

536.212.1:621.746.628:621.746.393:620.191.4

鑄型の熱応力の算定について*

平 谷 達 雄**

Analysis of Thermal Stresses in Ingot Moulds

Tatsuo HIRATANI

Synopsis:

The thermal stresses in the ingot moulds were determined based on thermo-elasticity with a aid of digital computer. The unsteady temperature distribution was first established on the nodal points of mesh screens representing the cross section of the moulds. The thermal stresses, strains and displacements were then calculated by the finite element method, where the imaginary division of the mould as an elastic continuum into a finite number of elements is a common procedure and each of them satisfies the compatibility and equilibrium conditions.

Because of various factors affecting the mould life, one should refrain from making a quick decision on the basis of stress analysis only, but this method of calculation is useful and promising though concrete results is incomplete without the direct measurements of stresses at present stage. The magnitude of stresses were found to be big enough for crazing and initial cracking of mould. Comparisons of stresses were made with respect to varying wall thickness and their size.

(Received Feb. 7, 1969)

1. 緒 言

普通鑄型の寿命を評価するには、まずクレーシングや割れの発生の危険性を検討する必要があるが、そのうちでも鑄型使用時に発生する熱応力の決定は大切と思われる。応力の算定には、鑄型内の非定常な温度分布をもとめることが必要であるが、これは差分法により、凝固、冷却作用をうけている鋼塊の温度分布と同時に決定された。熱応力は有限要素法をもちいて算出された。鑄型断面を平衡条件と変位の適合条件式を満足する有限個の要素に分割する方法は、差分法により求められた温度分布のデータを適用するのにふさわしいと考えられる。

2. 鑄型使用時の温度分布

凝固、冷却中の鋼塊の温度の数値解析の例は、すでにいくつか発表¹⁾されているが、鑄型内の温度分布も鋼塊と鑄型の境界面で熱収支を満足させることにより、まったく同様な手法で決定できる。適当な型抜き時期、均熱炉への装入時期を決めるうえで、鋼塊の温度を知ることが大切であったが、鑄型の熱応力解析に応用する場合は分割数を細かくすることが必要である。付録に、数値解法にもちいられる差分方程式を無次元化して与えた。数式モデルを無次元化することによつて、一般的な図表から毎回、計算機を使用することなく温度を知ることができ

るので便利である。

さて、鋼塊の凝固、冷却は、実際には3次元的に進行するが、鋼塊の中央付近のみを対象としたときは、2次元と仮定して取り扱つてよいと考えられる。したがつて応力解析には、2次元弾性方程式が適用された。連続体を分割して得られる要素も、三角形要素である。しかし温度の場合は3次元的に与えられれば、3角形要素のかわりに4面体を用いるだけで、応力をもとめる上で少しも解法上の制約をうけない。

一例として、Fig. 1にフルート (flute) 付、22 t 鋼塊の鑄型の温度分布を示す。計算にもちいられた諸元はつぎのとおりである。

鑄型の初期温度	50°C
鑄型の雰囲気温度	27°C
溶鋼の凝固潜熱	52.8 kcal/kg
鋼の比重	7650 kg/m ³
鑄型の比重	7200 kg/m ³
鑄型壁の厚み方向分割数	8コ

また、鑄型断面上の各点の温度変化を Fig. 2 に示した。

3. 熱応力の計算

3.1 基本式

二次元弾性問題は弾性学の古典的な問題の1つであり

* 昭和44年2月7日受付

** 川崎製鉄(株)千葉製鉄所

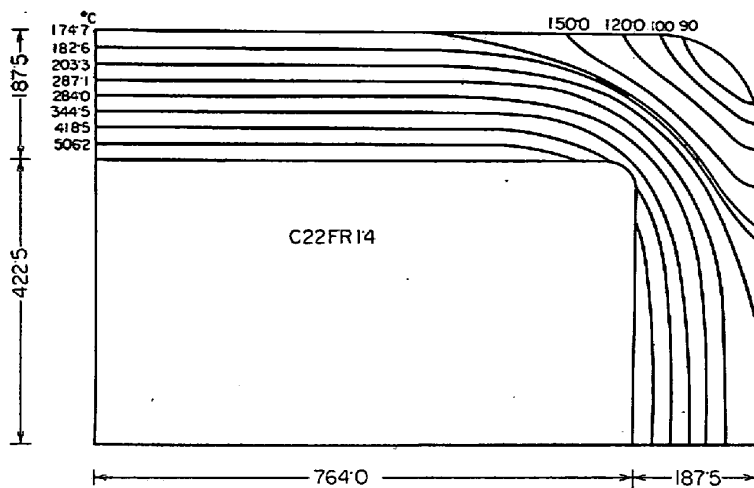


Fig. 1. Temperature contour (15 min after casting).

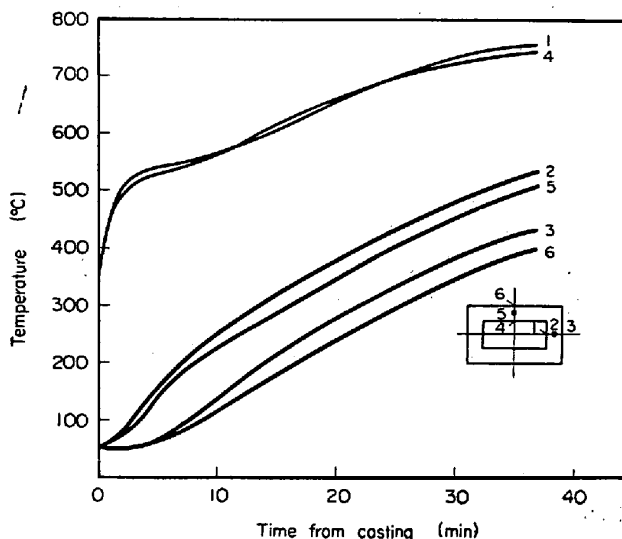


Fig. 2. Temperature/Time from casting.

