

論文

UDC 621.746.27.047 : 620.18 : 536.421.4

垂直型連続鋳造スラブの凝固プロファイルの理論解析*

宮沢憲一**・鞭巖***

Theoretical Analysis on the Solidification Profiles of Slab in Straight Type Continuous Casting Machine

Ken-ichi MIYAZAWA and Iwao MUCHI

Synopsis:

A mathematical model for the estimation of the solidification profiles of the slab in the continuous casting machine with a straight mold has been developed with the aid of integral-profile method. In this model, a mushy zone is taken into account and the heat transfer from the pool of molten steel to the mushy zone is described in terms of the heat transfer coefficient on the surface of liquidus line.

The general validity of the model mentioned above has been confirmed by comparing the empirical data obtained by the other investigators with the profiles of mushy zone calculated from this model.

Effects of the casting speed and the cooling conditions on the solidification profiles have been determined by the use of the model proposed in this paper.

(Received Nov. 21, 1973)

1. 緒言

鋼の連続鋳造における凝固厚さ、および、クレータ深さなどの凝固プロファイルに及ぼす操業条件や装置寸法の影響を適確に把握することが、実操業で重要になる。

従来の連続鋳造の凝固プロファイルの計算では、一次元熱伝導方程式を積分プロファイル法を用いて解析した報告¹⁾²⁾があるが、これらは固相線の推移だけに注目し、固相線上で潜熱が放出されるとして取り扱っている。しかし、鋼の連続鋳造では固液共存相が存在し、その推移が成品質に影響するので、凝固プロファイルの解析では固液共存相を考慮する必要がある。

一方、熱伝導方程式を差分計算した研究³⁾⁴⁾⁵⁾やシミュレータによる解析⁶⁾⁷⁾では、固溶共存相内で発生する潜熱を比熱に換算して補正し、結局、固液共存相の比熱を固相よりも大きな比熱の領域として取り扱っている。したがつて、このような解析では共存相内の固相率と温度との関係を直線的とみなしていることになる。

連続鋳造における未凝固溶鋼の湯動きについては、SZEKELY⁴⁾らは、ボテンシャル流れとした場合、横方向では完全混合とみなした場合、およびMIZIKAR³⁾が採用した有効熱伝導度を適用した場合について解析し、液相線の形状が未凝固溶鋼の混合状態によって大きく変化す

ることを報告している。大井ら⁵⁾は、未凝固溶鋼の混合を一次元拡散モデルを用いて表現し、連連鋳における鋳片内濃度分布のデータに基づいて混合拡散係数を決定し、熱と物質のアナロジーに基づいて液相線および固相線の推移を求めている。

本研究では、スラブの連続鋳造を対象にして、共存相を考慮して積分プロファイル法を用いて凝固プロファイルを簡単に求める数学的モデルを提出する。この際、未凝固溶鋼の湯動きに伴つて起こる熱移動については、液相線表面上での熱伝達係数を用いて表現する。さらに、本モデルに基づいて、鋳片表面の冷却条件や引き抜き速度などが凝固プロファイルに及ぼす影響について検討する。

なお、数値計算には名古屋大学の大型電子計算機（名古屋大学大型計算機センター FACOM 230-60）を利用した。

2. 解析

連続鋳造における凝固プロファイルの模式図を Fig. 1 に示す。Fig. 1において、領域Ⅰは、湯面から固相線が出現し始めるまでの区間であり、共存相と液相が存在す

* 昭和48年11月21日受付

** 名古屋大学工学部

*** 名古屋大学工学部 工博

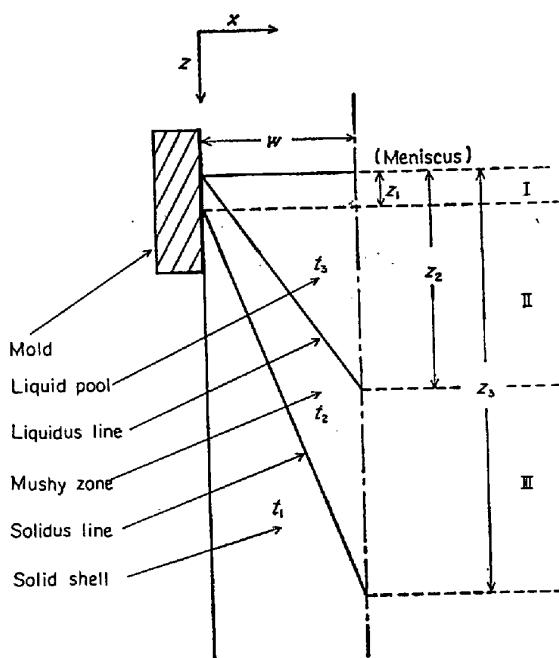


Fig. 1. Schematic representation of the solidification profile in the continuous casting of steel slab.

