

純酸素上吹転炉における超音速ジェットの輸送現象*

伊 東 修 三**・鞭

巖***

Transport Phenomena of Supersonic Jet in Oxygen
Top Blowing Converter

Shuzo ITO and Iwao MUCHI

Synopsis:

In order to clarify the effects of gas temperature around a jet on the characteristics of supersonic jet in LD converter, theoretical analysis on the transport phenomena of supersonic jet is proposed in this work.

Axial and radial distributions of velocity, temperature, mass fractions and density for turbulent compressible free jet are determined under consideration of the mixing in a jet and the flow rate of gas entrained from the surrounding. It is found that the effects of gas temperature around a jet on these distributions are remarkable.

Moreover, relations between the operating variables (axial distance from exit of nozzle and back pressure) and the behaviour of supersonic jets are obtained from numerical calculations with the aid of digital computer.

(Received Apr. 1, 1969)

1. 結 言

純酸素上吹転炉の操業改善やプロセス制御の基礎資料を得るために、数学的モデル¹⁾が提出され、転炉内で起こる個々の諸現象が数式で表現されているが、純酸素のジェット特性についてはまだ十分考慮されていない。

本研究では、転炉内ふん囲気中での超音速ジェットの挙動を定量的に表現して、LD転炉の数学的モデルに有用な基礎資料とするために、運動量、熱および物質の同時輸送に関する理論的な解析を行ない、転炉プロセスにおける操作変数（背圧、ノズル出口からの軸方向距離）や炉内ふん囲気温度が超音速ジェット特性に与える影響について検討する。

実操業において、ランス高さの変更に伴う炉内プロセス変数の推移の影響は、主としてジェット特性によって支配されるものと推察される。したがって、ここでは、まずジェット特性を解明し、プロセス変数との間の相互関係を把握するための基礎となる解析を行なう。

LD転炉における超音速ジェットの特性を知るためには、次の3点に着目して解析する必要がある。すなわち、(1) 超音速ジェットを得るためのラバールノズルに関する理論、(2) 乱流圧縮性の軸対称自由ジェットに対する解析、(3) 固体平面あるいは転炉におけるような、自由表面をもつ液体との衝突領域におけるジェットの挙動である。

さて、(1) のラバールノズル内の流動現象に関する理論は、すでに多くの人々^{2)~4)}によつて確立されているのでここではとくに扱わない。

ノズルを離れた超音速ジェットは、ただちにジェット周囲のふん囲気ガスと混合を開始し、周囲ガスとの剪断応力のために、ジェットの運動量は、しだいに周囲のふん囲気中へ逸散し始める。これに伴つてジェットの周辺から速度の減衰が起こり、ついにはその減衰がジェット中心軸上に及ぶことになる。このようにノズル出口の速度が保持される速度コアと、ノズル出口温度が保持される温度コア、さらに気体の組成に着目した場合の濃度コアの各長さは、 $Pr=Sc=Le=1$ のとき、完全に一致する。

さてこのようなコア領域を過ぎるとジェットはやがて遷移領域に入るが、この領域では、ジェットの半径方向への拡大と中心軸上の状態変数の変化が急激に起こる⁵⁾。さらにこの領域を過ぎると、ジェットは十分に成長した速度分布をもつた領域に入るが、この領域では、ジェットの半径方向の拡がり軸方向に対してほぼ直線的に変化することが一般に認められている。

このように、圧縮性の乱流自由ジェットには3つの領

* 昭和43年9月本会講演大会にて発表
昭和44年4月1日受付

** 名古屋大学工学部（現在神戸製鋼所（株））

*** 名古屋大学工学部 工博

域があるが、普通、近似的に、ポテンシャルコア領域と十分に成長した領域の2つの領域で表現して解析される場合が多い (Fig. 1 参照)。

さて前記の(2)に属する理論解析では、従来、多くの研究^{8)~12)}が発表されている。これらのうち、PAI⁷⁾は変換された境界層方程式を、有限差分法を用いて数値的に解いている。WARREN¹²⁾は積分法を用いることにより圧縮性ジェットの速度と温度の軸方向変化を計算し、一般的な速度分布からポテンシャルコア領域と、十分に成長したジェット領域の両者に対して、半径方向の変化を求めている。なお、LIBBY⁸⁾は反応ガスの円形軸対称ジェットにおける乱流の混合問題を考え、圧縮性ジェット内での過粘性係数の評価について簡単なモデルを設定して、運動量方程式の近似解を得ているが、その結果、非圧縮性と圧縮性の両者について、その速度分布は実験データとかなりよく一致することを示している。上記のこれら理論解析の中でも、PAI⁷⁾、LIBBY⁸⁾およびKLEINSTEIN¹⁰⁾らの解析は、運動量、熱および物質の各保存方程式を、von.MISES¹³⁾変数を用いて変換することにより線形化を行なっている。

