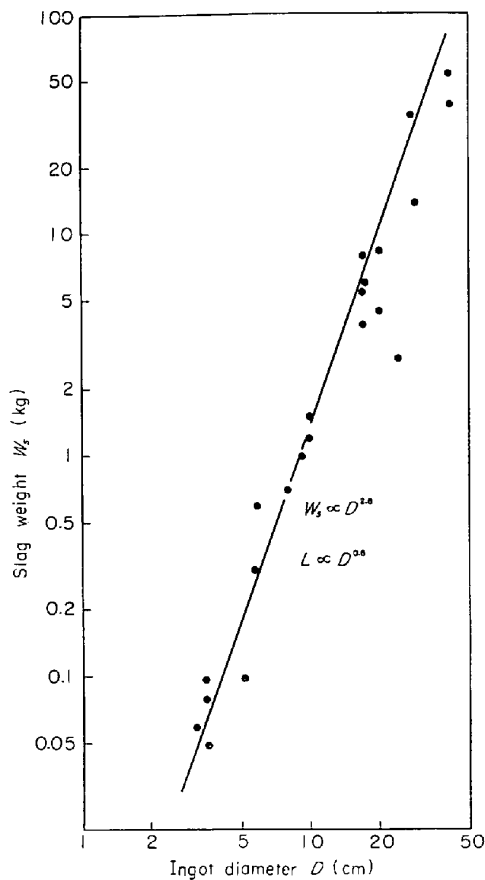


Fig. 3. Slag weight vs. ingot diameter.

の比で定義する)を f とすると溶解電極の周囲からの放熱は $(1-f^2)D^2$ に比例する。また前節の計算で示したごとくインゴットからの冷却は D に比例するから定常状態における全入力 IE は熱の発散と釣合うものとして次のような形にかけらる。

$$IE = k_1 \cdot D + k_2 \cdot DL + k_3(1-f^2) \cdot D^2 \quad \dots\dots\dots (15)$$

k_1 はインゴットからの冷却, k_2 はスラグ壁からの冷却, k_3 は炉上部からの輻射による放熱の項を意味する。 k_1 , k_2 については数値計算の基本方針をすでに述べたが k_3 についての検討は行なっていない。

スラグ高さ L が D に対して求まると IE の D 依存性が評価できる。井上らの集録データの中からスラグ量 $W_s(\text{kg})$ と D との両対数プロットを行なうと Fig. 3 のように $D^{1.8}$ に比例している。 $W_s = 10^{-3}\pi\rho_s D^2 L/4$ であるから Fig. 3 の結果は L が $D^{0.8}$ に比例する関係と読み直すことができる。

(15)式は D , $D^{1.8}$, D^2 にそれぞれ比例する項の和であるので大まかにいって $D^{1.8}$ に近い依存性を持つことが推測できる。現実には入力 IE と D の両対数プロットから Fig. 4 に示したように $D^{1.6}$ の依存性が求まる。

前節では ESR 炉の基本パラメータとして u , および

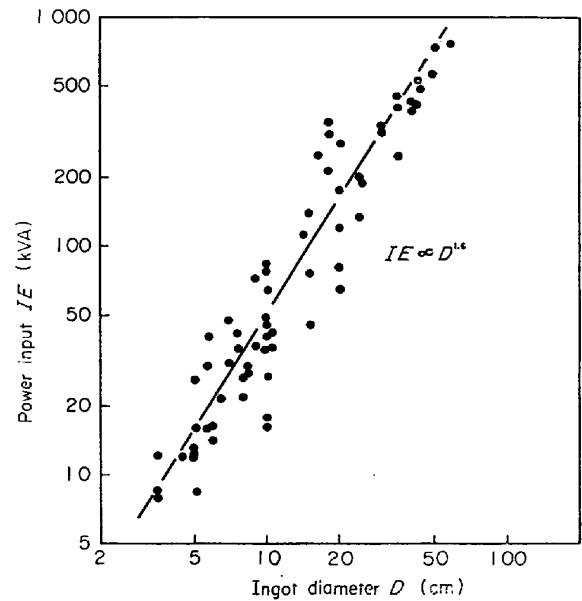


Fig. 4. Power input vs. ingot diameter.

