

論 文

UDC 621.746.27.047 : 620.18 : 536.421.4

湾曲型連続鋳造スラブの凝固プロフィルの理論解析*

宮沢憲一**・巖***

Theoretical Analysis on the Solidification Profiles of Slab in Circular-arc Type Continuous Casting Machine

Ken-ichi MIYAZAWA and Iwao MACHI

Synopsis:

Taking the mushy zone into considerations, a mathematical model for estimating the solidification profiles of slab in the circular-arc type continuous casting machine has been developed by the use of the integral profile method. This work represents the first published attempt to predict the solidification process in the machine like this.

The results calculated from the model proposed in this paper show that the nonsymmetry in solidification profiles between the upper side and the lower side of the slab is considerably small if the both sides of the slab are kept at the same cooling condition, and that the effects of the curvature of the machine on the nonsymmetry mentioned above are negligibly small.

(Received Nov. 21, 1973)

1. 緒 言

現在実用されている鋼の連続鋳造機には、垂直部と曲げ部を組合せたものや、曲げ部の曲率の相違によつて種々の形があり、各連鋳機の特性は、割れや断面形状の変形などの欠陥、非金属介在物の分布や凝固組織などの観点から比較されている。一般に、湾曲型の連鋳機の場合には、非金属介在物の分布および凝固組織が、鋳片の上面側と下面側で、非対称になることが報告されている^{1)~7)}。

湾曲型連鋳機で、曲率の変化が凝固厚みやクレータ深さなどの凝固プロフィルに及ぼす影響は重要な問題であると推察されるが、従来、凝固プロフィルの理論的研究はもっぱら垂直型の連鋳機の場合に限られており、連鋳機の曲率を考慮した理論的研究の報告はまだ見当たらぬ現状である。

本研究では、湾曲型連鋳機の中でも、とくに、鋳型部も含めて鋳片の曲率が一定である円弧型の場合を対象にして理論的解析を行ない、垂直型連鋳機の場合に、著者ら¹⁸⁾が共存相を考慮して展開した数学的モデルを拡張して、円弧型連鋳機におけるスラブの凝固プロフィルを推算するための数学的モデルを展開し、凝固プロフィルに及ぼす連鋳機の曲率の効果について解析を試みる。

なお、数値計算には、名古屋大学の大型電子計算機

(名古屋大学大型計算機センターFACOM 230-60) を利用した。

2. 解 析

凝固プロフィルの模式図を Fig. 1 に示す。Fig. 1において、 z_1 、 z_2 、 z_3 は、それぞれ、固相線が現われ始める位置、液相線および固相線（凝固完了）の位置までの鋳片中心軸に沿つた湯面からの距離を示す。また、 r_l 、 r_s は鋳片の曲率の中心から液相線および固相線までの半径方向距離を示す。なお、鋳片の中心軸から上面側における各変数の記号には、' (ダッシュ) を付けて表わす。

共存相と液相だけが存在する領域 I は非常に短い区間であるから、簡単のために、領域 I を垂直部であるとみなして解析する。

2.1 基礎式および境界条件

解析にあたつて次のような仮定を行なう。(1) 固相、共存相、および、液相における引き抜き方向の熱伝導を無視する。(2) 各相における各熱的物性定数の数値はすべて等しいとする。(3) 液相本体内では、引き抜き方向に垂直な断面における温度は一定とし、平均流速は見かけ上、引き抜き速度と同じと考える。(4) 共存相における

* 昭和48年11月21日受付

** 名古屋大学工学部

*** 名古屋大学工学部 工博

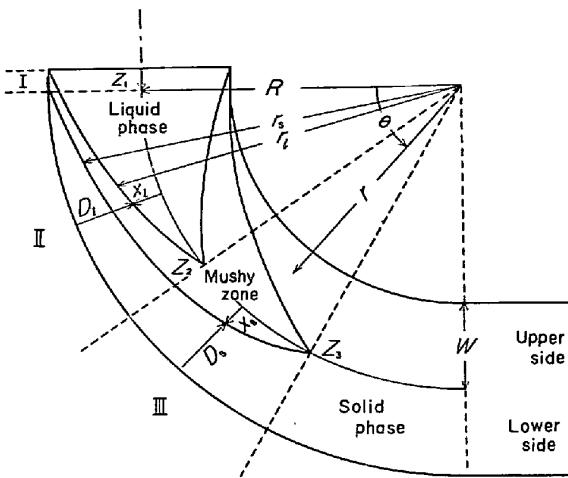


Fig. 1. Schematic representation of the solidification profiles in the circular-arc type continuous casting.