一方、LD転炉における超音速ジェットの軸方向での速度変化については、常温でのモデル実験によつて求め半径方向での変化についてはガウスの正規分布を適用した研究¹⁴⁾¹⁵⁾が発表されている。しかしながら、これらの研究では、常温における速度の実験式を高温ふん囲気のLD転炉内に、直接適用している点が問題であろう。とくに、この点についてWURZBACH¹⁶⁾は、LD転炉におけるジェットを解析する場合、炉内ふん囲気温度が重要な役割を果たすことを指摘し、ふん囲気温度をパラメータとして中心軸上の速度分布の変化の1例を図示している。

本研究では、LD転炉内のふん囲気の状態を考慮し、ジェットは乱流圧縮性流体として取り扱い、PAI⁷⁾、LIBBY⁸⁾およびKLEINSTEIN¹⁰⁾らの手法を適用して解析を行なう。なお、前記の(3)については別に報告する。

2. 解 析

2.1 ラバールノズルの特性

ノズル内の気体の流れを等エントロピー流れとしたとき、ノズル出口におけるガス流速、マッハ数、流量、温度および密度は、それぞれ(1)~(5)式で与えられることはよく知られている (Fig. 2 参照)。

$$U_1 = \left[\frac{2}{\gamma - 1} (R' T_0 g_c) \left\{ 1 - \left(\frac{P_1}{P_0} \right)^{\gamma-1/\gamma} \right\} \right]^{1/2}$$

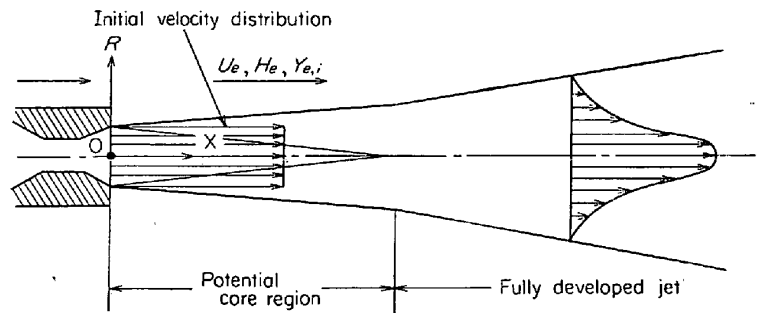


Fig. 1. Schematic diagram of supersonic jet.

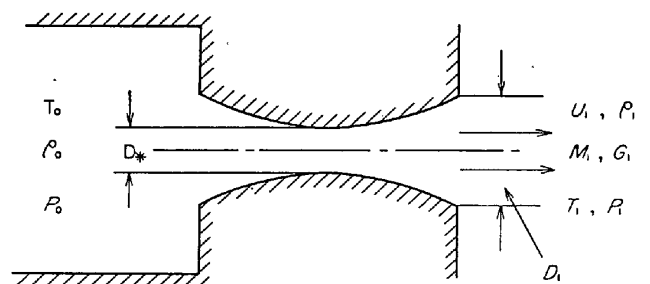


Fig. 2. Schematic diagram of Laval nozzle.

$$\dots\dots\dots (1)$$

$$M_1 = \left[\frac{2}{\gamma - 1} \left\{ \left(\frac{P_0}{P_1} \right)^{\gamma-1/\gamma} - 1 \right\} \right]^{1/2} \dots\dots (2)$$

$$G_1 = F_* P_0 \left\{ \gamma g_c \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\gamma+1/\gamma-1} / (R' T_0) \right\}^{1/2} \dots\dots\dots (3)$$

$$T_1 = T_0 / \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_1^2 \right) \dots\dots\dots (4)$$

$$\rho_1 = P_0 \left(\frac{T_1}{T_0} \right)^{1/\gamma-1} / (R' T_0) \dots\dots\dots (5)$$

ただし、ノズル出口のジェットの静圧 P_1 は大気圧 P_0 に等しいと考える。

一方、タンク内の状態が決定されたうえで、ノズル出口で希望のマッハ数を得るためには、ノズル出口断面積とストロート部断面積との間に次式の関係が与えられている。

$$\frac{F_1}{F_*} = \frac{1}{M_1} \left\{ \frac{2}{\gamma + 1} \left(1 + \frac{\gamma + 1}{2} M_1^2 \right) \right\}^{\gamma+1/2(\gamma-1)} \dots\dots\dots (6)$$

2.2 乱流圧縮性自由ジェットの解析

ここでは、乱流圧縮性の円形軸対称ジェットをポテンシャル領域と、十分に成長した速度分布をもつ領域の2つの領域に着目し、後者についての解析を行なう (Fig. 1 参照)。なお、噴射ガスは純酸素ガスとし、ジェット外周のふん囲気は一酸化炭素、二酸化炭素、酸素および窒素の4成分の混合ガスとして考える。解析に当たり必要な仮定として、(1) ジェット内で反応は起こらない、

