

論 文

UDC 621.785.063.3 : 536.423

高温固体表面に静置した水滴の蒸発速度*

森 山 昭**

Evaporation Rate of Single Water Droplet on Hot Solid Surface

Akira MORIYAMA

Synopsis:

Evaporation rate of single water droplet on hot solid surface was studied.

Theoretical rate equation was derived on the assumption that the evaporation rate of bottom part of the droplet is controlled by heat transfer through vapour film and that of upper surface of the droplet by mass transfer.

According to this theory, the evaporation rate of upper surface of the droplet is given as a function of its volume while that of bottom part is proportional to 0.7 power of its volume. It is reasonable to neglect the inertial contribution to the flow through vapour channel between the bottom and the surface of solid at least below 800°C of the surface temperature of solid.

(Received Feb. 27, 1973)

1. 緒 言

高温固体表面における水滴の蒸発速度は、連続鋸造操作や鋼板のスプレ冷却操作の基礎として重要である。

前報¹⁾では、ガス加熱した鋼板上の静置水滴の蒸発寿命について報告し、鋼板から水滴への伝熱速度を鋼板表面温度と水滴の球相当半径の関数として記述する簡単な実験式を導いた。

一方、前報¹⁾でも論じたように、单一水滴の蒸発挙動に基づいてスプレ冷却操作の伝熱速度を求める上では、まだ多くの重要な課題が残されている。

本報は、その一つとして、高温固体表面の水滴蒸発過程を現象の実体的側面に留意して考察し、水滴の蒸発速度式を誘導する。

この種の研究は、過去にも散見され^{2)~4)}、それらは、いずれも、水滴と鋼板の間隙に生成する蒸気膜について蒸気の放射状一方向性粘性層流運動を仮定し、単純化した運動方程式を解くことによって、その膜厚を見積る考え方方が基本になっているが、滴形状の取り扱いが複雑であるために、数値計算によらざるをえない点、あるいは過度の簡略化のために実験結果と一致しないという意味で問題が残されている。また、蒸気膜内流動について、検討すべき事項も少なくない。

本報では、蒸気膜内流動について、1, 2新しい取り扱い方を検討し、滴形状に関する従来の実験的知見を利

用して、できるだけ取り扱いが容易で有用な蒸発速度式を提出することを目的としている。

2. 水滴の蒸発モデル

2.1 水滴の形状

いわゆるライデンフロスト現象の速度モデルとして、GOTTFRIED ら²⁾は、滴の形状を球形として取り扱い、蒸発速度モデルを設定した。

一般に、水滴が 0.005 g 程度以下の微小滴の場合には、滴の形状をほぼ球とみなすことが可能³⁾⁴⁾であるが、彼が実験に使用した水滴は 0.015~0.032 g であった。

AYLOR ら⁴⁾は、蒸発にさいして、滴の高さは変化せず、その半径のみが縮少するような円柱水滴モデルを仮定して考察を行なった。この取り扱いでは、水滴の蒸発速度が滴体積の 3/4 乗に比例するという簡単な結果となるが少なくとも形状の点では、水滴質量が 1 g 程度以上の大滴の場合でなければ円柱模型はあてはまらない⁴⁾。

WACHTERS ら³⁾は滴の表面力と体積力のつり合いに関する LAPLACE の式を数値的に解いて、はじめて膜沸騰中の液滴の正確な形状を推論しているが、上記の AYLOR ら⁴⁾の写真撮影に基づく実験結果も、高温固体表面上で膜沸騰する水滴の形状が WACHTERS ら³⁾の計算結果とよく一致することを示している。

* 昭和48年2月27日受付

** 名古屋工業大学 工博

AYLOR ら⁴⁾の報告に基づけば、一般に膜沸騰中の水滴形状は、底部を一部切断した回転楕円体の方程式によつて記述でき、その際、底部切断面の半径 R_0 は、次式のように滴の体積 V に関係づけられる。

$$R_0 = V^N, \quad N = 0.45 \pm 0.01 \quad \dots \dots \dots (1)$$

本報では、実測に基づく AYLOR ら⁴⁾の(1)式を使用して、蒸発速度式を誘導する。

2.2 蒸発速度モデル

膜沸騰にさいして、水滴は、上述の底部切断面と底面を除く他の上表面の両方から蒸発すると考えられるので、いま、底面における蒸発過程は、伝熱律速過程であると仮定し、上表面からのそれは物質移動律速過程であるとする。