る領域である。実際の鋼の連続鋳造では、この領域は非常に短い区間になるため、領域Ⅰが全体の凝固プロファイルに及ぼす影響は無視できるが、本モデルではこの区間も考慮して計算する。

2.1 基礎式および境界条件

スラブの連続鋳造の凝固プロファイルを解析するに当たって、次のような仮定を行なう。(1)固相、共存相および液相における引き抜き方向の熱伝導を無視する。(2)各相における各熱的物性定数の数値はすべて等しいとする。(3)液相本体内では、引き抜き方向に垂直な横断面における温度は一定とし、平均流速は見かけ上、引き抜き速度と同じと考える。(4)共存相内における固相率と温度の関係は直線的であるとする。以上の仮定に基づいて、固相、共存相および液相について熱収支を行なうと、それぞれ、(1)～(3)式が得られる。

$$u\rho C \frac{\partial t_1}{\partial z} = k \frac{\partial^2 t_1}{\partial x^2} \quad (1)$$

$$u\rho C \frac{\partial}{\partial z} (Ct_2 - \lambda f) = k \frac{\partial^2 t_2}{\partial x^2} \quad (2)$$

$$u\rho C (W-x_l) (dt_3/dz) = -h_2(t_3-t_1) \quad (3)$$

境界条件として、鋳片表面、固相線上および液相線上に対して、それぞれ、(4)～(6)式が書ける。領域Ⅲでは、鋳片の中心軸上で(7)式が書ける。さらに、引き抜き方向の境界条件として、(8)、(9)式を与える。

$$x=0 \text{ で } k(\partial t/\partial x) = h_1(t-t_w) \quad (4)$$

$$x=x_s \text{ で } t=t_s, k(\partial t_1/\partial x) = k(\partial t_2/\partial x) \quad (5)$$

$$\begin{aligned} x=x_l \text{ で } t=t_l, k(\partial t_2/\partial x) \\ = (t_3-t_l) \{h_2+u\rho C(dx_l/dz)\} \end{aligned} \quad (6)$$

$$x=W \text{ で } k(\partial t_2/\partial x)=0 \quad (7)$$

$$z=0 \text{ で } x_l=0, t_3=t_0 \quad (8)$$

$$z=z_1 \text{ で } x_s=0 \quad (9)$$

つぎに、仮定(4)から、固相率と温度の関係を表わす(10)式が得られる。(2)式に(10)式を適用すると(11)式が得られる。

$$f = 1 - (t_2-t_s)/(t_l-t_s) \quad (10)$$

$$u\rho \left(C + \frac{\lambda}{t_l-t_s} \right) \frac{\partial t_2}{\partial z} = k \frac{\partial^2 t_2}{\partial x^2} \quad (11)$$

ここで、以後の数式展開を簡単化するために、(1)、(11)、(3)～(9)式を、(12)式に示した各無次元変数を採用して無次元化すると、それぞれ、(13)～(21)式が得られる。

$$\begin{aligned} T &= (t-t_w)/(t_0-t_w), X=x/W, Z=z/L, \\ F_1 &= kL/CuW^2\rho, F_2=kL/uW^2\rho/\{C+\lambda/(t_l-t_s)\}, N_1=h_1W/k, N_2=h_2W/k, \end{aligned} \quad (12)$$

$$St=h_2L/CuW\rho$$

$$\frac{\partial T_1}{\partial Z} = F_1 \frac{\partial^2 T_1}{\partial X^2} \quad (13)$$

$$\frac{\partial T_2}{\partial Z} = F_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial X^2} \quad (14)$$

$$dT_3/dZ = St(T_l-T_3)/(1-X_l) \quad (15)$$

$$X=0 \text{ で } \partial T/\partial X=N_1T \quad (16)$$

$$X=X_s \text{ で } T=T_s, \partial T_1/\partial X=\partial T_2/\partial X \quad (17)$$

$$\begin{aligned} X=X_l \text{ で } T=T_l, \partial T_2/\partial X \\ = (T_3-T_l) \{N_2+(dX_l/dZ)/F_1\} \end{aligned} \quad (18)$$

$$X=1 \text{ で } \partial T_2/\partial X=0 \quad (19)$$

$$Z=0 \text{ で } X_l=0, T_3=1 \quad (20)$$

$$Z=z_1 \text{ で } X_s=0 \quad (21)$$

領域Ⅰでは、基礎式として(14)、(15)式を、境界条件としては(16)、(18)、(20)式を採用することになる。領域Ⅱでは、(13)～(15)、(16)～(18)、(21)式を用い、領域Ⅲでは、(13)、(14)、(16)、(17)、(19)式を採用することになる。