(2) ジェット内の静圧は一定で大気圧に等しい, (3) 乱流のプラントル数 Pr とルイス数 Le は1に近い, (4) ジェット外周のふん囲気はジェット軸と平行な一様流とする. 以上の仮定のもとで, 流れを支配する基礎方程式を書くと, 連続の式, および, 運動量, エンタルピー, 濃度に関する各保存の方程式として, それぞれ, (7)~(10)式が得られる.

$$\frac{\partial(\rho UR)}{\partial X} + \frac{\partial(\rho VR)}{\partial R} = 0 \quad (7)$$

$$\rho U \frac{\partial U}{\partial X} + \rho V \frac{\partial U}{\partial R} = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left\{ (\rho \epsilon_v) R \frac{\partial U}{\partial R} \right\} \quad (8)$$

$$\rho U \frac{\partial H}{\partial X} + \rho V \frac{\partial H}{\partial R} = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left\{ \frac{1}{Pr} (\rho \epsilon_v) R \frac{\partial H}{\partial R} \right\} \quad (9)$$

$$\rho U \frac{\partial Y_i}{\partial X} + \rho V \frac{\partial Y_i}{\partial R} = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left\{ \frac{1}{Sc} (\rho \epsilon_v) R \frac{\partial Y_i}{\partial R} \right\} \quad (10)$$

ここで, $\rho \epsilon_v$ は乱流における渦粘性係数である. ただし添字 i はガス成分を表わし, 以下の解析では $i=1$ は酸素ガス, $i=2$ は一酸化炭素, $i=3$ は二酸化炭素, $i=4$ は窒素を表わすものとする. 次に(8)~(10)式で与えられる各保存の方程式が同形の式であることから, その一般形として次式を与える.

$$\rho U \frac{\partial E_K}{\partial X} + \rho V \frac{\partial E_K}{\partial R} = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left\{ \eta (\rho \epsilon_v) R \frac{\partial E_K}{\partial R} \right\} \quad (11)$$

ただし, η は(8)式に対応する場合は1を, (9)式に対応する場合は Pr^{-1} を, さらに(10)式に対応する場合は Sc^{-1} を表わす代表記号であり, E_K は U , H および Y_i の代表記号である.

ここで, 乱流の圧縮性流体に対する流れ関数 ψ を $\psi = (\Psi/2)^2$ の形で表わす.

$$\frac{\partial}{\partial \bar{R}} \left(\frac{\Psi}{2} \right)^2 = \bar{\rho} \bar{U} \bar{R}, \quad \frac{\partial}{\partial \bar{X}} \left(\frac{\Psi}{2} \right)^2 = -\bar{\rho} \bar{V} \bar{R} \quad (12)$$

ただし,

$$\bar{X} = X/R_1, \quad \bar{R} = R/R_1, \quad \bar{\rho} = \rho/\rho_1, \quad \bar{U} = U/U_1, \quad \bar{V} = V/U_1 \quad (13)$$

さて, (13)式の各無次元変数を用いて(11)式を変形し(12)式の関係を代入して (X, R) 座標平面から $(\bar{X}, \Psi)$ 座標平面への変換を行なうと(14)式が得られる.

$$\frac{\partial E_K}{\partial \bar{X}} = \frac{4}{\Psi} \frac{\partial}{\partial \Psi} \left\{ \eta (\rho \epsilon_v) \bar{\rho} \bar{U} \bar{R}^2 \frac{1}{\Psi} \frac{\partial E_K}{\partial \Psi} \right\} \quad (14)$$

$\bar{\rho} \epsilon_v$ は無次元化された渦粘性係数である. また(14)式

中の $\bar{R}^2$ は次式で与えられる.

$$\bar{R}^2 = \int_0^\Psi \frac{\Psi}{\bar{\rho} \bar{U}} d\Psi \quad (15)$$

(14)式中の $[\eta (\rho \epsilon_v) \bar{\rho} \bar{U} \bar{R}^2] \bar{X}, \Psi$ を流れ関数 Ψ に関してマクローリン展開し, (16)式の関係を用いることによつて(17)式が得られる.

$$\xi_K = 2 \int_0^{\bar{X}} (\eta \bar{\rho} \epsilon_v) \bar{X} d\bar{X} \quad (16)$$

$$\frac{\partial E_K}{\partial \xi_K} = \frac{1}{\Psi} \frac{\partial}{\partial \Psi} \left(\Psi \frac{\partial E_K}{\partial \Psi} \right) \quad (17)$$

境界条件は

$$\xi_K = 0 \quad \text{で} \quad E_K = G_K(\Psi) \quad (18)$$

$$\xi_K = \xi_K, \quad \Psi = \infty \quad \text{で} \quad E_K = E_{K,e} \quad (19)$$

$$\xi_K = \xi_K, \quad \Psi = 0 \quad \text{で} \quad E_K = \infty, \quad \partial E_K / \partial \Psi = 0 \quad (20)$$