る固相率と温度の関係は直線的であるとする。

以上の仮定に基づいて、固相、共存相、および、液相について熱収支を行なうと、それぞれ、(1)～(3)式が得られる。

$$cv\rho \frac{\partial t_1}{\partial \theta} = k \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial t_1}{\partial r} \right) \quad (1)$$

$$v\rho \frac{\partial}{\partial \theta} \left(Ct_2 - \lambda f \right) = k \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial t_2}{\partial r} \right) \quad (2)$$

$$(r_l - r'_l) Cu\rho (dt_3/d\theta) \\ = (h_2 r_l + h'_2 r'_l) (t_l - t_3) \quad (3)$$

ここで、 u 、 v は、それぞれ、引き抜き速度および θ 方向の速度であり、 u と v の関係は(4)式で示される。また、(2)式中の f は固相率であり、仮定(4)に基づいて(5)式で示される。

$$v = ru/R \quad (4)$$

$$f = (t_l - t_2) / (t_l - t_s) \quad (5)$$

(1)、(2)式を(6)、(7)式を用いて変数変換し、さらに、(8)式の無次元変数を使つて無次元化を行なうと、铸片の下面側と上面側における固相および共存相の基礎式として、それぞれ、(9)、(10)式および(11)、(12)式が得られる。同様に、液相についても(13)式が得られる。

$$x = r - R \quad (6)$$

$$z = R \cdot \theta \quad (7)$$

$$\begin{aligned} T &= (t - t_w) / (t_0 - t_w), \quad D = 1 - x/W, \\ D' &= 1 + z/W, \quad Z = z/L, \quad P = R/W, \\ F_1 &= kL/cuW^2\rho, \quad F_2 = kL/uW^2\rho / \{c + \lambda/(t_l - t_s)\}, \quad N_1 = h_1 W/k, \\ N'_1 &= h'_1 W/k, \quad N_2 = h_2 W/k, \quad N'_2 = h'_2 W/k, \\ St &= h_2 L/cuW\rho, \quad St' = h'_2 L/cuW\rho \end{aligned} \quad (8)$$

$$\frac{\partial T_1}{\partial Z} = F_1 \left(\frac{\partial^2 T_1}{\partial D^2} \right) - \frac{F_1}{P+1-D} \left(\frac{\partial T_1}{\partial D} \right) \quad (9)$$

$$\frac{\partial T_2}{\partial Z} = F_2 \left(\frac{\partial^2 T_2}{\partial D^2} \right) - \frac{F_2}{P+1-D} \left(\frac{\partial T_2}{\partial D} \right) \quad (10)$$

$$\frac{\partial T'_1}{\partial Z} = F_1 \left(\frac{\partial^2 T'_1}{\partial D'^2} \right) + \frac{F_1}{P-1+D'} \left(\frac{\partial T'_1}{\partial D'} \right) \quad (11)$$

$$\frac{\partial T'_2}{\partial Z} = F_2 \left(\frac{\partial^2 T'_2}{\partial D'^2} \right) + \frac{F_2}{P-1+D'} \left(\frac{\partial T'_2}{\partial D'} \right) \quad (12)$$

$$\begin{aligned} &(2 - D_l - D'_l) \frac{dT_3}{dZ} \\ &= \left\{ (St) \frac{P+1-D_l}{P} + (St') \frac{P-1+D'_l}{P} \right\} (T_l - T_3) \end{aligned} \quad (13)$$

つぎに、下面側の境界条件として、铸片表面、固相線上、および、液相線上でそれぞれ、(14)、(15)、(16)式が得られる。上面側についても下面側と同様に示される。また、領域Ⅲでは、(16)式のかわりに(17)式が得られる。さらに、引抜方向の境界条件として、(18)、(19)式が書ける。

$$D=0 \quad \text{で} \quad \partial T / \partial D = N_1 T \quad (14)$$

$$D=D_s \quad \text{で} \quad T_1 = T_2 = T_s, \quad \partial T_1 / \partial D = \partial T_2 / \partial D \quad (15)$$