2.2 基礎式の常微分化

ここで、積分プロファイル法を用いて基礎式を常微分化するが、Ⅰ～Ⅲの各領域に対して数式展開の手法はほぼ同様であるので、以下には、領域Ⅱだけについて常微分化の手法を示す。

固相および共存相の温度分布を(22)、(23)式のように二次式で近似する。

$$T_1 = a_0 + a_1(X/X_s) + a_2(X/X_s)^2 \quad (22)$$

$$T_2 = b_0 + b_1 \left(\frac{X-X_s}{X_l-X_s} \right) + b_2 \left(\frac{X-X_s}{X_l-X_s} \right)^2 \quad (23)$$

ここで、数式の簡単化のために未知の铸片表面温度 T_{is} を導入し、境界条件(16)～(18)式から(22)、(23)式の各係数を求める(24)式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= T_{is}, \quad a_1 = N_1 T_{is} X_s, \quad a_2 = T_l - T_{is} - a_1 \\ b_0 &= T_s, \quad b_1 = (X_l - X_s) \left(2 \frac{T_s - T_{is}}{X_s} - N_1 T_{is} \right), \\ b_2 &= T_l - T_s - b_1 \end{aligned} \right\} \dots (24)$$

未知の铸片表面温度は(25)式で表わされ、铸片表面で(13)式が満足されることより(26)式が得られる。

$$T_{is} = \frac{1}{N_1 X_s + 2} \left[2T_s - X_s \left(2 \cdot \frac{T_l - T_s}{T_l - X_s} - (T_s - T_l) \left(N_2 + \frac{1}{F_1} \cdot \frac{dX_l}{dZ} \right) \right) \right] \dots (25)$$

$$\frac{dT_{is}}{dZ} = \frac{2F_1(N_1 X_s + 1)}{X_s(N_1 X_s + 2)} \left\{ 2 \frac{T_l - T_s}{X_l - X_s} - \frac{N_1 T_s}{N_1 X_s + 1} - (T_s - T_l) \left(N_2 + \frac{1}{F_1} \cdot \frac{dX_l}{dZ} \right) \right\} \dots (26)$$

つぎに、(13)、(14)式をそれぞれ $X=0 \sim X_s$ 、 $X=X_s \sim X_l$ まで積分し、定積分の微分に関する Leibniz の定理を用いると、それぞれ、(27)、(28)式が得られる。

$$\frac{d}{dZ} \left[\int_0^{X_s} T_1 dX \right] - T_s \frac{dX_s}{dZ} = F_1 \left[\frac{\partial T_1}{\partial X} \right]_{0}^{X_s} \dots (27)$$

$$\frac{d}{dZ} \left[\int_{X_s}^{X_l} T_2 dX \right] - T_l \frac{dX_l}{dZ} + T_s \frac{dX_s}{dZ} = F_2 \left[\frac{\partial T_2}{\partial X} \right]_{X_s}^{X_l} \dots (28)$$

ここで、(22)、(23)式を(27)、(28)式へ代入して整理すると、 X_s 、 X_l に関する常微分方程式として(29)、(30)式が得られる。

$$\frac{a_1 + 2a_2}{X_s} \cdot \frac{dX_s}{dZ} - \frac{N_1 X_s + 4}{2} \cdot \frac{dT_{is}}{dZ} = - \frac{6F_1 a_2}{X_s^2} \dots (29)$$

$$\begin{aligned} \frac{b_1 + 2b_2}{X_l - X_s} \cdot \frac{dX_l}{dZ} + \left(\frac{b_1}{X_l - X_s} + \frac{T_l - T_s}{X_l - X_s} + \frac{X_l - X_s}{X_s} \cdot \frac{T_s - T_{is}}{X_s} \right) \cdot \frac{dX_s}{dZ} + \frac{(X_l - X_s)(N_1 X_s + 2)}{2X_s} \cdot \frac{dT_{is}}{dZ} = - \frac{6F_2 b_2}{(X_l - X_s)^2} \end{aligned} \dots (30)$$