(17)式を(18)~(20)式の条件下で解くと解として(21)式が得られるが, この解はよく知られている¹⁷⁾¹⁸⁾.

$$E_K = \frac{1}{2\xi_K} \int_0^\infty \Psi' \cdot G_K(\Psi) \cdot \exp\left(-\frac{\Psi^2 + \Psi'^2}{4\xi_K}\right) \cdot I_0\left(\frac{\Psi\Psi'}{2\xi_K}\right) d\Psi' \quad (21)$$

ここで, $G_K(\Psi)$ は E_K の初期分布を表わし, ステップ関数式(22)として与えられる.

$$G_K(\Psi) = \begin{cases} E_{K,1} - E_{K,e}, & 0 \leq \Psi \leq \Psi_1 \\ 0, & \Psi_1 < \Psi \end{cases} \quad (22)$$

(21)式に(22)式を適用すると(23)式が得られる.

$$\bar{E}_K = \frac{E_{K,1} - E_{K,e}}{E_{K,1} - E_{K,e}} = \frac{1}{2\xi_K} \int_0^{\Psi_1} \Psi' \exp\left(-\frac{\Psi^2 + \Psi'^2}{4\xi_K}\right) \cdot I_0\left(\frac{\Psi\Psi'}{2\xi_K}\right) d\Psi' \quad (23)$$

中心軸上の解は(23)式で Ψ をゼロとおいて得られる.

$$\bar{E}_{K,m} = \bar{E}_{K,m}(\xi_K, 0) = 1 - \exp(-\Psi_1^2/4\xi_K) \quad (24)$$

ただし, $\Psi_1^2 = 2$ である.

なお変換された軸方向距離 ξ_v , ξ_y と ξ_h の間には次の関係が成立している.

$$\xi_v = \xi(\bar{X}), \quad \frac{d\xi_h}{d\xi(\bar{X})} = Pr^{-1}, \quad \frac{d\xi_y}{d\xi(\bar{X})} = Sc^{-1} \quad (25)$$

(25)式を考慮することにより, 解は(26)式で与えられる.

$$\bar{U} = \bar{U}(\xi_v, \Psi), \quad \bar{H} = \bar{H}(\xi_h, \Psi), \quad \bar{Y}_i = \bar{Y}_i(\xi_y, \Psi) \quad (26)$$

次に, 密度 $\rho(\Psi)$ は気体の状態式から(27)式で与えられる.

$$\bar{\rho} = \rho/\rho_1 = 1/\bar{T} \sum_i (M_i Y_i / M_i) \quad (27)$$

一方, エネルギー方程式は次式で与えられる.

$$H = T \cdot \sum_i (Y_i \cdot C_{p,i}) + U^2/2J \quad (28)$$

ここで、(28) 式中の平均比熱 $C_{p,i}$ は各成分ガスに対して、次の形の温度関数で表わされるとする。

$$C_{p,i} = a_i + b_i T + c_i T^{-1} \dots (29)$$

(28), (29) 式より、温度に関する次の 2 次方程式が得られる。

$$\left\{ \sum_i (b_i Y_i) \right\} T^2 + \left\{ \sum_i (a_i Y_i) \right\} T + U^2/2J - H + \sum_i (c_i Y_i) = 0 \dots (30)$$

(30) 式の根から温度 $T(\psi)$ が求められ、また、密度は (26), (27) および (30) 式から算出できる。さらに、(26), (27) 式を (15) 式に代入して数値計算すると、 $(\bar{X}, \bar{R})$ 座標平面での半径方向距離が得られる。

軸方向距離 ξ_K から $\bar{X}$ への逆変換は (16) 式に基づいて得られる。すなわち、(16) 式を変形すると (31) 式となる。

$$\bar{X} = \int_0^{\xi_K} \frac{d\xi_K}{2(\bar{\rho}\epsilon_v)\xi_{K,0}} \dots (31)$$

(31) 式は、渦粘性係数が ξ_K の関数として表わされている場合に、はじめて積分可能となる。

さて、中心軸上の解である (24) 式を変形すると

$$\xi_K = -\psi^2/4 \cdot \ln(1 - \bar{E}_{K,m}) \dots (32)$$

ここで、中心軸上の速度分布 $\bar{U}_m$ は実験によつて決定することができるから、(32) 式より $\xi_v(\bar{X})$ が求められる。

とくに、速度、温度および濃度の中心軸分布が実験から求められているならば、(16) 式を変形して得られる次の (33) 式から $\bar{\rho}\epsilon_v$ が求められ、さらに、 Pr , Sc を計算することができる。

$$\frac{d\xi_v}{d\bar{X}} = 2(\bar{\rho}\epsilon_v), \quad \frac{d\xi_h}{d\bar{X}} = 2Pr^{-1}(\bar{\rho}\epsilon_v), \quad \frac{d\xi_y}{d\bar{X}} = 2Sc^{-1}(\bar{\rho}\epsilon_v) \dots (33)$$