$$\begin{aligned} D=D_l \quad \text{で} \quad T_2 &= T_l, \quad \frac{\partial T_2}{\partial D} \\ &= (T_3 - T_l) (N_2 + \frac{1}{F_1} \cdot \frac{dD_l}{dZ}) \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} D=D_c \quad \text{で} \quad T_2 &= T'_2, \quad \partial T_2 / \partial D \\ &= -(\partial T'_2 / \partial D') = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

$$Z=0 \quad \text{で} \quad D_l = D'_l = 0, \quad T_3 = 1 \quad (18)$$

$$Z=Z_1 \quad \text{で} \quad D_s = D'_s = 0 \quad (19)$$

ここで、 D_s 、 D_l は、铸片の下面側の表面から固相線および液相線までの半径方向距離であり、 D_c は領域Ⅲで铸片表面から(17)式を満足する位置までの距離を示す。

2・2 基礎式の常微分化

以下の数式の展開では、I～Ⅲの各領域についてほぼ同じになるので、ここでは領域Ⅲの数式展開だけを示す。また、導出される式は、二、三の式をのぞいて上面側と下面側で同じ形になるので、同じ形の場合には下面側の式だけを示すことにする。

まず、積分プロフィル法に従つて固相と共存相の各温度分布を、それぞれ、(20)、(21)式のように二次式近似をする。

$$T_1 = a_0 + a_1 (D/D_s) + a_2 (D/D_s)^2 \quad (20)$$

$$T_2 = b_0 + b_1 \left(\frac{D - D_s}{D_l - D_s} \right) + b_2 \left(\frac{D - D_s}{D_l - D_s} \right)^2 \quad (21)$$

ここで、未知の铸片表面温度 T_{ls} を導入し、境界条件

の(14)～(16)式より(20), (21)式中の各係数を決める
と, (22), (23)式が得られる。また, 鋳片表面で(9),
(11)式が満足されることから, 下面側と上面側に対して,
それぞれ, (24), (25)式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= T_{is}, \quad a_1 = N_1 D_s T_{is}, \quad a_2 = T_s - T_{is} - a_1, \\ b_0 &= T_s, \quad b_1 = (D_l - D_s) \left(2 \frac{T_s - T_{is}}{D_s} - N_1 T_{is} \right), \\ b_2 &= T_l - T_s - b_1 \end{aligned} \right\} \dots (22)$$

$$T_{is} = \frac{1}{N_1 D_s + 2} \left[2 T_s - D_s \left(2 \frac{T_l - T_s}{D_l - D_s} - (T_3 - T_l) \left(N_2 + \frac{1}{F_1} \cdot \frac{dD_l}{dZ} \right) \right) \right] \dots (23)$$

$$dT_{is}/dZ = 2 F_1 a_2 / D_s^2 - F_1 (a_1 / D_s) / (P+1) \dots (24)$$

$$dT'_{is}/dZ = 2 F_1 a'_2 / D'_s^2 + F_1 (a'_1 / D'_s) / (P-1) \dots (25)$$

つぎに, 下面側における固相および共存相の基礎式の(9), (10)式を, それぞれ, $D=0 \sim D_s$, $D=D_s \sim D_l$ まで積分すると, (26), (27)式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{d}{dZ} \left[\int_0^{D_s} T_1 dD \right] - T_s \frac{dD_s}{dZ} \\ = F_1 \left[\frac{\partial T_1}{\partial D} \right]_0^{D_s} - \int_0^{D_s} \frac{F_1 (\partial T_1 / \partial D)}{P+1-D} dD \end{aligned} \dots (26)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dZ} \left[\int_{D_s}^{D_l} T_2 dD \right] - T_l \frac{dD_l}{dZ} + T_s \frac{dD_s}{dZ} \\ = F_2 \left[\frac{\partial T_2}{\partial D} \right]_{D_s}^{D_l} - \int_{D_s}^{D_l} \frac{F_2 (\partial T_2 / \partial D)}{P+1-D} dD \end{aligned} \dots (27)$$