したがつて、滴の体積減少速度は、(2)式のように2つの部分にわけられる。

$$-\frac{dV}{dt} = W_1 + W_2 \quad \dots \dots \dots (2)$$

2.2.1 水滴の上表面からの蒸発速度、 W_1

底部を一部切断された回転楕円体の幾何学的表面積に基づいて膜沸騰中の水滴の上表面積を計算することは、たんにはん雑であるばかりでなく、得られる結果も複雑で使用上きわめて不便である。そこで、滴の形状が比較的小さく球形からのずれがさほど大きくなきものとして水滴の上表面積の計算にかぎり、球の表面積に基づく表面積を使用する。

したがつて、前報¹⁾で使用した滴の球相当半径 r_0 および滴底面の半径 R_0 を用いて、滴の底面を除く上表面積 S を次式のように与えることができる。

$$S = 4\pi r_0^2 - \pi R_0^2 \quad \dots \dots \dots (3)$$

(3)式の r_0 および R_0 を滴の体積 V によって表わすと(1)および(3)式から、

$$S = (36\pi)^{1/3} V^{2/3} - \pi V^{2N} \quad \dots \dots \dots (4)$$

さて、物質移動律速仮定に基づき、 W_1 は(5)式で与えられる。

$$W_1 = k_g M S (c^* - c) / \rho_l \quad \dots \dots \dots (5)$$

k_g については、低レイノルズ数領域におけるシャーワット数 Sh の値を利用して、

$$Sh = 2k_g r_0 / D = 2$$

よつて、 $k_g = D/r_0 = \left(\frac{4}{3}\pi\right)^{1/3} DV^{-1/3}$ $\dots \dots \dots (6)$

(4)および(6)式を(5)式に代入して整理すれば、滴の上表面からの蒸発速度 W_1 が(7)式で与えられる。

$$W_1 = \beta \left(1 - \frac{c}{c^*}\right) \left\{1 - \left(\frac{\pi^2}{36}\right)^{1/3} V^{2N-2/3}\right\} V^{1/3} \quad \dots \dots \dots (7)$$

ここで、 β は、水滴の沸点における物性定数を含み、

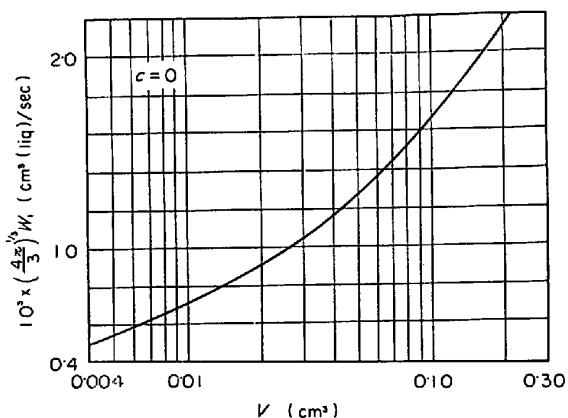


Fig. 1. Evaporation rate from upper surface of water drop, calculated with Eq. (7).

次式の内容をもつ定数である。

$$\beta = (48\pi^2)^{1/3} c^* DM / \rho_l \quad \dots \dots \dots (8)$$

(7)式から、 W_1 は霧囲気の水蒸気濃度によつて直接影響をうけることがわかる。すなわち、水蒸気飽和霧囲気中では、 $c=c^*$ となり、滴の上表面からの蒸発は停止すると考えられ、また、乾燥霧囲気中では $c=0$ となつて、 W_1 は最大の値となる。

また、 W_1 は水滴の体積 V にも依存して変化するが、その関係を Fig. 1 に示した。物性値については Table 1 を参照されたい。Fig. 1 から V の減少とともに W_1 が単調減少することがわかる。

2.2.2 水滴の底面における蒸発速度、 W_2

いま、滴底部に生成する蒸気膜の厚さを ξ_0 、蒸気膜の有効熱伝導度を k_e で表わすと、底面単位面積あたりの水蒸気の生成速度 v_0 は、WACHTERS ら³⁾の場合と同様に(9)式で表わすことができる。

$$v_0 = \left\{ \frac{k_e \Delta T}{\rho_g (\Delta H)} \right\} \cdot \frac{1}{\xi_0}, \quad \Delta T = T_s - 100 \quad \dots \dots \dots (9)$$