2.3 計算方法

ここでは、凝固プロフィルの計算方法について述べる。 (25)式より T_{is} は (dX_l/dZ) の関数である。したがつて、 a_1 、 a_2 、 b_1 、 b_2 も(24)式から (dX_l/dZ) の関数として表わされる。すなわち、(26)、(29)、(30)式より (dX_s/dZ) と (dT_{is}/dZ) を消去し、(24)、(25)式を用いて (dX_l/dZ) について整理すると、 (dX_l/dZ) に関する三次方程式が得られる。これを解いて (dX_l/dZ) が得られると、(25)式から T_{is} は求められるので、 (dT_{is}/dZ) を数値積分して T_{is} を求める必要はない。

したがつて領域 I では、 (dX_l/dZ) 、 (dX_s/dZ) 、 (dT_{is}/dZ) を数値積分することになる。なお、領域 I では (dX_l/dZ) に関する二次方程式が得られるが、領域 II では境界条件の(18)式を用いないため、このような代数方程式は現われない。本研究では、R.K.G 法により領域 I より I, II の順に数値計算を行なつた。

2.4 計算結果および考察

凝固プロフィルの計算結果の一例を Fig. 2 に示す。この図から、 N_2 の値が大きい場合には、 N_2 が小さい場合に比べて凝固過程の前半で凝固の進行が遅いが、逆に後半で速くなること、また、この傾向は液相線の方が固相線よりも顕著であることがわかる。このことは、溶鋼内の対流伝熱係数の値が大きくなると、溶鋼の過熱の除去が促進されることを意味する。

本来、溶鋼内の対流伝熱係数は、溶鋼の流動状況に基づいて決定すべきであり、引き抜き方向に対して変化すると考えられるが、固相線の形状に及ぼす h_2 の効果が僅少であることを考えて、ここでは、 h_2 は引き抜き方向について一定として取り扱つた。

本モデルでは、共存相内における固相率と温度の関係を直線とみなして取り扱つている。しかし、この関係については、さらに、結晶成長や偏析などの基礎的な凝固現象を把握した上で、熱と物質の同時移動の観点から決定することが望ましい。

凝固過程における溶質の再分配についての考え方によつて、種々の固相率と温度の関係が得られるが、Fe-C 系平衡状態図の液相線温度で凝固が始まり、固相線温度で凝固が終了すると考えた場合の平衡凝固、および、固相内拡散を無視した場合の非平衡凝固に対して、固相率は温度の関数として、それぞれ(31)、(32)式で示される。

$$f = (T' - 1) / \{(1 - k_0) T' - 1\} \dots (31)$$

$$f = 1 - [k_0 / \{(k_0 - 1) T' + 1\}]^{1/(1 - k_0)} \dots (32)$$

ただし、 $T' = (t_2 - t_s) / (t_l - t_s)$ であり、固相率と温度の関係を Fe-C 系平衡状態図³⁾に基づいて Fig. 3 に示す。固相線温度に到達したときの固相率を f^* とすれば、 $f^* \neq 1$ のときは固相線上で単位質量当たり $\lambda(1 - f^*)$ の潜熱が放出されることになる。非平衡凝固に従つた場合、および、炭素濃度が 0.1 ～ 0.18% の範囲で平衡凝固に従つた場合には、 $f^* \neq 1$ となる。

LAIT ら⁹⁾は、低炭素鋼およびステンレス鋼について、それぞれ、固相線上で潜熱の 5 ～ 100% および 25 ～ 100% が放出されるとして、铸型部における凝固プロフィルを差分計算法によって求めた結果、固相線の形状に及ぼすこの潜熱拡出の影響はほとんど無視できること、また、