(26), (27)式に, それぞれ, (20), (21)式を代入して整理すると, 常微分方程式として, (28), (29)式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{a_1 + 2a_2}{D_s} \cdot \frac{dD_s}{dZ} - \frac{N_1 D_s + 4}{2} \cdot \frac{dT_{is}}{dZ} \\ = - \frac{3F_1}{D_s} \cdot \left(\frac{2a_2}{D_s} + A_1 \right) + \frac{D_s T_{is}}{2} \cdot \frac{dN_1}{dZ} \end{aligned} \dots (28)$$

$$\begin{aligned} \frac{b_1 + 2b_2}{D_l - D_s} \cdot \frac{dD_l}{dZ} \\ + \left(\frac{b_1 + T_l - T_s}{D_l - D_s} + \frac{D_l - D_s}{D_s} \cdot \frac{T_s - T_{is}}{D_s} \right) \frac{dD_s}{dZ} \\ + \frac{(D_l - D_s)(N_1 D_s + 2)}{2 D_s} \cdot \frac{dT_{is}}{dZ} \\ = - \frac{3F_2}{D_l - D_s} \left(\frac{2b_2}{D_l - D_s} + A_2 \right) \\ - \frac{(D_l - D_s) T_{is}}{2} \cdot \frac{dN_1}{dZ} \end{aligned} \dots (29)$$

ただし, (28), (29)式中の A_1 , A_2 は, それぞれ, (30), (31)式で示されるが, 鋳片の上面側の場合は, (32), (33)式となる。

$$A_1 = \left\{ \frac{a_1}{D_s} + \frac{2a_2}{D_s^2} (P+1) \right\}$$

$$\cdot \ln \left(\frac{P+1-D_s}{P+1} \right) + \frac{2a_2}{D_s} \dots (30)$$

$$A_2 = \left\{ \frac{b_1}{D_l - D_s} + \frac{2b_2}{(D_l - D_s)^2} (P+1-D_s) \right\}$$

$$\cdot \ln \left(\frac{P+1-D_l}{P+1-D_s} \right) + \frac{2b_2}{D_l - D_s} \dots (31)$$

$$A'_1 = \left\{ \frac{a'_1}{D'_s} - \frac{2a'_2}{D'_s^2} (P-1) \right\}$$

$$\cdot \ln \left(\frac{P-1+D'_s}{P-1} \right) + \frac{2a'_2}{D'_s} \dots (32)$$

$$A'_2 = \left\{ \frac{b'_1}{D'_l - D'_s} - \frac{2b'_2}{(D'_l - D'_s)^2} (P-1+D'_s) \right\}$$

$$\cdot \ln \left(\frac{P-1+D'_l}{P-1+D'_s} \right) + \frac{2b'_2}{D'_l - D'_s} \dots (33)$$

また, (28), (29)式の右辺における (dN_1/dZ) は, 鋳片表面の総伝導熱係数が引き抜き方向の位置などによって変化するような場合にも適用が可能となるように考慮したものである。

なお, 以上の数式展開において, $P=\infty$ とすると(26), (27)式の右辺第二項および(30)～(33)式における A_1 , A_2 , A'_1 , A'_2 がすべて 0 となり, 垂直型のスラブの凝固問題に帰着する。また, $P=0$ とすると垂直型の円柱状鋳片の凝固問題となる。ただし, $P=0$ の場合, 液相の基礎式の(13)式をそのまま採用することはできない。したがつて, 新たに液相の基礎式を導出する必要がある。

2.3 計算方法

円弧型のスラブの凝固プロファイルの計算方法について述べる。

下面側に対して, (22), (23)式より, T_{is} , a_1 , a_2 , b_1 , b_2 , は (dD_l/dZ) の関数として表わされる。したがつて, まず, (24), (28), (29)式からこれらを消去し, さらに, (dD_s/dZ) , および (dT_{is}/dZ) も消去すれば (dD_l/dZ) に関する三次方程式を得ることができるが, ここでは, (22)～(24), (28), (29)式を連立して試行錯誤計算によりすべての式を満足する (dD_l/dZ) を求めた。

さらに, (23)式より T_{is} は (dD_l/dZ) の関数として示されるので, (24)式を数値積分する必要はない。したがつて, 領域 I では, D_s , D_l , D'_s , D'_l , T_3 に関して数値積分することになる。

ここでは, (dD_l/dZ) を求める試行錯誤計算に挿入法

Table 1. Data for calculations.