したがつて、

$$W_2 = \pi R_0^2 (\rho_g / \rho_l) v_0 \\ = \left\{ \frac{\pi k_e \Delta T}{\rho_l (\Delta H)} \right\} \frac{V^{2N}}{\xi_0} \quad \dots \dots \dots (10)$$

(10)式右辺の { } 内は、操作条件および物性値によつて定まる定数項であるので、この場合の問題は式中の ξ_0 を V ないしは、他の物性値によつて定めなければならないことである。

3. 蒸発中に変化する滴底部蒸気膜の厚さ、 ξ_0

これまで、水滴底部の蒸気膜内の流動は、慣性項を無視した半径方向放射状層流流動を仮定して取り扱われてきた。このような簡単化にもかかわらず WACHTERS ら³⁾

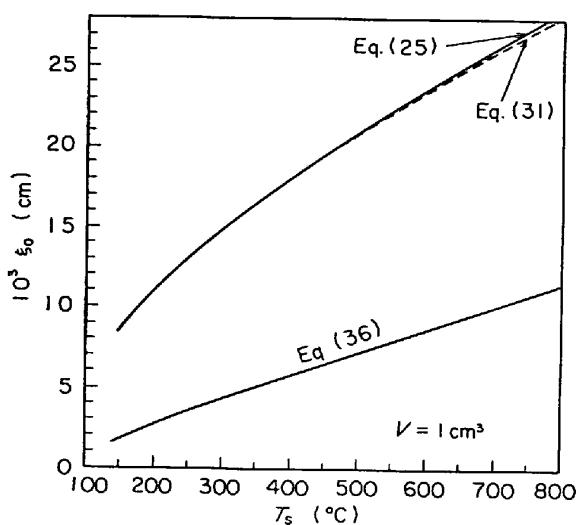


Fig. 3. Calculated thickness of vapor layer under water drop.

すなわち、滴底部の蒸気膜厚さ ξ_0 は未知の適合性パラメータを含まぬ形で(25)式によつて与えられる。 $N = 0 \cdot 45$ であるところから、 ξ_0 は $V^{0 \cdot 2}$ に比例し、固体表面温度に応じて 10^{-2} cm オーダーの値となることが計算によつて確かめられる (Fig. 3)*。

滴底部における蒸発速度は、(25)式を(10)式に代入することにより、(28)式で与えられる。

$$\alpha(T_s) = \left\{ \frac{16\pi^3 (k_e \Delta T)^2 \rho_0 g}{(\Delta H)^2 \rho_l^3} \right\}^{1/4}, \quad A^{-1} \equiv \alpha_1(T_s)$$

..... (29)

以上により、 W_2 は $V^{0.70}$ に比例する結果となつた。

3.2 慣性項を無視する場合

粘性項に比較して慣性項の寄与が無視できるとして、(13)式の左辺第1項を消去すると、この場合の解が次のように与えられる。

$$v_r = \frac{1}{2\mu} \left(\frac{dP}{dr} \right) (z - \xi_0) z \dots \dots \dots \quad (30)$$

$$P = \frac{3\mu v_0}{\xi_0^3} (R_0^2 - r^2) \dots \dots \dots \quad (31)$$

$$\xi_0 = \left\{ \frac{3\pi\mu(k_e \Delta T)}{2(4H)\rho_e \rho_v g} \right\}^{1/4} V^{N-1/4} \quad \dots \dots \dots (32)$$

W_2 は (28) 式とまったく同形となるが、この場合、 $\alpha(T_s)$ はつぎの $\alpha_*(T_s)$ となる。

$$\alpha(T_s) = \left\{ \frac{2\pi^3 (k_e \Delta T)^3 \rho g g}{3\mu (\Delta H)^3 \rho_0^3} \right\}^{1/4} \equiv \alpha_2(T_s) \quad \dots \dots (33)$$

3.3 粘性項を無視する場合

粘性項を無視できる条件下では、(13)式の右辺が消失し、解として(34)～(37)式が導かれる。

$$P = \frac{\rho g v_0^2}{8\xi_0^2} (R_0^2 - r^2) \quad \dots \dots \dots \quad (35)$$

$$\xi_0 = \left\{ \frac{\pi (k_e \Delta T)^2}{16 (\Delta H)^2 \rho_g \rho_l g} \right\}^{1/4} V^{N-1/4} \quad \dots \dots \dots (36)$$