AIRY の応力関数, ついで GOURSAT の複素応力の関数が導入されて以来, 主として MUSKHELISHVILI を中心とする壮麗な 2 次元弾性論の体系が作り上げられているがここでは, 有限要素法をもちいた. 差分式によつて決定された温度分布を, 直接, 応力計算に適用するのに便利なため, 二重連結領域である鋳型断面の境界上で変位を連続させる条件も容易に解決できる.

有限要素法については, あらためて説明する必要もないと思われるが, 参考までに要約する.

連続体を有限数の要素に分割しその集合とみなす. 力は要素の節点 (node) を通してのみ伝達されると仮定する. 要素内の変位 u を適当な変位関数で表わす.

$$u(X, Y) = M(X, Y) \alpha \quad (1)$$

節点変位 u_i を一般化された座標系 α の関数として表わす.

$u_i = A \alpha$ ここに A は変位関数マトリックスに節点座標を (X_i, Y_i) 代入したものである.

$$\alpha = A^{-1} u_i \quad (2)$$

要素の歪成分 ϵ を計算する.

$\epsilon(X, Y) = B(X, Y) \alpha$ B は M を微分して求められる. 要素内の応力 σ は,

$$\sigma = D(\epsilon - \epsilon_0) \quad (3)$$

D は弾性マトリックス, ϵ_0 は温度による初期歪マトリックスである.

仮想仕事の原理から, 節点の独立変位 u_i が外力 f とする外部仕事 W_{ext} と, 内部変形が相当する応力とを内部仕事 W_{int} は等しいから単位体積について,

$$W_{\text{ext}} = W_{\text{int}} \quad (4)$$

$$\epsilon = B \alpha = B A^{-1} u_i = N u_i \quad (5)$$

$$N = B A^{-1} \quad (6)$$

$$\epsilon^T = u_i^T N^T \quad (7)$$

$$W_{\text{int}} = \epsilon^T \sigma = (\epsilon_x \sigma_x + \epsilon_y \sigma_y + \gamma_{xy} \tau_{xy}) \\ = u_i^T N^T \sigma = u_i^T N^T D (\epsilon - \epsilon_0) \quad (8)$$

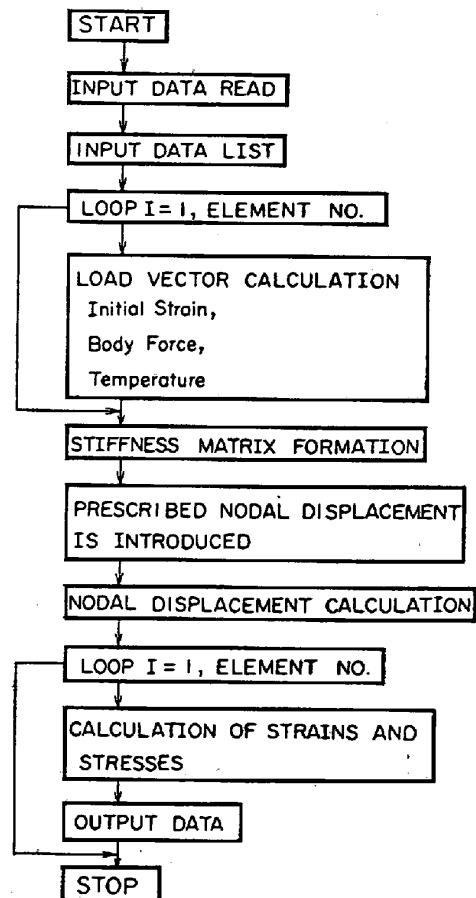


Fig. 3. Block chart of the program for thermal stress calculation.