$c = 0.18 \text{ cal/g} \cdot ^\circ\text{C}$	$k = 0.07 \text{ cal/cm} \cdot \text{sec} \cdot ^\circ\text{C}$
$\lambda = 65 \text{ cal/g}$	$t_0 = 1550^\circ\text{C}$
$t_l = 1528^\circ\text{C}$	$t_s = 1494^\circ\text{C}$
$t_w = 25^\circ\text{C}$	$W = 10 \text{ cm}$
$\rho = 7.0 \text{ g/cm}^3$	

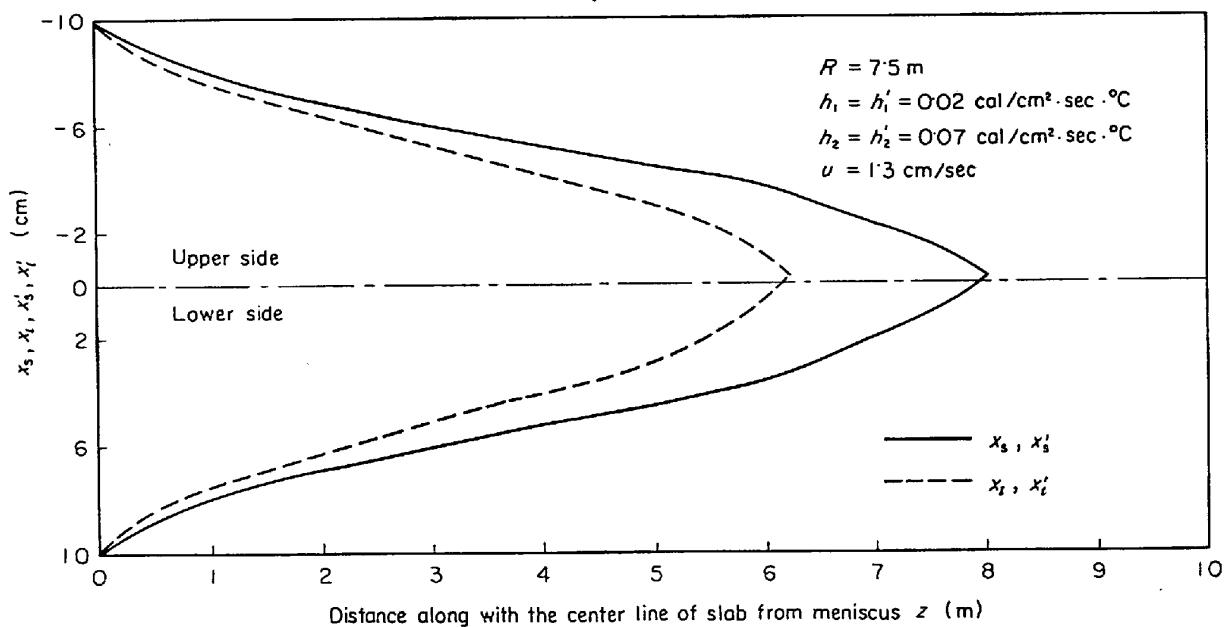


Fig. 2. Calculated solidification profiles in the curved slab.

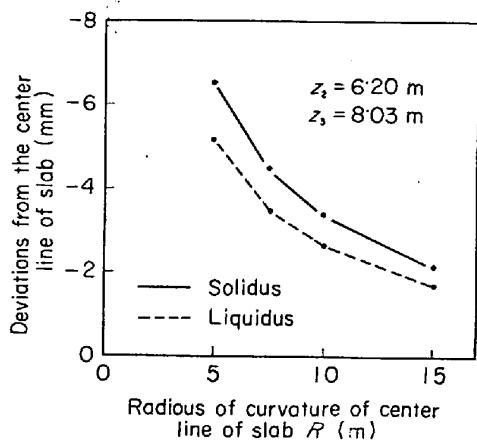


Fig. 3. Deviations from the center line of slab at the final point of solidus and liquidus lines (Same data as used in describing Fig. 2 are adopted for calculation).

(method of false position) を採用し、また、数値積分には、R. K. G. 法を採用した。

3. 計算結果および考察

本モデルに基づいて行なった計算の結果について述べる。計算に採用した主要なデータは Table 1 に示してあるが、他の数値は各図の中に示す。

鋳片の上面側と下面側の鋳型部における総伝熱係数およびスプレー冷却部の鋳片表面における伝熱係数 (h_1, h'_1) を同じにし、これら伝熱係数は引き抜き方向で変化せず一定とし、また、残溶鋼に接した共存相表面における熱伝達係数 (h_2, h'_2) を同じにした場合の凝固プロフィ