この結果、 W_2 は、この場合も(28)式と同形となるが、 $\alpha(T_s)$ は(37)式で与えられる。

$$\alpha(T_s) = \left\{ \frac{16\pi (k_e \Delta T)^2 \rho_{gg}}{(\Delta H)^2 \rho_i^3} \right\}^{1/4} \equiv \alpha_3(T_s) \quad \dots (37)$$

(25)および(29)式と(36)および(37)式とを比較すると後者らが項 A を含まない点を除いて、まったく同じ結果となつてゐる。

以上の3つの場合を比較考察するために、蒸発速度式に含まれる定数および物性値に実際の数値を代入して計算を行なつた。使用した数値を Table 1 に示す。

慣性項と粘性項の両方を考慮した場合、慣性項を無視した場合、および粘性項を無視した場合のそれぞれについて、高温固体表面上の水滴底部に生成する蒸気膜の厚さ δ_0 を比較したのが Fig. 3 である。

粘性項を考慮した前 2 者の場合、すなわち(25)および(32)式の ξ_0 は事実上一致する。これらに対して、後者(36)式の ξ_0 の値は約 $1/3 \sim 1/5$ ていどかなり小さい値となる。

すなわち、Fig. 3 の計算を行なつた温度範囲で、粘性項を考慮する蒸発モデルは慣性項を無視しても差し支えないことが示され、従来の仮定の妥当性が裏付けられる。

Fig. 4 に(25)式の粘度 μ を含む無次元項 λ_{50} および λ_1 の項を固体表面温度に関してえがいた.

温度 T_s が上昇すると、ガスの通性として、水蒸気の

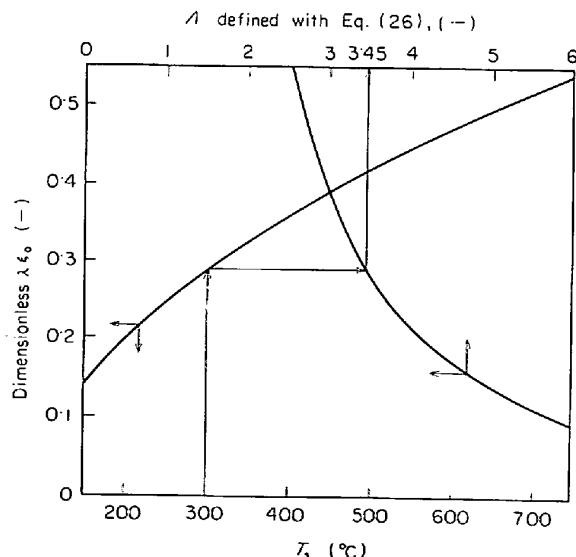


Fig. 4. Dimensionless $\lambda \xi_0$ and A respecting with hot surface temperature.

* Fig. 3 は $V = 1 \text{ cm}^3$ の場合の計算結果であることに注意.

Table 1. Constants and properties involved with evaporation rate expression ($T = (T_s + 100)/2$;
* 1 values at the boiling point of water; * 2. radiation is not considered)

$M = 18 \text{ g/mol}$,	$g = 980 \text{ cm/sec}^2$
$c^* = 3.268(10)^{-5} \text{ mol/cm}^3$,	$\Delta H = 540 \text{ cal/g}$
$D = 0.380 \text{ cm}^2/\text{sec}$,	$\rho_e = 1 \text{ g/cm}^3$
$k_e = 2.07(10)^{-7}T + 3.40(10)^{-5} \text{ cal/cm}\cdot\text{sec}\cdot{}^\circ\text{C}$ (* 2)	
$\mu = 2.25(10)^{-7}(273 + T)^{1.07} \text{ g/cm}\cdot\text{sec}$ (reference 5))	
$\rho_g = 0.2194/(273 + T) \text{ g/cm}^3$	