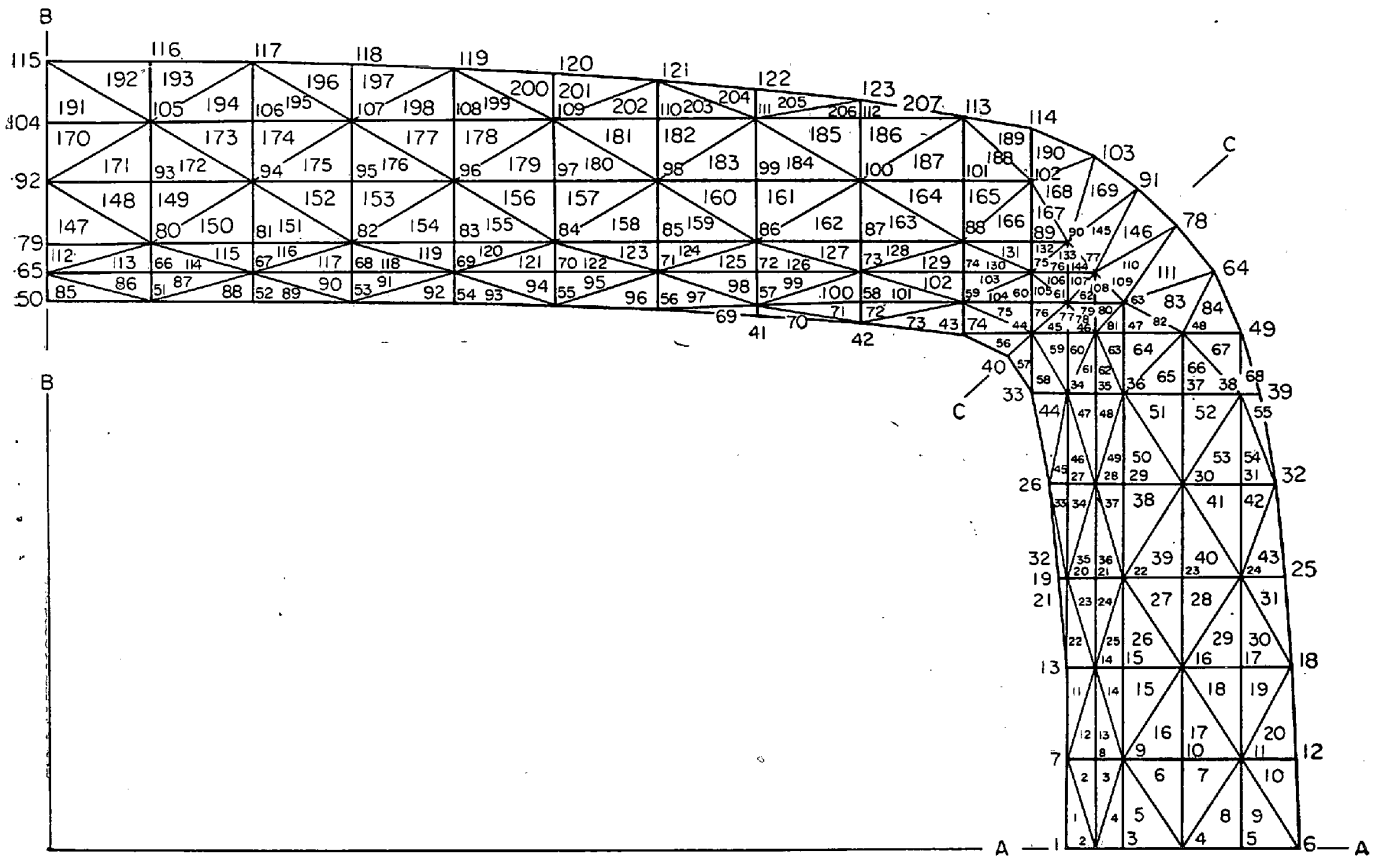


Fig. 4. Mesh screen for stress analysis.

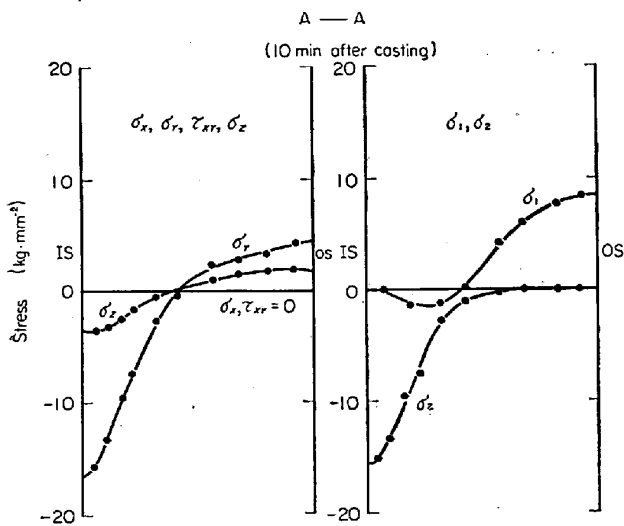


Fig. 5. Thermal stresses in ingot mould.

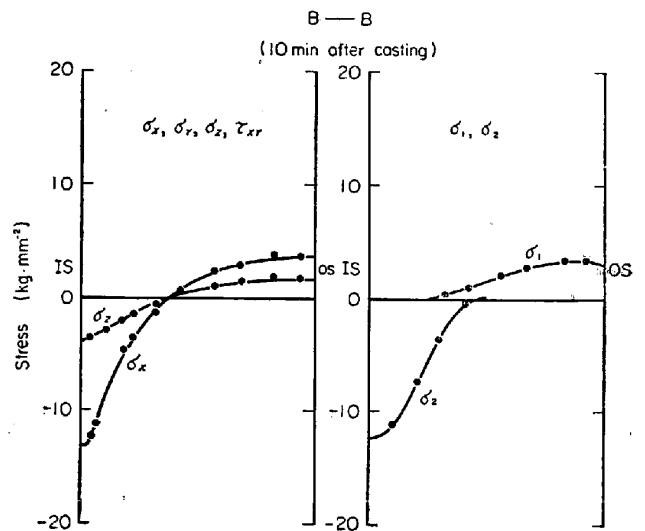


Fig. 6. Thermal stresses in ingot mould.