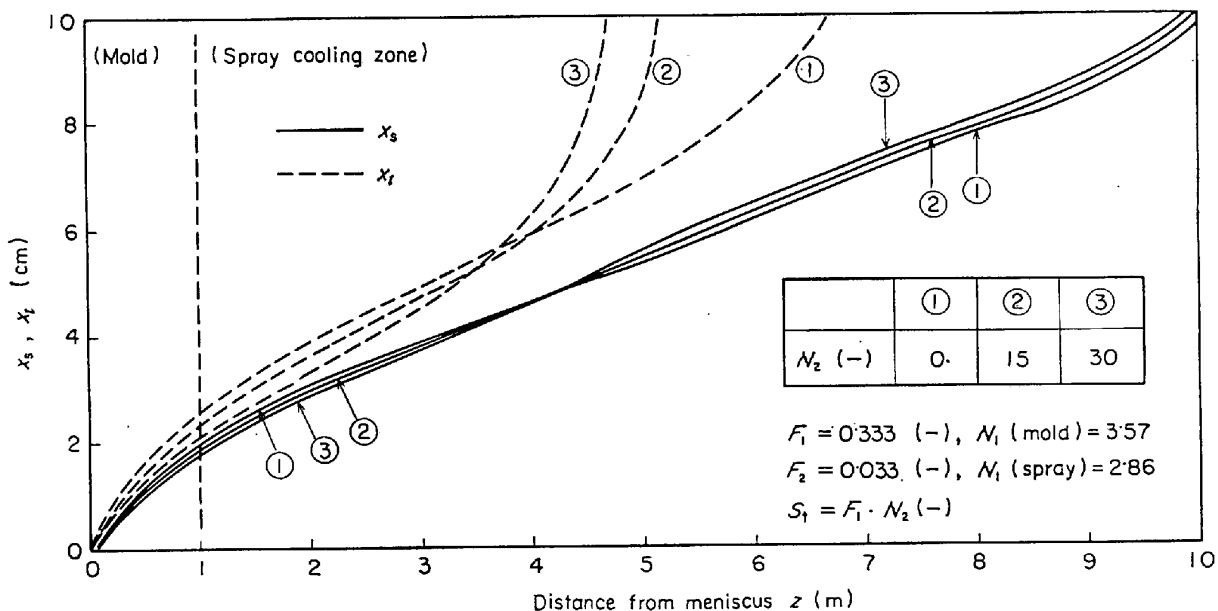


Fig. 2. Solidification profiles calculated for the case of the various values of N_2 .

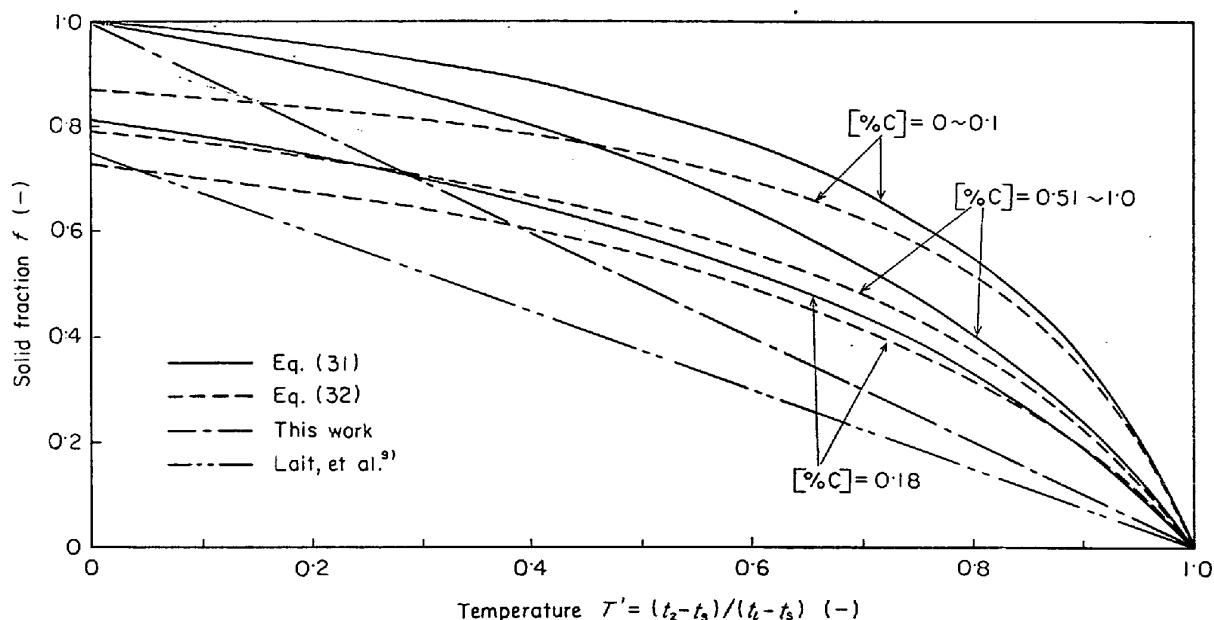


Fig. 3. Relation between solid fraction and temperature for Fe-C system.