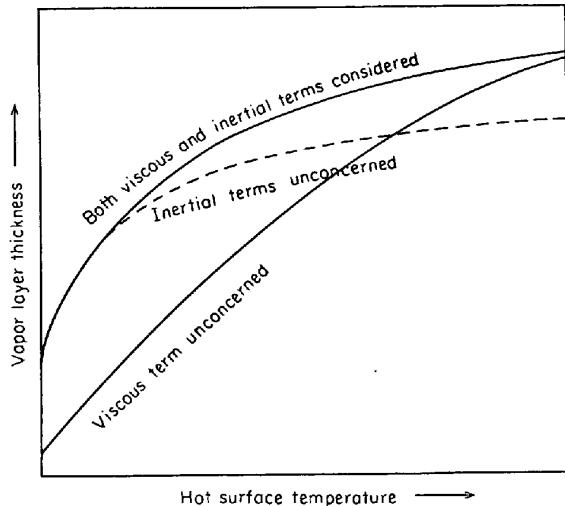


Fig. 5. Schematic representation of the relation between hot surface temperature and vapor layer thickness.

粘度 μ が増加するが、温度上昇に基づく粘度の上昇効果以上に水の蒸発能力が増大する結果、 $\lambda\xi_0$ が温度とともに上昇する結果となつてゐる。このため、項 A の値は、温度の上昇とともに減少し、 $\lambda\xi_0 \rightarrow \infty$ における A の極限値 1 に接近する。

(25)式の A をのぞく係数が(36)式のそれと同一である事実は、温度の上昇とともに、みかけ上、粘性項の寄与が減少して、慣性項の寄与が無視できなくなる傾向を示している。したがつて、Fig. 3 および 4 の結果は、 ξ_0 と T_s の関係について、Fig. 5 に模式的に示した傾向の一断片として理解することができる。

さいごに、3.1 節のはじめの部分で仮定した ξ_0 と R_0 の相対的な大きさについて、以上に得られた理論に基づき検討する。

上述した 3 つの場合について、 ξ_0 と R_0 の比の値を計算した結果が Fig. 6 であるが、 $T_s < 760^\circ\text{C}$ の範囲では、 ξ_0 が R_0 の約 2% 以下となつて、仮定の妥当性が示されている。

4. 実験値と理論モデルの比較

水蒸気を飽和した雰囲気中では、前述のように $W_1 = 0$ となるので、次式が成立する。

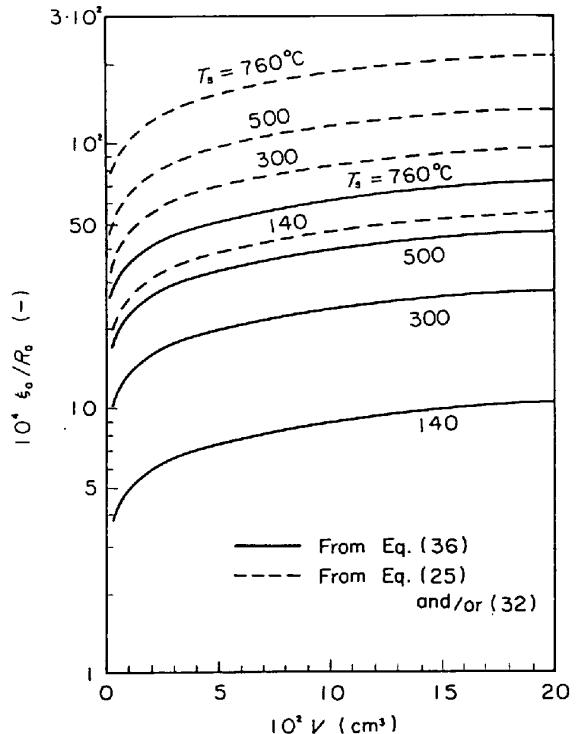


Fig. 6. Ratios of ξ_0 to R_0 .

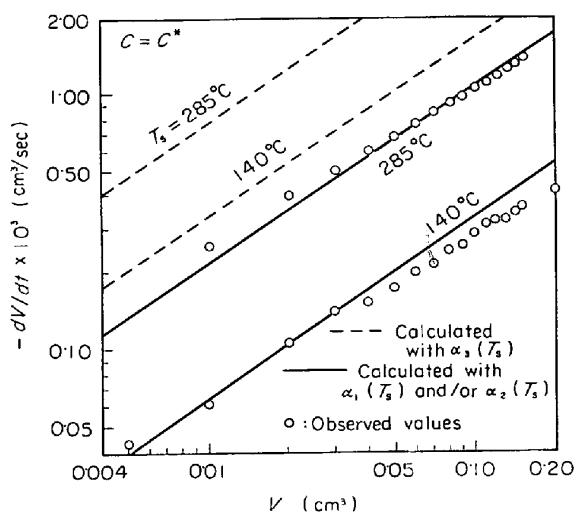


Fig. 7. Theoretical curves and experimental values³⁾ in a saturated atmosphere.