有限要素全体について

$$\begin{aligned}\bar{W}_{\text{int}} &= \int u_i^T N^T D (\epsilon - \epsilon_0) d(\text{vol}) \\ &= u_i \int N^T D (\epsilon - \epsilon_0) d(\text{vol}) \dots \dots \dots (9)\end{aligned}$$

$$\bar{W}_{\text{ext}} = u_i^T f \dots \dots \dots (10)$$

$$u_i^T f = u_i \int N^T D (\epsilon - \epsilon_0) d(\text{vol}) \dots \dots \dots (11)$$

 u_i^T を両返から消去して,

$$\begin{aligned}f &= \int N^T D (\epsilon - \epsilon_0) d(\text{vol}) \\ &= \int N^T D N u_i d(\text{vol}) - \int N^T D \epsilon_0 d(\text{vol}) \dots \dots (12)\end{aligned}$$

$$f_0 = \int N^T D \epsilon_0 d(\text{vol})$$

f_0 は初期歪による力である。

$$f + f_0 = \left[\int N^T D N^T d(\text{vol}) \right] u_i = [k] u_i \dots \dots (13)$$

さて、梁要素との対応から括弧内が剛性マトリックスであることは明らかである。以上で要素の剛性マトリックス $[k]$ がもとめられた。これは 6×6 の対称行列である。

つぎに構造物全体の剛性行列 K をもとめ、逆行列を外力ベクトルに乗じて変位 u_i をもとめ、 ϵ を決定し、さらに(3)式により応力をもとめる順序は他の変位法によるものと変わらない。計算にもちいられたプログラムのブロックチャートを Fig. 3 に示す。初期歪 ϵ_0 は、

$$\epsilon_0 = (1 + \nu) \left\{ \begin{matrix} \alpha T \\ \alpha T \\ 0 \end{matrix} \right\} \text{平面歪のとき, } = \left\{ \begin{matrix} \alpha T \\ \alpha T \\ 0 \end{matrix} \right\}$$

平面応力のとき、

$$\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = D \left(\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} - \epsilon_0 \right) \dots \dots \dots (14)$$

主応力および主せん断力は、

$$\sigma_{1(m)} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2} \dots \dots (15)$$

$$\tau_{1(m)} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2} \dots \dots \dots (16)$$

添字 m (1~8) は計算点を示す。

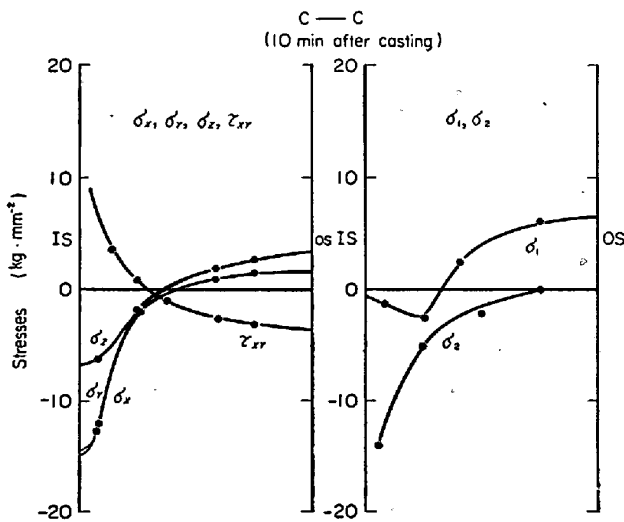


Fig. 7. Thermal stresses in ingot mould.

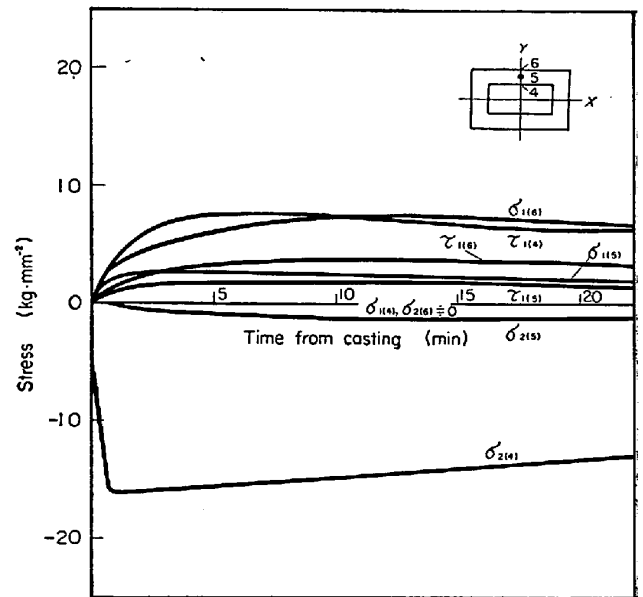


Fig. 9. Thermal stresses in ingot mould vs. time from casting.

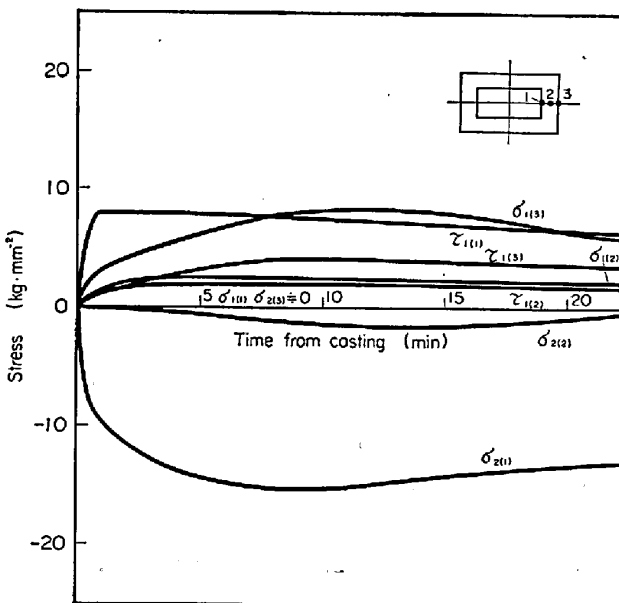


Fig. 8. Thermal stresses in ingot mould vs. time from casting.