ここで、渦粘性係数 $\bar{\rho}\epsilon_v$ には、KLEINSTEIN¹⁰⁾ により提出された次の (34) 式を適用する。

$$\bar{\rho}\epsilon_v = K_1 \bar{\rho}^{1/2} \quad (K_1: \text{実験定数}) \dots (34)$$

以上の解析に基づいて、ジェット内の軸方向および半径方向のすべての分布の計算が可能となつたが、計算のための流れ図を Fig. 3 に示す。

2.3 巻き込みガスの流量とエンタルピー

まず、ふん囲気からジェットに巻き込まれるガス流量を求める。すなわち、(12) 式から次の (35) 式が得られる。

$$(\psi/2)^2 = \int_0^{\bar{R}} \bar{\rho} \bar{U} \bar{R} d\bar{R} \dots (35)$$

(35) 式は、(36) 式で示られるように、中心軸から半径 $\bar{R}(\psi)$ までの円形断面を通過する混合ガスの質量を表わ

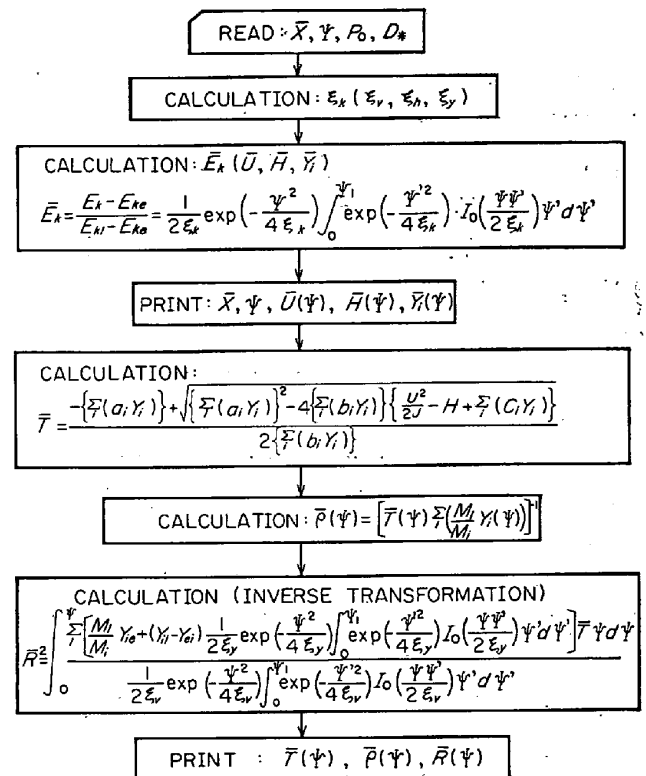


Fig. 3. Flow diagram for calculation of radial and axial distributions of velocity, temperature, mass fractions and density.

している。

$$(\psi/2)^2 = \pi \int_0^R \rho U R dR / \pi \rho_1 U_1 R_1^2 = G_R / 2G_1 \quad (36)$$

$$G_R = 2\pi \int_0^R \rho U R dR \dots (37)$$

したがつて、ジェットのノズル出口流量に対する流量の変化率 m_1 は、次の (38) 式と (36) 式を適用して求められる。

$$m_1 = (G_R)_{R=\infty} / G_1 = (\psi^2)_{R=\infty} / 2 \dots (38)$$

ジェットの任意の断面を通過する全ガス流量は、厳密には、(36) 式で $R=\infty$ まで積分する必要があるが、ここでは近似的に、 $U/U_m=0.05$ で与えられる半径方向距離 $R_{0.05}$ (あるいは $\psi_{0.05}$) をジェット外周の半径と定義し、この半径内部の流量をジェットのガス流量とする。この定義に従つて (38) 式は (39) 式のように表わされる。

$$m_1 = \psi_{0.05}^2 / 2 \dots (39)$$

炉内ふん囲気からジェットへ巻き込まれるガス流量、 $G_1(m_1-1)$ が評価できると、ジェットへ巻き込まれるガス流に伴つて移動するエンタルピー H_{et} は次式によつて示される。

$$H_{et} = (m_1 - 1) G_1 T \sum_i (Y_{e,i} C_{p,i}) \dots (40)$$

3. 結果と考察

ここでは、前報¹⁵⁾によつて得られた超音速ジェットの中心軸速度分布の実験データを、本解析に適用するために、再整理して渦粘性係数を決定する。

Pr と Sc に対し、KLEINSTEIN¹⁰⁾ はノズル出口マッハ数 M_1 が 1.5 以下の超音速および亜音速ジェットにおける速度、温度および濃度に関する多くの研究者の実験データを整理して、それぞれ次の値を得ている。

$$Pr=0.715, Sc=0.708 \dots \dots \dots (41)$$

なお、渦粘性係数に対しては次式を提出している。

$$\bar{\rho} \epsilon_v = 0.0183 \bar{\rho}_e^{1/2} \dots \dots \dots (42)$$

しかし、 $M_1 > 1.5$ 以上の超音速ジェットの場合には、(41)、(42)式を適用しても説明できないと述べている。

一般に、 M_1 が大きくなるほどジェット内の巨視的混合が強くなり、 Pr と Sc は 1 に近づくと考えられるが、EDELMAN ら⁹⁾および LIBBY¹⁰⁾は $Pr=Sc$ として解析を進めている。著者らもこれらの値を 1 と考えて以下の計算を進めた。