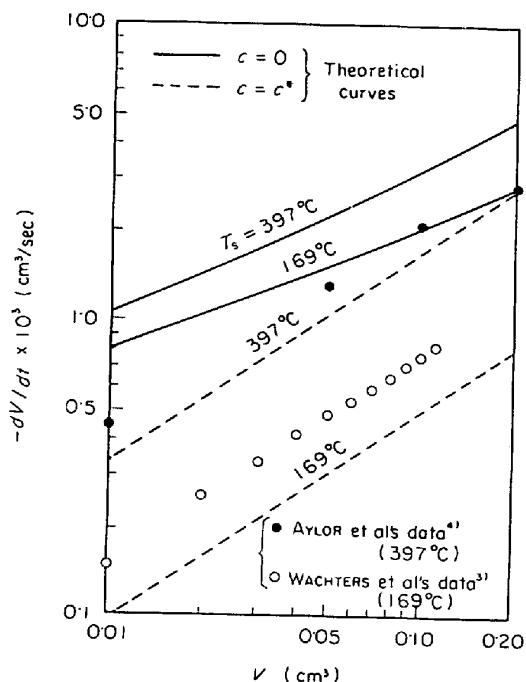


Fig. 8. Theoretical curves and experimental data³⁾⁴⁾ in a dry atmosphere.

$$-\frac{dV}{dt} = W_2 = \alpha(T_s) V^{0.70}, \quad c = c^* \dots \dots \dots \quad (38)$$

水滴の蒸発寿命 t_d は、(38)式から

$$t_d = V_0^{0.30} / 0.30 \alpha(T_s) \quad \dots \dots \dots \quad (39)$$

で与えられる.

Fig. 7 に WACHTERS ら³⁾が報告する水蒸気飽和空気中の実験データと(38)式に基づく理論計算の結果を比較して示す。

粘性項を考慮した(29)および(33)式の $\alpha_1(T_s)$ および $\alpha_2(T_s)$ を使用した蒸発速度の計算値は、よく実験結果と一致するのに対して、運動方程式中で粘性項を無視した(37)式の $\alpha_3(T_s)$ を使用した計算結果は、実測値の4倍といどの高い蒸発速度を与えた。すなわち、膜沸騰のさいの水滴蒸発過程における底部蒸気膜の粘性を無視することは許されない。

一方、乾燥霧囲気中では、(7)式の c が $c = \theta$ となるので滴の上表面における蒸発流速 W_1 (Fig. 1) を考慮しなければならない。

Fig. 8 に, WACHTERS ら³⁾および AYLOR ら⁴⁾が乾燥空気中で行なつた実験結果を $\alpha_1(T_s)$ あるいは $\alpha_2(T_s)$ を使用した本報の理論に基く計算結果と比較して示した。実験値は、いずれも $c = 0$ の場合の $3/5 \sim 1/5$ ていど低い値となつてゐる。それらは、 $c = c^*$ とした飽和霧閉気中の速度にむしろ近い値を与えてゐる。