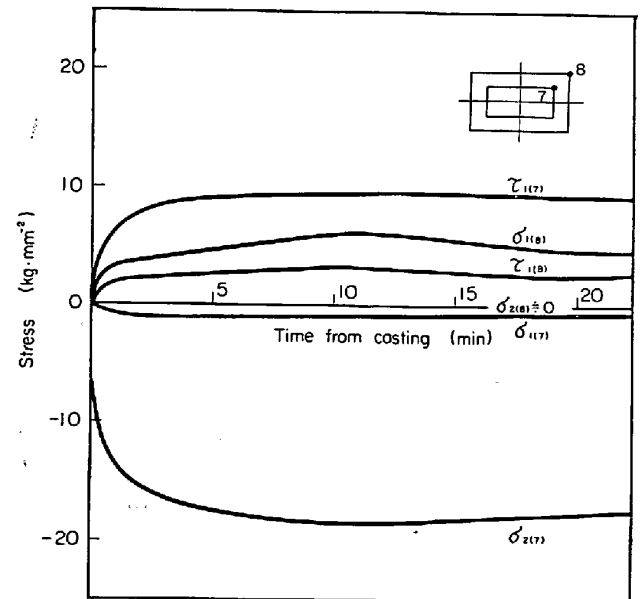


Fig. 10. Thermal stresses vs. time from casting.

温度は各節点でデータとして読み込まれた。鋳型の熱応力を計算する前に、完全解の判明しているいくつかのモデルについて誤差の検討を行ない要素数を決定した。

逆行列の計算には cholesky の方法を用いた。

3.2 計算結果

22 t, 圧延幅 1.4 メートルの鋼塊について行なつた応力の計算結果を Fig. 5~10 に示す。Fig. 4 は mesh pattern を示す。Fig. 5, 6, 7 はそれぞれ鋳型の短返, 長返および隅部切断面の応力分布を示す。計算条件は線膨張率 $12 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$, 弾性係数 $4 \times 10^3 \text{ kg/mm}^2$, 鋳込経過時間 15 min である。線膨張率は温度にほとんど関係なく一定に保たれることが実験により確認されている。弾性係数は鋳型が数回の熱サイクルを経過した後ではかなり低下するので上記の値を採用したが、むしろ、 σ/E の度で読むほうがよいと思われる。

鋳型は、軸方向直角断面で、内側に圧縮、外面で引張のたが応力をうけるが、Fig. 4 に示したそれぞれの切断面で、差異はなく、約 $-4 \times 10^{-3} E$ (圧縮側), $+10^{-3} E$ (引張側) の応力値をもっている。軸方向の応力は、内側に圧縮、外面で引張となるが、小さくなっている。しかし鋳型の上, 下端では、軸方向直角断面と等しい大きさの応力をうけていると思われる。Fig. 8~10 に、各断面部の主応力 (σ_1), (σ_2) および主せん断応力 (τ_1) の時間変化を示す。熱応力の発生は鋳込直後に急速にはじまり増加するが、約 5 min くらいで最大値に達し、あとはゆるやかな変化を示す。主応力の大きさは、圧縮側で $-4 \times$

$10^{-3} E$, 引張側で $2 \times 10^{-3} E$ となつている。鋳型内面の主せん断応力 τ_1 は $2 \times 10^{-3} E$ で大きい。

つぎに、9 t 鋼塊鋳型の肉厚を変化させて比較した。鋳型の寸法は Table 1 のとおりである、 a , b は、それぞれ厚肉、薄肉鋳型で、テスト用に試作された。応力解析の結果を、Fig. 11 および Fig. 12 に示す。使用成績は薄肉鋳型 b が、寿命が短く原単位 (円/t 鋼塊) は、厚肉鋳型 a より 20% 大きいことがわかつた。熱弾性にもとづいて計算されて各断面の主応力を比較すると、薄肉

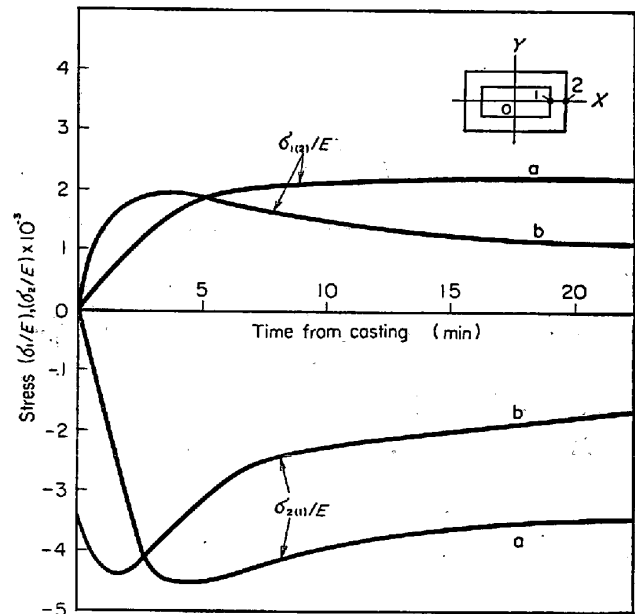
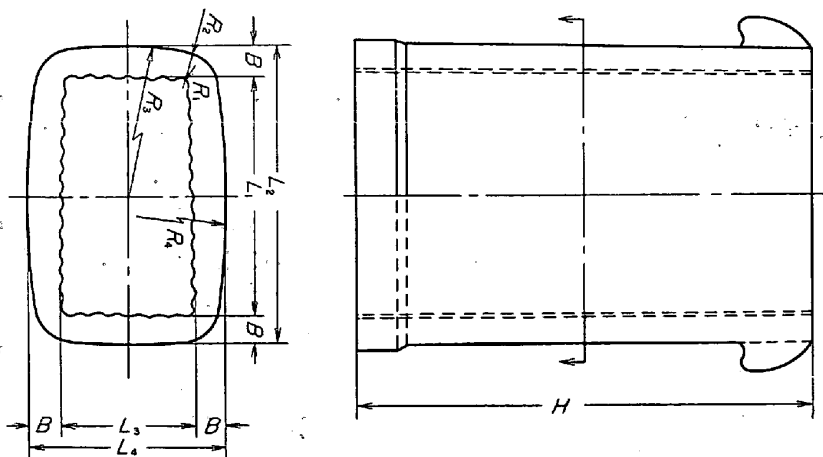