計算法の相違による差異のほうが無視できなくなることを報告している。

連続鋳造の凝固プロフィルを求めた従来の研究で、熱伝導方程式を差分計算して解いた研究^{3)~5)}、および、シミュレータによつて解いた研究⁶⁾⁷⁾では、直線的な固相率と温度の関係を用いてゐるが、最近、SCHWERDTFEGER¹⁰⁾は、0.6%C の 1t 鋼板の凝固プロフィルを求める際に、平衡凝固の(31)式を用いてゐる。

著者らは、固相率と温度の関係が(33)式で示されるものとして、本モデルと同様の解法によつて、 $\alpha = 0 \sim 1$ の

範囲で他の条件は一定に保つて固相線および液相線の形状を算出して比較したところ、両者の形状に及ぼす α の値の影響は非常に小さいことがわかつた。したがつて、ここでは、固相率と温度との関係が直線的になるという仮定を採用して凝固プロフィルの計算を行なつた。

つぎに、凝固プロファイルに及ぼす引き抜き速度の効果の計算結果を Fig. 4 に示す。計算に用いた数値は Table 1 に示す。

この図から、引き抜き速度を変えた場合には、凝固プロセス

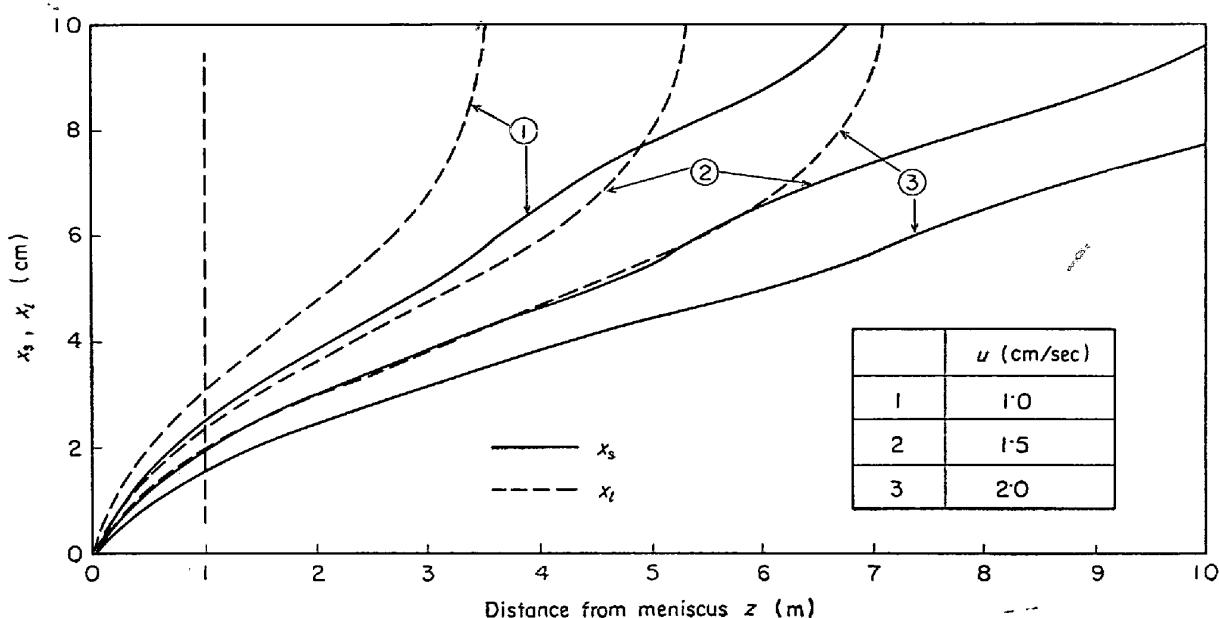


Fig. 4. Effect of casting speeds on the solidification profiles.