前報¹⁾で報告した著者の実験は、とくに雰囲気調整を行なわない場合であるが、これらと、 $\alpha_1(T_s)$ あるいは

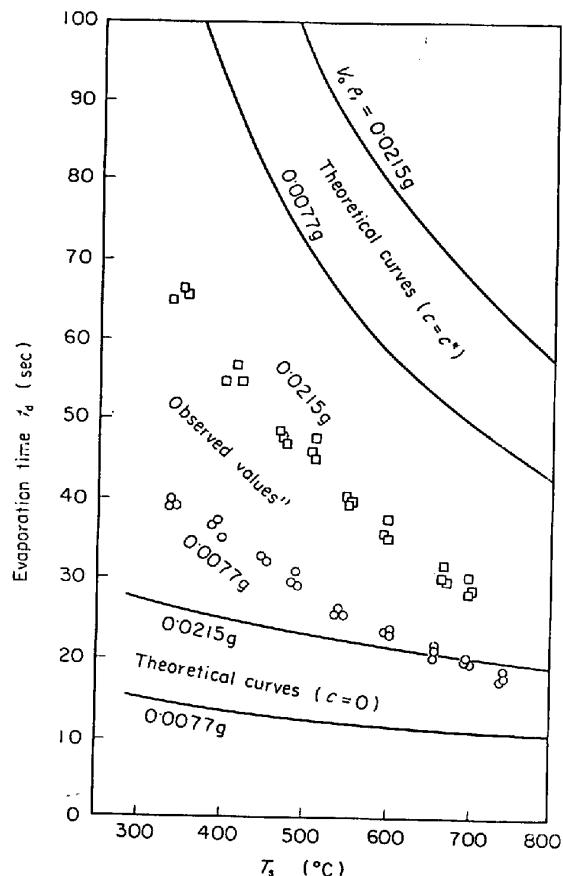


Fig. 9. Theoretical curves and observed values¹⁾ respecting with evaporation time of a water drop.

$\alpha_2(T_s)$ に基く理論計算の結果とを比較すると Fig. 8 となる.

結果は、 $c=0$ および $c=c^*$ の場合の計算値の中間に実験値が位している。

Fig. 8 の結果が何に起因するかここで推論することは困難であるが、Fig. 9 の結果は、本報の理論モデルにとって必ずしも不適当なものではない。

乾燥霧団気あるいは水蒸気不飽和状態の霧団気下での水滴の蒸発速度については、なお、検討の余地が残されたが、この段階で(3)～(7)式の水滴上表面からの蒸発速度モデルの当否をにわかに結論することはできない。

5. 論

高温固体表面に静置した水滴の蒸発速度について、理論速度式を誘導した。滴上表面からの水の蒸発速度は、滴の体積の関数となる。また、滴底部の蒸発速度は、滴の体積の 0.70 乗に比例する。

滴底部に生成する微細な水蒸気膜中の流動について考察し、すくなくとも、本報で検討した 800°C ていど以下の固体表面温度の範囲で、蒸気の粘性を無視すること

はできないこと、および、むしろ、膜内流動の慣性項を無視することが許されることがわかつた。

蒸発速度の理論計算と実験値を比較して、水蒸気飽和霧囲気中での蒸発速度の実験値がよく理論モデルと一致することを示した。

記 号

c, c^* : 霧囲気中の水蒸気濃度および飽和濃度
(mol/cm³)

D : 霧囲気中の水蒸気の拡散係数 (cm²/sec)

g : 重力定数 (cm/sec²)

ΔH : 水の蒸発熱 (cal/g)

k_e : 蒸気膜の有効熱伝導度 (cal/cm·sec·°C)

k_g : 物質移動係数 (cm/sec)

M : 水の分子量 (g/mol)

P : 蒸気膜の圧力と霧囲気の圧力の差 (g/cm·sec²)

R_0 : 水滴底部の蒸気膜の半径 (cm)

r_0 : 滴の球相当半径 (cm)

S : 滴の上表面の表面積 (cm²)

T_s : 固体の表面温度 (°C)

t_d : 滴の蒸発寿命 (sec)

V, V_0 : 水滴の体積および初期体積 (cm³)

v_0 : 滴の底面からの蒸発流束 (cm³(vap)/cm²·sec)

v_r, v_z : r および z 方向の流速成分 (cm/sec)

W_1, W_2 : 滴の上表面および底面からの蒸発速度
(cm³(liq.)/sec)

ξ_0 : 滴底部の蒸気膜の厚さ (cm)

ρ_g, ρ_l : 水蒸気および水の密度 (g/cm³)

μ : 蒸気膜の粘度 (g/cm·sec)

文 献

- 1) 森山: 鉄と鋼, 59 (1973), No. 9
- 2) B. S. GOTTFRIED, C. J. LEE, and K. J. BELL: Int. J. Heat Mass Transf., 9(1966), p. 1167
- 3) L.H.J. WACHTERS, H. BONNE, and H. J. van NOUHUIS: Chem. Eng. Sci., 21(1966), p. 923
- 4) D. AYLOR and W. S. BRADFRIED: I & EC Fund., 8(1969), p. 8
- 5) 物性定数表 No 3, p. 276 (1965, 化学工学協会)

付 記

本研究の費用は昭和 47 年度文部省科学研究補助金に負つている。