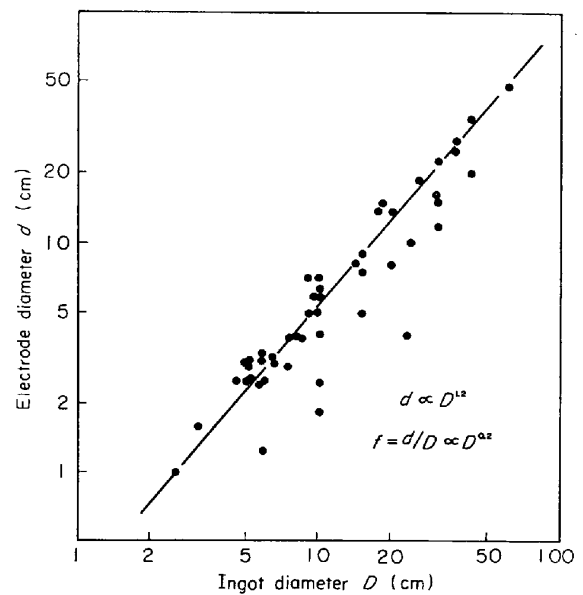


Fig. 5. Electrode diameter vs. ingot diameter (the relationship between fill ratio and ingot diameter is derived).

D を選んだが, さらに L , f を独立に選ぶと(15)式を通して IE は定まる。Fig. 5 に示すように f は $D^{0.2}$ に比例する。基本的な関係として次の三つを独立に設定する。

$$(I) \quad u = \text{一定} \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$(II) \quad L \propto D^{0.8} \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$(III) \quad f \propto D^{0.2} \quad \dots\dots\dots (18)$$

IE は上の基本的関係が与えられると(15)式を通じて定まる性格の量であるが k_1 , k_2 , k_3 の量的評価がまだ十分に行なえないので IE に関しても次の経験式を設定す

る。

$$(IV) \quad IE \propto D^{1.6} \dots\dots\dots (19)$$

この (I)~(IV) の条件から他の溶解パラメータの D 依存が導き出せることを次に述べる。まずモールド直径および溶解電極直径がともに D (すなわち $f=1$ とする) で高さ L のスラグ相が媒体となつているモデル的な炉を想定する。電極もインゴットも水平な界面をもっているものとする。種々の溶解パラメータと u , L , IE との関係を求めると次のようになる。

溶解速度

$$V \text{ (kg/min)} = 0.06 \rho_M (\pi D^2/4) u \propto D^2 u \dots (20)$$

スラグ重量

$$W_s \text{ (kg)} = 0.001 \cdot \rho_s \cdot (\pi D^2/4) \cdot L \propto D^{2.8} \dots (21)$$

エネルギー密度

$$\epsilon \text{ (Watt/cm}^3\text{)} = IE / (\pi D^2/4) L \propto D^{-1.2} \dots\dots (22)$$

$$\text{電流密度 } j \text{ (Amp/cm}^2\text{)} = \sqrt{\epsilon \cdot \kappa_s} \propto D^{-0.6} \dots (23)$$

ここで κ_s はスラグの比電導度である。ジュール加熱の特徴として熱はスラグのすべての部分で均一に発生すると考えると $j^2/\kappa_s = \epsilon$ となることを利用した。

$$\text{全電流 } I \text{ (Amp)} = j (\pi D^2/4) \propto D^{1.4} \dots\dots (24)$$

$$\begin{aligned} \text{電 圧 } E \text{ (volt)} &= IE/I = \epsilon (\pi D^2/4) L/I \\ &= jL/\kappa_s \propto D^{0.2} \dots\dots\dots (25) \end{aligned}$$

炉の幾何学的ディメンション D , L および凝固速度 u を独立に選ぶと IE が定まり同時に全電流 I および電圧 E がおのずと定まることがわかる。 I の D に対する依存性は (24) 式から $D^{1.4}$ に比例することが導かれるが、実測値のプロットもまた Fig. 6 に示すように $D^{1.4}$ に比例している。実際には電流密度の不均一にともなうスラ