Fig. 11. Principal stresses vs. time from casting.

Table 1. Dimensions of ingot moulds subjected to stress analysis.

Mould wt. (t)	Designation	M/I ratio	L ₁	L ₂	L ₃	L ₄	B	R ₁	R ₂	R ₃	R ₄	H
22	C22FR 1.4	0.89	1528	1873	845	1220	187.5	35	190	1697.8	4796	2800
9	a	1.57	1126	1554	597.5	1025.5	214	35	210.5	783.1	2966.5	2300
9	b	0.80	1126	1338.4	597.5	809.9	106.2	35	122.1	863.8	3821.7	2300



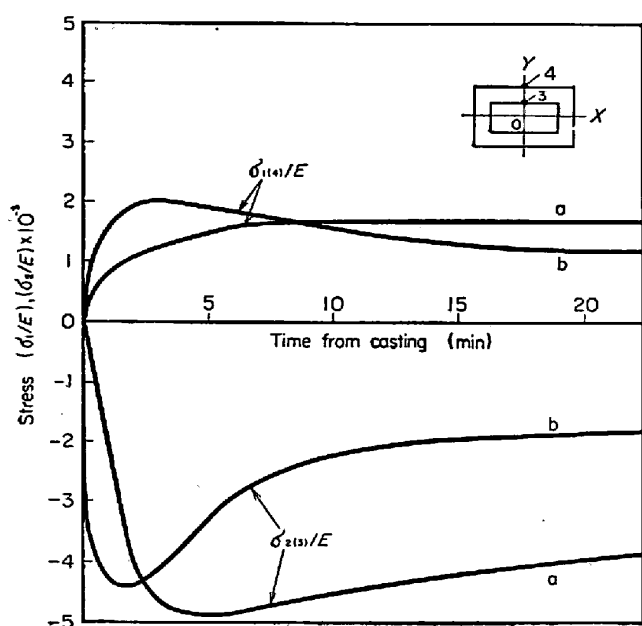


Fig. 12. Principal stresses vs. time from casting.

鑄型が鑄込直後をのぞいては小さくなっている。しかし熱応力の発生は薄肉鑄型のほうがいち早くおこり、熱衝撃は大きく、初期割れの条件としてはより苛酷なものになつていられる。

4. 考 察

鑄型の寿命を評価するには、まず、クレージング (crazing) や割れ (cracking) の発生原因を究明することが大切であるが、それらが、直接熱応力による降伏であるにしても、また、熱疲労のサイクルを経て発生するにしても、応力の大きさをできるだけ定量的に把握することは大切であろう。熱疲労の場合でも、鑄型材に作用する応力が小さければ、鑄型使用回数は増加するだろう。しかし鑄型寿命は、熱応力だけで解決できるものでなく、製造条件である材種 (キューボラ鉄鉄、直鑄鑄型材、ダクタ

イル鑄型材)、鑄造条件 (化学組成、鑄込温度)、材質 (物性常数、黒鉛の形状、分散状態)、使用条件 (鋼種、注入、型抜温度)、管理上の条件および形状寸法 (トン数、扇平度、肉厚、補強帯) などの数多くの要因が存在する。熱応力の大きさは $\alpha E \Delta T / (1 - \nu)$ (kg/mm^2) の尺度で決定されるが、弾性係数 E の増加につれて、鑄型内に発生する熱応力も、ほぼ、比例して増加する。そのため Ti 添加によつて鑄型材の塑性を強めている例もある²⁾。一般に、鑄型材の圧縮強度は常温では引張強度の数倍あるが、鑄型内に発生する熱応力も圧縮力は引張力より大きく、結局、鑄型材は塑性の大きい、圧縮強度の大きいものが適していると思われる。

FC 材中でも、低い引張強度のものが、片状黒鉛の発達によつて応力に対する緩衝効果もよく、弾性係数も小さいので熱応力も小さい。Mn, Mg 添加により、表面活性剤である鑄型材中の S の低下を図り、粒界破壊を抑制することも、鑄型材の耐久性向上に対する積極的な対策と思われる²⁾。

鑄型の設計について、隅部と長、短辺部の応力をできるだけ平均化するように、肉厚や隅部の丸み半径を決定するのも一方法である。Fig. 13 に、鑄型断面の応力レベルの例を示した。熱応力の算定には、まず温度分布を決定しなければならないが、これまで用いられている差分方程式による方法は、隅部の丸み部分の温度計算および温度勾配に対応して分割ピッチを変更したりできない点で、不完全であるが、面積座標、modal analysis を併用して熱伝導の式を変分化すれば、有限要素法³⁾ を適用できる。