ルの数値計算結果を Fig. 2 に示す。Fig. 2 から、液相線の結合点および固相線の結合点（凝固終了点）は中心軸よりわずか上面側にズレていることがわかる。

Fig. 3 には、種々の曲率半径の場合について Fig. 2 と同様にして求めた凝固プロファイルの計算結果に基づいて、液相線の結合点および固相線の結合点の中心軸からのズレを示す。Fig. 3 において、中心軸からのズレが負であることは、結合点が上面側に片寄つていていることを意味している。Fig. 3 の各曲率半径の場合の計算結果でも、凝固プロファイルは Fig. 2 の場合とほぼ同様になり、また、湯面から各結合点までの距離、 z_1, z_2 は Fig. 2 とほとんど変わりなく、約 6.20m、および、8.03m であつた。また、鋳片の表面温度は、凝固が進行するにつれて、下面側のほうがわずかに数 °C 低くなるだけであつた。

なお、ここには示していないが、連鋳機の曲率による結合点の中心軸からのズレは小さいため、上面側での h'_1 の値を下面側での h_1 よりも少し大きくするだけで各結合点が中心軸上に移ることがわかつた。したがつて、凝固プロファイルの非対称には、曲率よりも h'_1 と h_1 の値の差異による効果のほうが、顕著になると推定される。

つぎに、 h'_1 と h_1 の値を同じとし、鋳片の下面側における残溶鋼に接した共存相表面における熱伝達を無視した場合 ($h_2=0$) の計算結果を Fig. 4 に示す。これは、溶鋼内の過熱が上面側だけから放出されるとみなした特殊な場合に相当するが、この図から、上面側にくらべて下

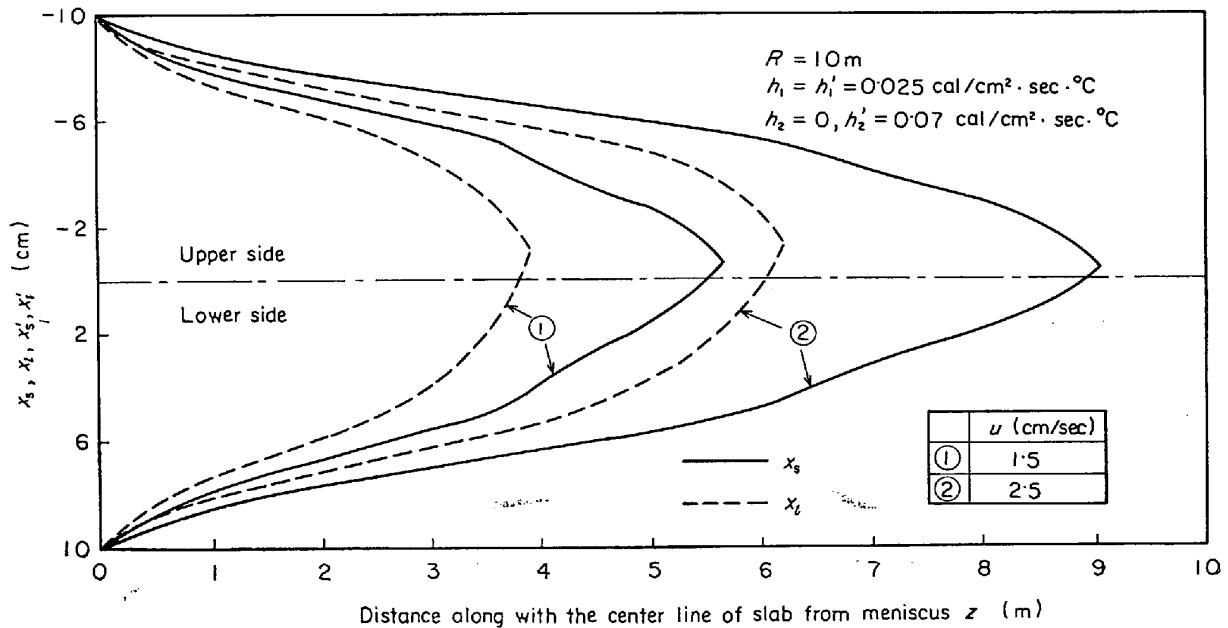


Fig. 4. Solidification profiles for the case where all the superheats in liquid pool are removed from only the upper side of slab.