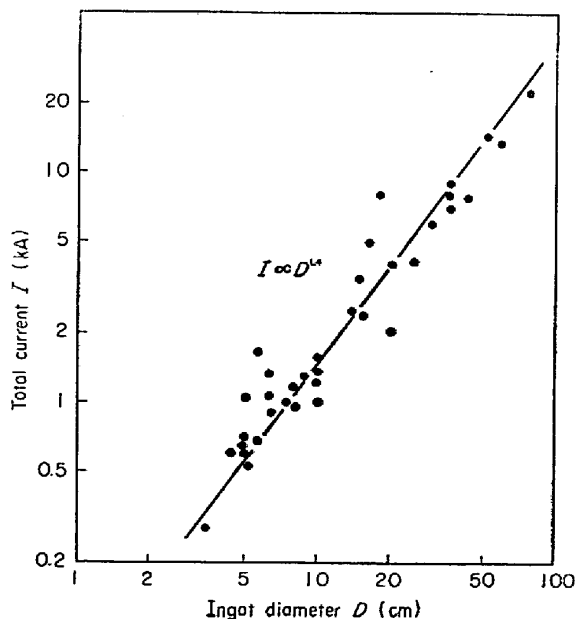


Fig. 6. Total current vs. ingot diameter.

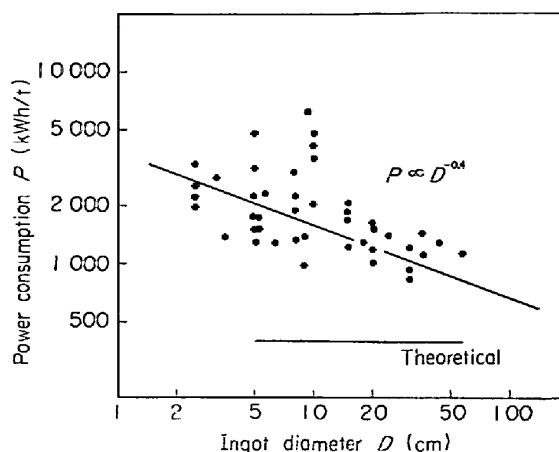


Fig. 7. Power consumption vs. ingot diameter.

グ温度の不均一、電気伝導度の不均一があるにもかかわらずそれらを平均化して単純なオームの法則によつて全電流値を導き出すことがそれ程乱暴ではないことがわかる。

$$\begin{aligned} \text{エネルギー消費 } P \text{ (kWh/kg)} &= 0.060 IE/V \\ &\propto D^{-0.4} \dots\dots (26) \end{aligned}$$

エネルギー消費 P についての D に対する依存性は (26) 式に示すように -0.4 乗に比例する形になる。一方実測値のプロットも Fig. 7 に示すように $D^{-0.4}$ に比例することが認められる。なお Fig. 7 の中の理論値は常温の鉄を熔融するのに必要な熱量を熱力学的数値から求めたものである。

井上¹⁾は電極直径 d と全電流の関係を求めて $I \propto d^{1.1}$ としたが、Fig. 5 のように $d \propto D^{1.2}$ を仮定すると (24) 式で与えたように $I \propto D^{1.4}$ であるから I は d に対しては $1.4/1.2=1.16$ の依存性をもつことになる。このように井上¹⁾の見出した経験則によつて立つ基本的な関係が明らかにされた。

(20)~(26)の溶解パラメータ間の一般的関係はスケール・アップの考察に際して基本的な変数として何を選ばよいかの指針を与える。たとえば Mitchell のパラメータは $EIfD/L$ で表される量であり (17), (18), (19) を用いると D^2 に比例しているパラメータである。梶岡²⁾は Mitchell パラメータと溶解速度 V との関係を図示しているが (Fig. 8), 両者が比例することは井上¹⁾の集録したデータの範囲内で示される $V \propto D^2$ と同じ関係式とみてよいであろう。

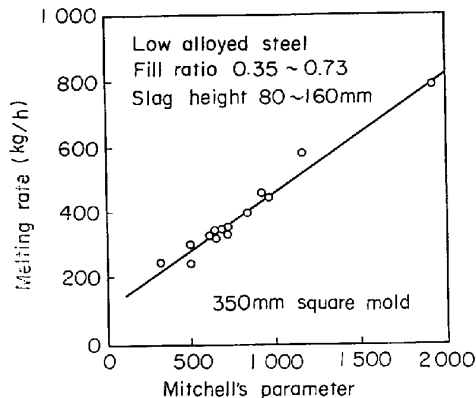
これまで述べてきた経験的に得られた諸関係を $D=50$ cm の値を基準にして一括したのが Table 1 である。この代表的諸元をそれぞれの D 依存項の指数 n によつて外挿することで他の D の値に対する代表値を求めることができ、経験則の範囲内である 2 cm~60 cm では良い値

Table 1. Estimation of various parameters for the production of ingot with the diameter of 200 cm.