さて、ジェット中心軸上の速度分布の解である(24)式から、 ξ_v は(43)式で表わされる。

$$\xi_v = -1/2 \ln(1 - \bar{U}_m) \dots \dots \dots (43)$$

中心軸上の速度分布の測定値と(43)式から軸方向距離 ξ_v を計算し、実際の軸方向距離 $\bar{X}$ に対してプロットした結果の一例を Fig. 4 に示す。さらにこれらのすべてのデータを整理し、 $\bar{\rho}_e^{1/2} \bar{X}$ に対する ξ_v の変化を Fig. 5A と Fig. 5B に示した。この Fig. 4, 5 から明らかなように、 ξ_v は $\bar{X}$ あるいは $\bar{\rho}_e^{1/2} \bar{X}$ との間にかなり明りような直線関係があることが理解できる。これら実験点に基づいて、最小二乗法により表式化したところ次の(44)、(45)式が得られた。

$$\xi_v = 0.0545 \bar{\rho}_e^{1/2} \bar{X} - 0.7432 \quad (P_0 \leq 6.0 \text{ kg/cm}^2) \dots \dots \dots (44)$$

$$\xi_v = 0.0477 \bar{\rho}_e^{1/2} \bar{X} - 0.7586 \quad (P_0 \geq 7.0 \text{ kg/cm}^2) \dots \dots \dots (45)$$

ここで背圧の値によつて 2 種の異なつた関係が得られているが、これは実験データ¹⁵⁾の性質に基づくものである。なお、比較するために、KLEINSTEIN¹⁰⁾によつて求められている(46)式と川上¹⁴⁾が求めた中心軸上の速度分布の実験式を、 $T_e = 298^\circ \text{K}$ と推定し、圧縮性の場合に換算して得られた(47)式を Fig. 5A に示してみた。

$$\xi_v = 0.037 \bar{\rho}_e^{1/2} \bar{X} - 0.35 \dots \dots \dots (46)$$

$$\xi_v = 0.0325 \bar{\rho}_e^{1/2} \bar{X} - 0.3388 \dots \dots \dots (47)$$

ただし、本解析では、 $Pr=Sc=1$ としているので、次の(48)式が書ける。

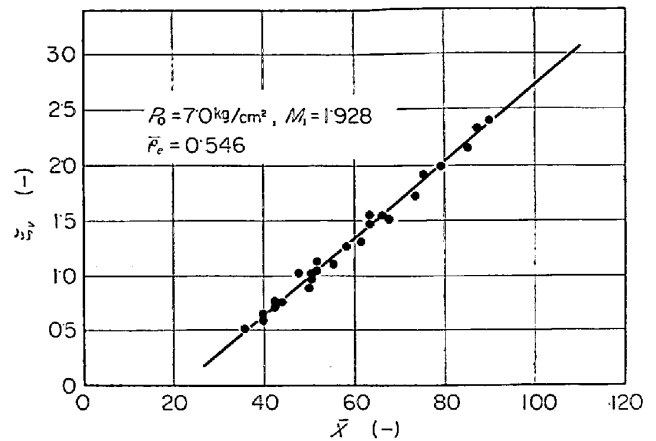


Fig. 4. Relation between ξ_v and $\bar{X}$.

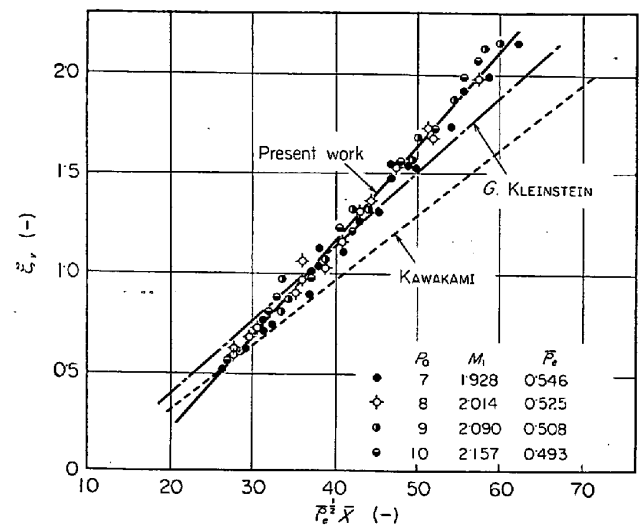


Fig. 5A. Relation between ξ_v and $\bar{\rho}_e^{1/2} \bar{X}$.