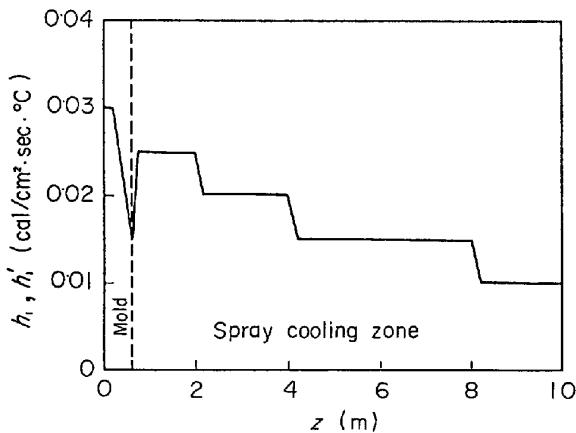


Fig. 5. Cooling conditions at the surface of slab given to describe Fig. 6.

面側からの凝固の進行の方が速くなり、その結果、凝固プロフィルの非対称性が顕著になることが推定される。この計算例の場合にも、鋳片表面温度は下面側の方が低く、鋳片表面からの放熱速度も下面側の方が小さくなっている。

しかし、実際の連続鋳造では、溶鋼内の過熱がすべて上面側から放出されることは起こらないと考えられるが、上面側と下面側で残溶鋼内の湯動きがかなり相違する場合には、この計算例に見られるような結果になることが推察される。

つぎに、鋳片表面の冷却条件を、実操業にほぼ近くなるように、Fig. 5 に示したように変化させた場合の凝固プロフィルおよび表面温度の計算結果を Fig. 6 に示す。

従来、連続鋳造に関する伝熱解析の研究においては、鋳型部における鋳片表面の境界条件として、鋳型部全域で一定の総括伝熱係数、あるいは、直線的に減少する総括伝熱係数を採用している研究^{8)~10)}、熱流束の実測結果を採用している研究¹⁰⁾¹¹⁾、および、air gap の発生を考慮して鋳型部を区分して、伝熱係数を変化させている研究¹²⁾などがある。air gap の発生を考慮した場合には、鋳型部の下端部分において鋳片表面温度が上昇することが報告¹⁰⁾¹²⁾されているが、本モデルによる Fig. 6 の計算例でも、鋳型部での総括伝熱係数を鋸込み方向に連続的に減少させているため、鋳片の表面温度が上昇していることが認められる。なお、この計算例では、スプレー冷却部における冷却条件を階段状に変化させているため、鋳片表面温度に極大値が現われていることがわかる。

また、前述の計算例(Fig. 2, 3)と同様に、 h'_1 と h_1 の値を同じにし、さらに溶鋼内の熱伝達係数を上面側と下面側とで同じにしているため、鋳片の上面側と下面側での凝固プロフィルの差異は、この計算例でも、非常にわずかであることが示されている。

4. 結 言

円弧型連続鋳機の凝固プロフィルに及ぼす連続鋳機の曲率の効果を調べるために、固液共存相を考慮した垂直型連続鋳機の凝固プロフィルの解析を拡張し、積分プロフィル法を適用した数学的モデルを開発した。