Parameters	Unit	Representative values ($D=50$ cm)	Estimated values ($D=200$ cm)			
			Simple extrapolation of empirical relations		Scale up on the basis of the limiting condition $Du=0.5$	
			Exponent n for D^n	Estimation	Exponent n for D^n	Estimation
Solidification rate : u	cm/sec	0.01	0	0.01*	-1.0	0.0025
Slag depth : L	cm	29	0.8	88	0.4	50
Power input : IE	kW	750	1.6	6 900	1.4	5 200
Melting rate : V	kg/min	8.8	2.0	140	1.0	35
Slag weight : W_s	kg	150	2.8	7 300	2.4	4 200
Energy density : ϵ	W/cm ²	13	-1.2	2.5	-1.0	3.2
Current density : j	A/cm ²	7.6	-0.6	3.3	-0.5	3.8
Total current : I	kA	15	1.4	100	1.5	120
Voltage : E	V	50	0.2	56	0	50
Power consumption : P	kWH/kg	1.36	-0.4	0.78	0.4	2.4
Electrolytic parameter : u_F/u^{**}		0.029	-0.6	0.013	0.5	0.058

* This rate is not attainable owing to the limiting condition $u < 0.0095$.

** Calculated as a ratio of the flux of electrolytically transferred iron ($\text{Fe}^{++} + 2e \rightarrow \text{Fe}$) to the solidification rate.


 Fig. 8. Melting rate vs. Mitchell's parameter.⁷⁾

を与える。この外挿式を $D=200$ cm まで拡大したときの予測値を同じく Table 1 に示した。この場合 u の値が限界値をこえてしまう結果が得られた。 $D=200$ cm へのスケール・アップは (16)~(19) 式を前提にできないこととなり、これに代わる新しい基本的関係を選定することが必要となる。この場合でも (20)~(26) 式の一般式は保存されるがその一般式に (16)~(19) 式の関係を入れて求めた D への依存性を示す指数は変化する。

4. u^* で制約される D へのスケール・アップ

前節で述べたように $D=200$ cm では凝固速度が限界値に達しているので ESR 炉の諸元の予測には Table 1 の経験式による D 依存は使えなくなる。Fig. 1 のデータを u と D との関係に換算した上でプロットし直すと Fig. 9 になる。先に求めた限界凝固速度 $u^*D=1.9$ の関係と井上らの集録以後の文献に現われた特に D の大きい所でのデータとがつけ加えてある。 D が小さい範囲で u が一定であつたものが D が 50 cm より大では D と u の積一定

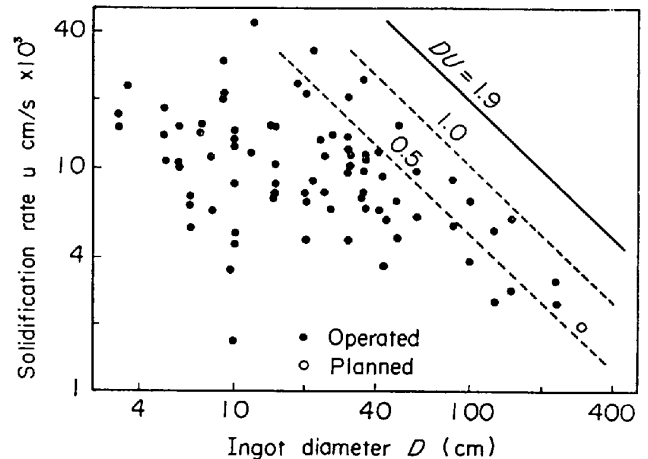


Fig. 9. Solidification rate vs. ingot diameter.