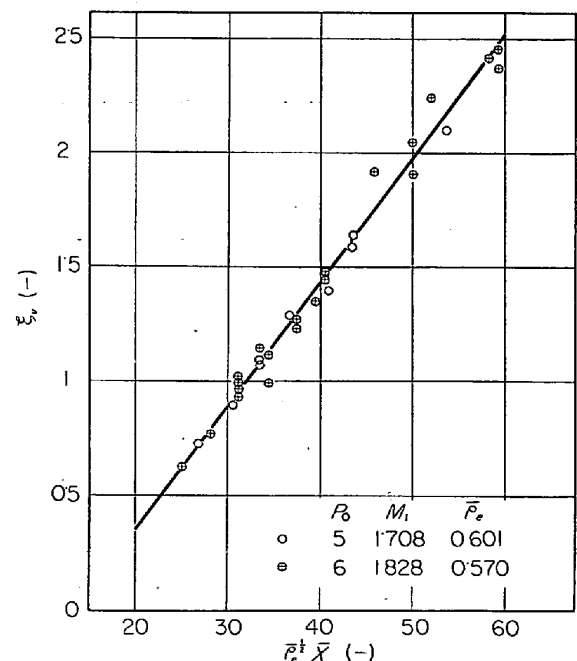


Fig. 5B. Relation between ξ_v and $\bar{\rho}_e^{1/2} \bar{X}$.

$$\xi_v(\bar{X}) = \xi_h(\bar{X}) = \xi_y(\bar{X}) \dots \dots \dots (48)$$

ここで, Pr , Sc の値が温度や組成の軸方向分布に及ぼす影響を調べるために, (44), (45) 式の場合と同様な手法で得られた関係式を (49) ~ (52) 式に示した.

$$\xi_h = 0.0545 Pr^{-1} \bar{\rho}_e^{1/2} \bar{X} - 0.7432 \quad (P_0 \leq 6.0 \text{ kg/cm}^2) \dots \dots \dots (49)$$

$$\xi_y = 0.0545 Sc^{-1} \bar{\rho}_e^{1/2} \bar{X} - 0.7432 \quad (P_0 \leq 6.0 \text{ kg/cm}^2) \dots \dots \dots (50)$$

$$\xi_h = 0.0477 Pr^{-1} \bar{\rho}_e^{1/2} \bar{X} - 0.7586 \quad (P_0 \geq 7.0 \text{ kg/cm}^2) \dots \dots \dots (51)$$

$$\xi_y = 0.0477 Sc^{-1} \bar{\rho}_e^{1/2} \bar{X} - 0.7586 \quad (P_0 \geq 7.0 \text{ kg/cm}^2) \dots \dots \dots (52)$$

なお, (44), (45) 式を (24) 式に代入して, $\bar{\rho}_e^{1/2} \bar{X}$ に対する $\bar{U}_m$ の関係を求め, 測定値¹⁵⁾とともにプロットした結果を Fig. 6 に示す. Fig. 6 から, 実験データが本解析によつてよい精度で説明できることがわかる. 図中の曲線は同時にエンタルピーの中心軸分布 $\bar{H}_m$ と濃度の中心軸分布 $\bar{Y}_i$ も表わしていることになる.

次に (44), (45) 式で, ξ_v (ξ_h あるいは ξ_y) をゼロとおくことにより, 速度 (温度あるいは濃度) のコア長さが求められる.

$$\bar{\rho}_e^{1/2} \bar{X}_{K,C} = 13.6367 \quad (P_0 \leq 6.0 \text{ kg/cm}^2) \dots \dots \dots (53)$$

$$\bar{\rho}_e^{1/2} \bar{X}_{K,C} = 15.9036 \quad (P_0 \geq 7.0 \text{ kg/cm}^2) \dots \dots \dots (54)$$