5. む す び

熱弾性 (thermoelasticity) にもとづく鑄型の熱応力の解析について、これまで述べてきたが、実際には、弾塑性、除荷の問題も解析され始めている。しかし上記の方法でもかなり柔軟性をもつていて、たとえば温度分布が決定されれば、弾性係数、ポアソン比はその関数として、鑄型断面の任意の点で応力計算プログラムにインプットできるので便利である。鑄型の熱応力はその値の大きさから十分、鑄型の内面荒れ、割れの原因になつていられると思われる。鑄型材としては、圧縮抵抗の大きい、塑性の大きいものが適当である。鑄型断面の閉回路において、熱応力が平均化されるように、長辺、短辺の比率、コーナーの丸みなどを以上の方法により決定できるので鑄型設計に待立つと思われる。終わりに本研究に対

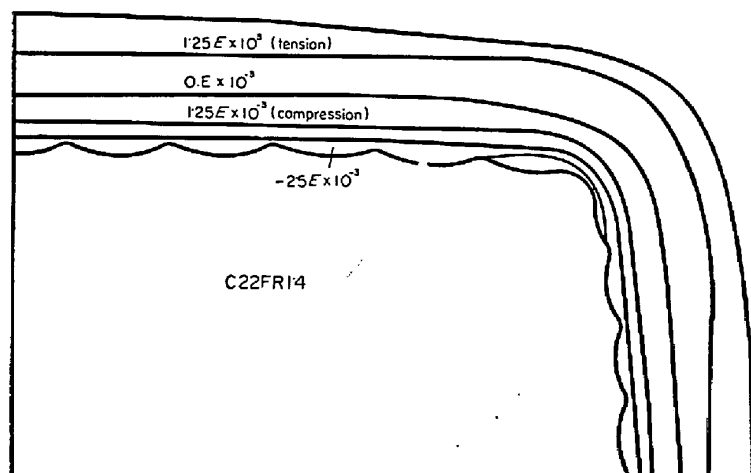


Fig. 13. Stress contour (15 min after casting).

し、協力された関明、市原功の諸氏、早稲田大学・林郁彦教授に謝意を表わします。

補遺

(1) 基本式

$$\rho C_p \partial T / \partial t = -\nabla \cdot q \quad \dots\dots\dots (1)$$

鋼塊の鑄込方向をガウス座標系の Z 軸として、この方向の熱の流れを小さいと仮定してこれを無視して、2次元のモデルについて考えると、

$$q_z = 0 \quad \text{したがって}$$

$$\rho C_p \partial T / \partial t = -(\partial q_x / \partial x + \partial q_y / \partial y) \\ = -(\partial / \partial x (-\kappa \partial T / \partial x) + \partial / \partial y (-\kappa \partial T / \partial y)) \quad \dots\dots\dots (2)$$

物性定数 C_p , κ は、それぞれ温度の関数であるので、変数 T について次の変数変換をおこなう。

$$\phi = \int_{T_d}^T (K/K_d) dT \quad \text{とすれば、}$$

$$\rho C_p \partial T / \partial t = K_d \nabla \cdot \phi \quad \text{また } C_p = \partial H / \partial T \quad \text{であるから}$$

$$\partial H / \partial t = (K_d / \rho) \nabla \cdot \phi$$

(2) 式の無次元化

$$x = L \cdot x'$$

$$y = L \cdot y'$$

$$T = T_0 \cdot T'$$

$$H = H_0 \cdot H'$$

$$t = t_0 \cdot t'$$

$t_0 = (\rho H_0 L^2) / (K_d T_0)$ とすれば、 x' , y' , T' , H' , t' は無次元の数になる。

$$\phi = \int_{T_d}^T (K/K_d) dT = \int_{T_0}^T (K/K_d) dT \\ + \int_{T_d}^{T_0} (K/K_d) dT$$

定義により $\phi(T_0) = \int_{T_d}^{T_0} (K/K_d) dT$ であるから、

$$\phi = \phi(T_0) + T_0 \int_1^{T'} (K/K_d) dT'$$

$$\phi' = \int_1^{T'} (K/K_d) dT' \quad \text{を定義すれば、}$$

$$\phi = \phi(T_0) + T_0 \phi' \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\text{また } C_p = \partial H / \partial T = (H_0 / T_0) (\partial H' / \partial T') \quad \dots\dots\dots (5)$$

(4), (5) 式を(3)式に代入すれば、

$$\partial H' / \partial t' = \partial^2 \phi' / \partial x'^2 + \partial^2 \phi' / \partial y'^2 \quad \dots\dots\dots (6)$$

(3) 差分近似方程式

$$H'_{m,n,r+1} = H'_{m,n,r} + \frac{\Delta t'}{(\Delta x')^2} \\ (\phi'_{m+1,n,r} - 2\phi'_{m,n,r} + \phi'_{m-1,n,r}) \\ + \frac{\Delta t'}{(\Delta y')^2} (\phi'_{m,n+1,r} - 2\phi'_{m,n,r} + \phi'_{m,n-1,r}) \\ \dots\dots\dots (7)$$

境界条件として、 x 軸上では $\partial T / \partial y = 0$ であるから、

$$\phi'_{m,n+1,r} = \phi'_{m,n-1,r} \\ H'_{m,n,r+1} = H'_{m,n,r} + \frac{\Delta t'}{(\Delta x')^2} \\ (\phi'_{m+1,n,r} - 2\phi'_{m,n,r} + \phi'_{m-1,n,r}) \\ + \frac{2\Delta t'}{(\Delta y')^2} (\phi'_{m,n+1,r} - \phi'_{m,n,r}) \quad \dots\dots\dots (8)$$