(0.5 cm/sec) の関係に変化している。

Du の積一定の条件は前に述べたように ESR 炉のもつ本質的な制約と密接に関係している。 D の大きい所では当然考えられる制約条件である。大型化の予測を行なうには理論的考察の背景をもつた経験則として (16) 式の代わりに次の (27) 式をとりあげるべきである。

$$(1') \quad u \propto D^{-1.0} \dots\dots\dots (27)$$

次に大型化した場合のスラグ高さ L の D 依存を考える。大型化によつて電圧 E は増大せずむしろ減少する傾向のあることを考慮に入れて E 一定を一つの規準に考えると (25) 式による電圧の値が D に依存しなくなるためにとるべき L の値として $D^{0.4}$ の依存性が出てくる。大型化に伴つてスラグ高さはそれ程大きくはならないことを考えても D への依存性が弱くなるとすることは妥当であろう。このことから (17) 式に代る条件として次の (28) 式をとりあげる。

$$(II') \quad L \propto D^{0.4} \dots\dots\dots (28)$$

大型化に伴って f は変化しなくなるものと仮定すると (18) 式の代わりに次の (29) 式が考えられる。

$$(III') \quad f = \text{一定} \dots\dots\dots (29)$$

入力 IE としては (15) 式の k_3 の二乗項と k_1 の比例項を相殺して少々乱暴だが k_2 の壁からの冷却に依存する DL の積に比例する項で代表する。(28) 式を考慮に入れて次の (30) 式が得られる。

$$(IV') \quad IE \propto D^{1.4} \dots\dots\dots (30)$$

(27)～(30)の4つの基本的条件を前提にして $D=200$ cm における溶解パラメータの諸元を予測したものの例を同じく Table 1 に示した。(28), (29), (30) については必ずしもこれでなければならないという確固たる理由があるわけではないが、さまざまな影響を考慮に入れても指数 n のとりうる範囲は狭く限られており Table 1 の予測にあまり大きな変化を与えるものではない。

$Du=0.5$ cm/sec で基本的に性格づけされた予測式にもとづく値をみて最も特徴的なことは溶解速度 V が D^2 でなく単に D に比例するという点であり、生産性はあまり増加しなくなる。またエネルギー消費 P が $D^{-0.4}$ の依存性から $D^{0.4}$ の依存性に変化し、スケール・アップによつて P が増大する傾向をもつてくることになる。

エネルギー密度 IE/D^2L は $D^{-1.0}$ に比例する。したがって平均の電流密度 j は $D^{-0.5}$ 、全電流 I は $D^{1.5}$ に比例することになる。(29) 式のように f 一定とすれば、全電流と溶解電極直径 d との間には $D^{1.5}$ の依存性がみられることになり井上らの見出した経験則は d の大きな所で少し勾配を急にしようになるものと予測される。

(15) 式で示したように入力 IE は $D^1 \sim D^2$ の間の依存を示すから $P \propto IE/V \propto (D^1 \sim D^2)/D^2u$ となり、もし u を一定もしくは D に対して増加させるような形でスケール・アップが可能ならば $P \propto D^{-1} \sim D^0$ となり電力原単位を下げるのが可能になる。これに対して Du を一定にして大型化せざるをえない所にくると $P \propto D^0 \sim D^1$ となりどうしても原単位を上げざるを得ない。

ESR 炉というのは定常的なメタル・プールを形成して凝固させる所が本質的な特徴であり、その制約条件が Du 一定である。この制約をこえて Du を大にすることは前に述べたようにスラグ相中で液滴を固めることになる。もしインゴットの凝固速度でなしに電極の溶解速度として u を考えればメタル・プールの生長が凝固より速くなり単なる溶解炉になってしまう。ESR 炉では大型電気炉にみられる溶解の電力原単位 500 kWh/t まで下げることが多分不可能であろう。

井上らの集録にみられる範囲内での ESR 炉に対する

種々の経験則を D を大きくすると変えなければならない。 $D=50$ cm あたりがその切替の大きさであるが、 $D=100$ cm あたりまでは経験則で予測がつくとしてよい。このことから $D=100$ cm をこえた ESR 炉はあまり能率のよいものになるとは思われない。大型化に伴う熱的、経済的な不利を補うに余りある材質上の利点があるのかどうか今後のスケール・アップの上限をきめるであろう。