このモデルに基づいて、円弧型連続鋳機における鋳片の

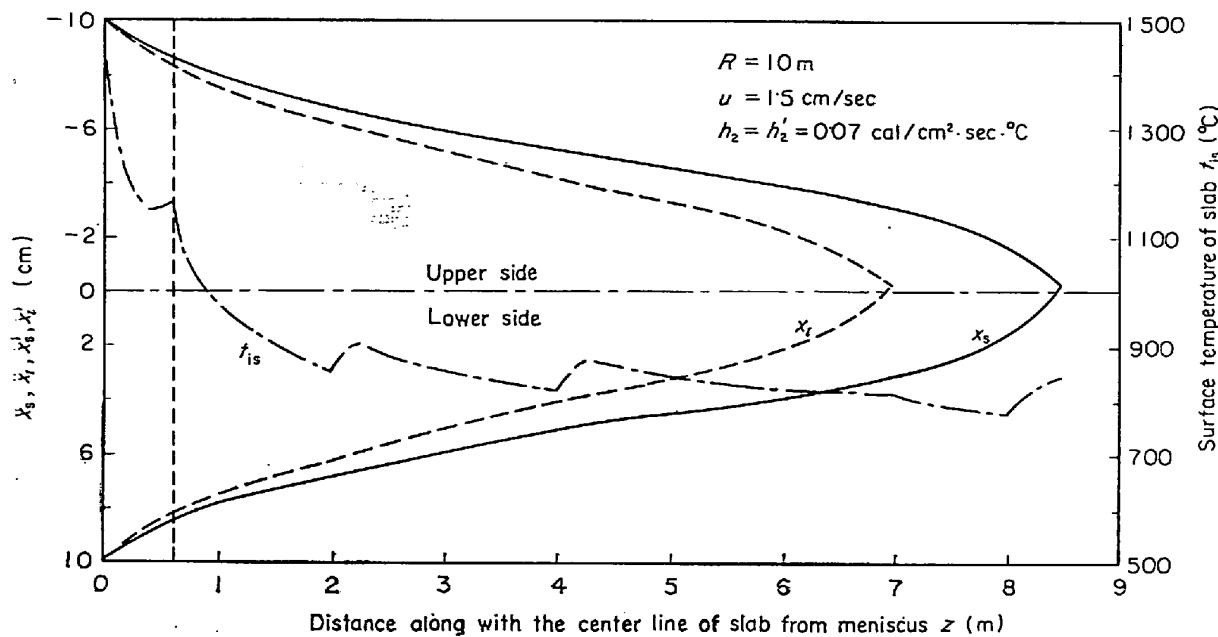


Fig. 6. Solidification profiles and the distribution of surface temperature for the case where the cooling conditions at the surface of slab are changed according to Fig. 5.

凝固プロファイルを計算した結果、凝固プロファイルに及ぼす連鉄機の曲率の効果は僅少であることを定量的に示した。

鉄片の上下両表面での鋳型部における総括伝熱係数およびスプレー冷却部の鉄片表面における伝熱係数が同じであつても、残溶鋼内の湯動きの差異などのために、上面側と下面側で共存相前面での熱伝達係数に差異が生ずると、凝固プロファイルの非対称性が助長される傾向があることがわかつた。

記 号

- c : 比熱 (cal/g·°C)
- D : 鉄片表面から内部への半径方向距離 (–)
- f : 固相率 (–)
- F : フーリエ数 (–)
- h_1 : 鉄片表面の総括伝熱係数 (cal/cm²·sec·°C)
- h_2 : 溶鋼に接した共存相表面における熱伝達係数 (cal/cm²·sec·°C)
- k : 热伝導度 (cal/cm·sec·°C)
- L : 代表長さ (cm)
- N : ヌッセルト数 (–)
- P : 曲率半径と鉄片厚さの 1/2 との比 (–)
- r : 曲率の中心からの半径 (cm)
- R : 曲率半径 (cm)
- St : 修正スタントン数 (–)
- t, T : 温度 (°C), (–)
- u : 引き抜き速度 (cm/sec)

v : θ 方向の速度

x : 鉄片中心軸から半径方向における距離 (cm)

W : 鉄片厚さの 1/2 (cm)

z, Z : 鉄片の中心軸に沿つた湯面からの距離 (cm), (–)

λ : 凝固潜熱 (cal/g)

ρ : 密度 (g/cm³)

θ : 円周方向の座標

(添字)

is : ingot surface, l : liquidus line, s : solidus line, w : 冷却水, o : 注入, l : 固相, 2 : 共存相, 3 : 液相

文 献

- 1) M. B. TARMANN: Iron Steel Eng., 49(1972) 12, p. 61
- 2) H. V. ENDE and G. VOGL: JISI, 210 (1972), p. 889
- 3) G. KOMMA, G. VOGL and K. WUNNENBERG: Iron Steel Eng., 50(1973) 6, p. 68
- 4) 広本, 松永, 大橋, 大野: 鉄と鋼, 57(1971), S 453
- 5) 川上, 樋, 半明, 石黒: 学振19委資料, No 9475 (Sept., 1972)
- 6) 川和, 北川, 土田: 鉄と鋼, 59(1973), S 379
- 7) 熊井, 広本, 大橋, 松永, 大野: 鉄と鋼, 59 (1973), S 380, S 381
- 8) A. W. D. HILLS: JISI, 203(1965), p. 18
- 9) A. W. D. HILLS: Trans. Met. Soc. AIME, 245 (1969), p. 1471
- 10) J. K. BRIMACOMBE and F. WEINBERG: JISI, 211(1973), p. 24
- 11) E. A. MIZIKAR: ibid., 239 (1967), p. 1747
- 12) 大井, 松野, 中戸: 鉄と鋼, 58(1972) 11, S 396
- 13) 宮沢, 鞍: 鉄と鋼, 60(1974) 7, p. 1000