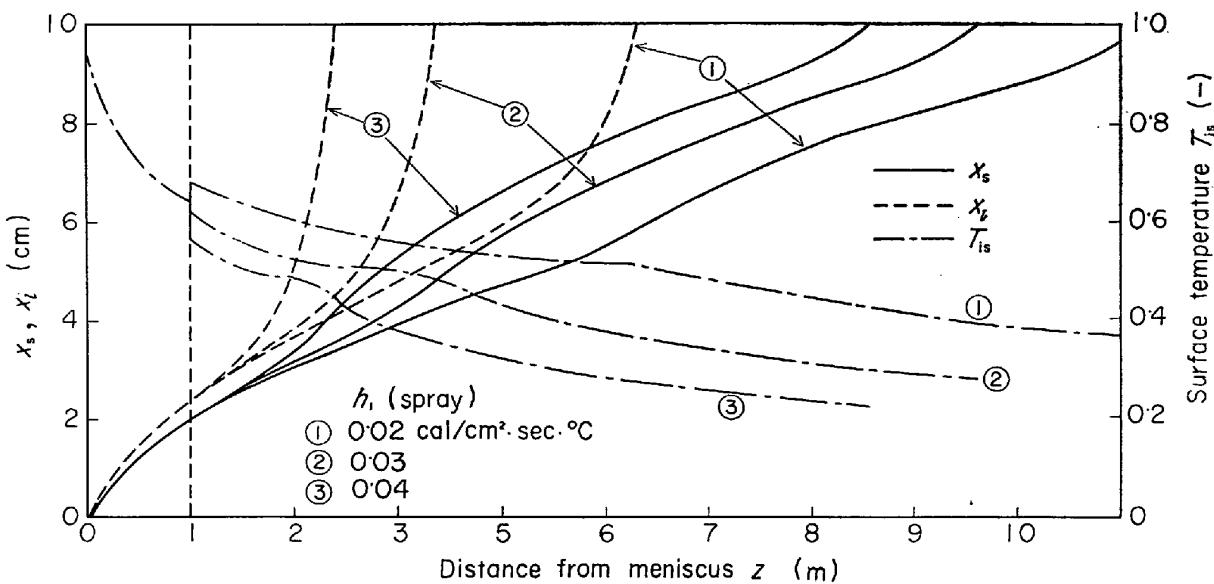


Fig. 5. Effect of cooling condition on the solidification profiles and the surface temeprature.

Table I. Data for calculation.

$C = 0.2 \text{ cal/g} \cdot ^\circ\text{C}$	$k = 0.07 \text{ cal/cm} \cdot \text{sec} \cdot ^\circ\text{C}$
$h_1 = 0.025 (\text{mold}), 0.02 (\text{spray}) \text{ cal/cm}^2 \cdot \text{sec} \cdot ^\circ\text{C}$	$h_2 = 0.07 \text{ cal/cm}^2 \cdot \text{sec} \cdot ^\circ\text{C}$
$t_0 = 1550^\circ\text{C}$	$t_l = 1528^\circ\text{C}$
$t_s = 1494^\circ\text{C}$	$t_w = 20^\circ\text{C}$
$u = 1.5 \text{ cm/sec}$	$W = 10 \text{ cm}$
$\rho = 7.0 \text{ g/cm}^3$	$\lambda = 65 \text{ cal/g}$

ロフィルに顕著な差異が現われることがわかるが、この計算条件下では、引き抜き速度を変化させても铸片表面の総括伝熱係数および溶鋼内の熱伝達係数の数値は一定

にしているため、各引き抜き速度に対する凝固プロファイルは、ほぼ類似の形状を示している。すなわち、Fig. 4 の横軸を铸片の見かけの滞留時間とすると、3種類の曲線はほぼ同一の曲線となる。しかし、実際の連続铸造では、引き抜き速度が変わると铸片表面の総括伝熱係数が変化するため、必ずしも類似の形状にはならないものと考えられる。

つぎに、凝固プロファイルおよび铸片の表面温度に及ぼす冷却条件の影響について計算した結果を Fig. 5 に示す。計算に用いた数値は、 h_s を除いて Table 1 と同じである。Fig. 5 より、冷却条件の相違は液相線および固

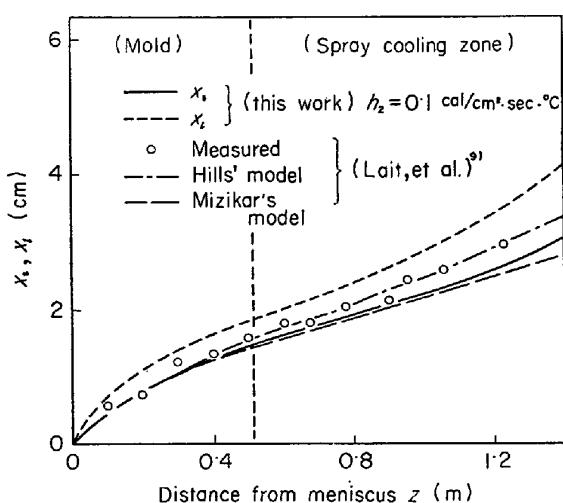


Fig. 6. Comparisons between the calculated solidus line and the measured solidus line.

相線の形状に大きな影響を及ぼすことがわかる。なお、この計算では、鋳型部下端において伝熱係数を鋳型部とは無関係に変化させたため、表面温度が不連続的に変化しているが、これは、スプレー冷却部入口で h_1 の値を急変させたこと、および鋳片の温度分布を二次式近似していることに起因するものと考えられる。しかし、冷却条件の急変にもかかわらず、鋳型部下端で凝固プロファイルの変化は、連続的な変化を示している。

WEINBERG ら^{9)11)~14)}は多くの実操業における固相線の形状を放射性トレーサを使つて実測し、HILLS のモデル¹⁾および MIZIKAR のモデル³⁾を用いて固相線を算出して比較検討しているが、ここでは、本モデルの妥当性を検討するために LAIT ら⁹⁾によるステンレス鋼スラブの連続の固相線の実測値と本モデルによる計算結果の比較を Fig. 6 に示した。