5. ま と め

まず ESR 炉のスケール・アップに関してはインゴット直径 D と最大凝固速度 u^* との間に $Du^*=1.9$ cm²/sec の限界があることを示した。実際の凝固速度 u は u^* より小さな値をとる。 D が 50 cm 以下では内外諸家の実験データは $u=0.01$ cm/sec の近傍の値をとっている。しかし D が 50 cm 以上になると u を一定にとる熱的余裕がなくなり、ESR 炉にとって本質的な制約条件である Du 一定の関係がみられるようになる。

次に電流密度とスラグ中の鉄の濃度の定常値とからスラグの平均流動速度 $\bar{V}$ を推算し、この値を用いて次元解析によつて熱収支（特にスラグ壁からの冷却）の計算を行なった。この結果は一応妥当なものであつた。定常における入力 IE が D , L , f の3つの幾何学的因子で定まることを示した。

次に井上らの集録したデータを利用して従来までの諸家の実験例を支配している経験法則の集約を行なった。単純化された ESR 炉のモデルに基づいて種々の溶解パラメータから算出することを行ない、計算値を実測値との対応を調べて満足すべき結果を得た。これまで数多くの溶解パラメータが提案されているがそれらが基本的にどんな相互関係で結びつけられているかを解き明かす糸口を与えるものである。

最後に限界凝固速度 u^* で制約される D までスケール・アップしたときの基本的な溶解パラメータがどのような数値をとるかを予測した。特に電力原単位 (kWh/kg) は $D^{0.4}$ に比例して増加することを推測した。

この論文は井上道雄、小島康、加藤誠の3氏の労作¹⁾ をもとにして作ることができました。ここに3氏に深い感謝の意を表します。

記 号

D : 鑄塊直径 (モールド直径)	(cm)
E : 電圧	(V)
ΔH : 鋼塊の凝固潜熱	(cal/g)
I : 全電流	(kA)
IE : 全入力	(kW)

L : スラグ高さ	(cm)
$\overline{Nu}$: 平均ヌッセルト数	
P : エネルギー消費量(電力原単位)	(kWh/kg)
Pr : プラントル数	
Q : 単位時間当たり鋳塊から除去される全熱量	(cal/sec)
Q_s : 単位時間当たりスラグ壁から除去される全熱量	(cal/sec)
Re : レイノルズ数	
T : 鋳塊温度	(°C)
V : 溶解速度	(kg/min)
W_s : スラグ重量	(kg)
$\overline{C}$: スラグ中の鉄濃度	(mol/cm ³)
C_p : スラグの比熱	(cal/g·deg)
d : 溶解電極直径	(cm)
f : fill ratio d/D	
h : スラグのみかけ伝熱係数	(cal/cm ² ·sec)
j : 電流密度	(A/cm ²)
k : 鋳塊の熱伝導度	(cal/cm·sec·deg)
k_s : スラグの熱伝導度	(cal/cm·sec·deg)
l : 鋳塊長さ	(cm)

n : スケール・アップの式における D の指数	
u : 凝固速度	(cm/sec)
u^* : 限界凝固速度	(cm/sec)
$\overline{V}$: スラグの平均流動速度	(cm/sec)
ε : スラグ内の発生エネルギー密度	(W/cm ³)
κ_s : スラグ比電導度	(ohm ⁻¹ ·cm ⁻¹)
μ : スラグの粘度	(g/cm·sec)
ρ_M : 鋳塊の密度	(g/cm ³)
ρ_s : スラグの密度	(g/cm ³)

文 献

- 1) 井上, 小島, 加藤: 学振 19 委 9680 (反応 353)
- 2) H. CARSLAW and J. JAEGER: "Conduction of Heats in Solids" Oxford (1959), p. 219
- 3) J. LUCHOK: Proc. of the 4th Int. Sym. ESR (1973), p. 346
- 4) D. N. PLOCKINGTON: JISI, 211 (1973), p. 419
- 5) M. A. MAULVAULT and J. F. ELLIOTT: Elec. Fur. Proc. (1970), p. 8
- 6) J. SZEKELY and N. J. THEMELIS: "Rate Phenomena in Process Metallurgy", Wiley-Interscience (1971), p. 236
- 7) H. KAJIOKA, K. YAMAGUCHI, N. SATO, K. SOEJIMA, and S. SAKAGUCHI: Proc. of the 4th Int. Sym. ESR (1973), p. 102