同様に、 y 軸上では、

$$H'_{m,n,r+1} = H'_{m,n,r} + \frac{2\Delta t'}{(\Delta x')^2} (\phi'_{m+1,n,r} - \phi'_{m,n,r}) \\ + \frac{\Delta t'}{(\Delta y')^2} (\phi'_{m,n+1,r} - 2\phi'_{m,n,r} + \phi'_{m,n-1,r}) \quad (9)$$

原点では、

$$H'_{m,n,r+1} = H'_{m,n,r} + \frac{2\Delta t'}{(\Delta x')^2} (\phi'_{m+1,n,r} - \phi'_{m,n,r}) \\ + \frac{2\Delta t'}{(\Delta y')^2} (\phi'_{m,n+1,r} - \phi'_{m,n,r}) \quad \dots\dots\dots (10)$$

x 軸方向の境界表面では、

$$q_0 = -(K_d T_0 / L) (\partial \phi' / \partial x')$$

したがって、

$$H'_{m,n,r+1} = H'_{m,n,r} + \frac{2\Delta t'}{(\Delta x')^2} \\ (\phi'_{m-1,n,r} - \phi'_{m,n,r} - \frac{q_0 L}{K_d T_0} \Delta x') \quad \dots\dots\dots (11) \\ + \frac{2\Delta t'}{(\Delta y')^2} (\phi'_{m,n+1,r} - \phi'_{m,n,r})$$

y 軸方向の境界表面でも同様にして、

$$H'_{m,n,r+1} = H'_{m,n,r} + \frac{2\Delta t'}{(\Delta x')^2} (\phi'_{m+1,n,r} - \phi'_{m,n,r}) \\ + \frac{2\Delta t'}{(\Delta y')^2} (\phi'_{m,n-1,r} - \phi'_{m,n,r} - \frac{q_0 L}{K_d T_0} \Delta y') \quad \dots\dots\dots (12)$$

隅の境界表面では、

$$H'_{m,n,r+1} = H'_{m,n,r} + \frac{2\Delta t'}{(\Delta x')^2} \\ (\phi'_{m-1,n,r} - \phi'_{m,n,r} - \frac{q_0 L}{K_d T_0} \Delta x') \\ + \frac{2\Delta t'}{(\Delta y')^2} (\phi'_{m,n-1,r} - \phi'_{m,n,r} - \frac{q_0 L}{K_d T_0} \Delta y') \\ \dots\dots\dots (13)$$

溶鋼鑄込後 3 min 間は、鑄型と鋼塊は密着しているの
で、境界面での熱の移動は伝導でおこなわれ次式が得ら
れる。

$$H^S_{m,n,r+1} = H^S_{m,n,r} + C_S (T_{m,n,r+1} - T_{m,n,r}) \\ H^M_{m,n,r+1} = H^M_{m,n,r} + C_M (T_{m,n,r+1} + T_{m,n,r}) \\ \dots\dots\dots (14)$$

鑄込後 3 min 以後は、鋼塊と鑄型の間に隙間ができ、熱
の授受は輻射によりおこなわれるので、その熱流束は、

$$q_0 = \sigma \frac{\epsilon_M \epsilon_S}{\epsilon_M + \epsilon_S - \epsilon_M \epsilon_S} ((T_S + 273)^4 - (T_M + 273)^4) \dots \dots \dots (15)$$

ただし,

ϵ : 輻射率, σ : Stefan 常数

また, 鋳型外面よりの熱放散は輻射と対流の両者によっておこなわれる.

$$q_0 = \sigma F_{M,R} ((T_M + 273)^4 - (T_R + 273)^4) + \alpha (T_M - T_A)^{1.25} \dots \dots \dots (16)$$

記 号

T : 温度 (°C)
 ρ : 密度 (kg/m³)
 C_p, C_s, C_M : 比熱 (kcal/kg/°C)
 t : 時間 (hr)
 K, K_d : 熱伝導率 (kcal/m/hr/°C)
 L : 鋼塊幅の 1/2 (M)
 H : エンタルピー (kcal/kg)
 q_0, q_x, q_y, q_z : 熱流束 (kcal/m²/hr)
 d : 標準状態を表わす添字
 m, n : x および y 座標の格子番号
 r : Δt 離れた分割点

$F_{M,R}$: 鋳型と周囲の物体との輻射角関係

T_M : 鋳型の外面温度 (°C)

T_R : 周囲の物体の表面温度 (°C)

α : 対流伝熱係数 (kcal/m²/hr/°C)

T_A : 周囲の空気温度 (°C)

m, s : 鋳型, 鋼塊を表わす添字

文 献

- 1) R. J. SARJANT and M. R. SLACK: J. Iron Steel Inst., (1954) 8, p. 426~444
- 2) Г. Н. ОИКСА: СТАЛЕПЛАВИЛЬНОЕ ПРОИЗВОДСТВО, (1961) p. 263~265, МЕТАЛЛУРГИЗДАТ
- 3) O. C. ZIENKIEWICZ and Y. K. CHEUNG: The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics, McGraw Hill (1967)
- 4) B.I.S.R.A.: Physical Constants of Some Commercial Steel at Elevated Temperatures" Butterworths Scientific Pub., (1953)
- 5) J. G. PEARCE and E. MORGAN: Iron and Steel Inst. Special Reports No 2 p. 129~151 (1932)
- 6) Ю. Б. БЫЧКОВ et al.: Сталь, (1968) 9, p. 786~789
- 7) H. KRAINER and B. TARMAN: Stahl u. Eisen, (1949) 23, p. 813~819