Fig. 6 の計算の際、溶鋼内の熱伝達係数の値として、 $h_2 = 0.1 \text{ cal/cm}^2 \cdot \text{sec} \cdot {}^\circ\text{C}$ を採用した。本モデルから得られた固相線の位置は、HILLS のモデルと MIZIKAR のモデルの場合の中間に位置し、また、LAIT らの実測値は共存相内に存在することにより、本モデルに基づく凝固プロファイルの推算結果は妥当なものと考えられる。

3. 結 言

連続スラブの凝固プロファイルを推算するため、共存相を考慮し、溶鋼の湯動きに伴う熱移動を熱伝達係数を用いて表現して、積分プロファイル法を用いた数学的モデルを開発した。

本モデルによる凝固プロファイルの計算は、従来の共存相を考慮した差分計算による方法と比較して、かなり容

易に計算を行なうことができる。

本モデルから計算された凝固プロファイルと LAIT らの実測値を比較検討した結果、本モデルは凝固プロファイルの推算に、有用なモデルであることがわかつた。

本モデルに基づいて、引き抜き速度および鋳片表面の冷却条件は凝固プロファイルに重要な影響を及ぼす因子であること、また、未凝固溶鋼内の湯動きは固相線の形状に対しては重要でないことが確認できた。

記 号

C : 比熱 ($\text{cal/g} \cdot {}^\circ\text{C}$)

F : フーリエ数 (-)

f : 固相率 (-)

h_1 : 鋳型部とスプレー冷却部における鋳片表面の総括伝熱係数 ($\text{cal/cm}^2 \cdot \text{sec} \cdot {}^\circ\text{C}$)

h_2 : 溶鋼に接した共存相表面における熱伝達係数 ($\text{cal/cm}^2 \cdot \text{sec} \cdot {}^\circ\text{C}$)

k : 热伝導度 ($\text{cal/cm} \cdot \text{sec} \cdot {}^\circ\text{C}$)

k_0 : 平衡分配係数 (-)

L : 代表長さ (cm)

N : ヌッセルト数 (-)

St : 修正スタントン数 (-)

t, T : 温度 (${}^\circ\text{C}$), (-)

u : 引き抜き速度 (cm/sec)

W : 鋳片厚さの $1/2$ (cm)

x, X : 厚さ方向の位置 (cm), (-)

z, Z : 引き抜き方向の位置 (cm), (-)

α : (33)式中のパラメータ

λ : 潜熱 (cal/g)

ρ : 密度 (g/cm^3)

(添字)

is : ingot surface, l : liquidus line, s : solidus line,

w : 冷却水, 0 : 注入, 1 : 固相, 2 : 共存相, 3 : 液相

文 献

- 1) A. W. D. HILLS: J. Iron Steel Inst., 203(1965), p. 18; Trans. Met. Soc. AIME, 245 (1969), p. 1471
- 2) 森山, 鞍: 鉄と鋼, 55(1969), p. 682
- 3) E. A. MIZIKAR: Trans. Met. Soc. AIME, 239 (1967), p. 1747
- 4) J. SZEKELY and V. STANEK: Met. Trans., 1 (1970), p. 119
- 5) 大井, 藤井, 松野: 鉄と鋼, 59(1973), A25
- 6) 吉田, 島田, 森, 三塚, 有吉: 製鉄研究, 261 (1967), p. 8014
- 7) 有吉: 製鉄研究, 261(1967), p. 8025
- 8) 田中: 鉄と鋼, 53(1967), p. 1586
- 9) J. E. LAIT, J. K. BRIMACOMBE, and F. WEIN-

-
- BERG: Proceedings C. C. Symp., 102 th AIME Annual Meeting, (1973), p. 171.
- 10) K. SCHWERDTFEGER: Arch. Eisenhüttenw., 44 (1973), p. 411
- 11) S. K. MORTON and F. WEINBERG: JISI, 211 (1973), p. 13
- 12) J. K. BRIMACOMBE and F. WEINBERG: ibid, 211 (1973), p. 24
- 13) J. E. LAIT, J. K. BRIMACOMBE, and F. WEINBERG: Proceedings C. C. Symp. 102th AIME Annual Meeting, (1973), p. 151
- 14) J. E. LAIT, J. K. BRIMACOMBE, and F. WEINBERG: Proceedings 2nd ISI conf. on the mathematical process models applied in Iron and Steelmaking, (1973)