(53), (54) 式に基づいて, コア長さに及ぼす背圧およびふん囲気温度の影響を調べて Fig. 7 に示したが, とく

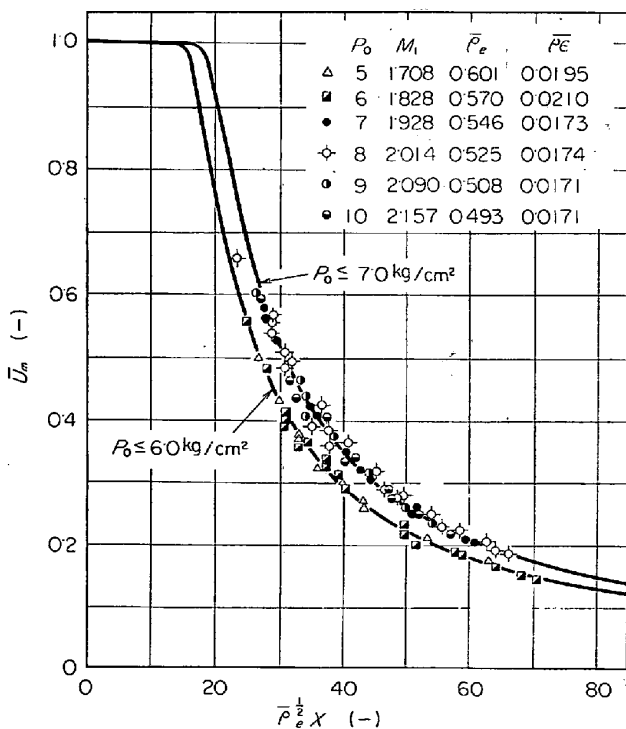


Fig. 6. Axial velocity distribution for turbulent compressible free jet.

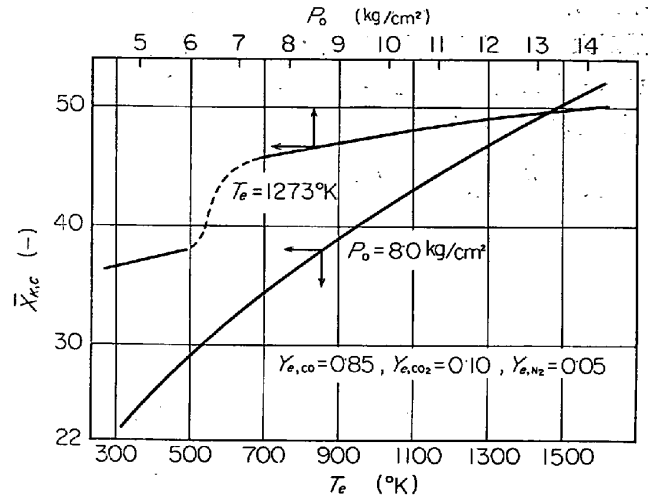


Fig. 7. Influences of gas temperature around a jet and back pressure on potential-core length.

にふん囲気温度によつて大きな変化を示すことがわかる. また, 計算結果の一例として, $T_e = 1273^\circ\text{K}$ の場合について, 速度, 濃度, 温度および密度の中心軸上の分布と半径方向分布を, それぞれ, Fig. 8A と Fig. 8B に示した. Fig. 8A では, 速度, 温度, 濃度, 密度がいずれも, コア領域を過ぎると急激な変化を示し, とくに密度の変化が著しい. また同図には, Pr や Sc の影響を知るために $Pr = 0.84$ の場合の $\bar{T}'_m$, および $Sc = 0.84$ の場合の Y_{m,O_2} の変化を点線で示した.

さらに, T_e が 300, 800, 1000, 1200 および 1400°K の各場合について, それぞれ速度, 温度, 密度の中心軸上の分布の計算結果を Fig. 9A に, また各組成の中心軸上の分布を Fig. 9B に示した. なお, これら各ふん囲気温度について, Fig. 9C には速度, 温度, 密度の半径方向分布を示し, Fig. 9D には各組成の半径方向分布の計算結果を示した. これらの図から, いずれも, ふん囲気温度の影響がきわめて大きいことがわかる. たとえば, Fig. 9A で $\bar{X} = 60$, $T_e = 300^\circ\text{K}$ のときは約 0.33 であり, $\bar{X} = 60$, $T_e = 1200^\circ\text{K}$ では約 0.86 となり, 常温の場合の 2.5 倍以上の値となつている. したがつて従来のように常温で求めた実験式を, そのまま, LD 転炉内の高温ふん囲気中に適用することは妥当でないことが推察される.

P_0 が 6, 8, 10 および 12 kg/cm² の各場合について速度, 温度, 密度の中心軸上の分布の計算結果を Fig. 10A に, また, 各組成の中心軸上の分布を Fig. 10B に示した. 背圧が 6 kg/cm² と 7 kg/cm² 以上の各分布との間にはかなりの差が認められるが, ふん囲気温度によるような大きな効果は現われていない.

次に $\bar{X}$ をパラメータとして, 速度, 温度および密度の

半径方向分布の計算結果を Fig. 11 に示した. 軸方向距離が大きくなるにつれて各半径方向分布は, しだいにガウス分布に近づくことがわかり, このことは理論的にも証明されている¹⁹⁾.

$$\lim_{\xi_K \rightarrow \infty} E_K^* = \lim_{\xi_K \rightarrow \infty} (\bar{E}_K / \bar{E}_{K,m}) = \exp(-\Psi^2 / 4\xi_K) \quad (55)$$

$$\lim_{\xi_K \rightarrow \infty} \bar{E}_{K,m} = \Psi^2 / 4\xi_K = 1/2\xi_K \quad (56)$$

なお, T_e が低い場合は, T_e が高くて軸方向距離 $\bar{x}$ が大きい場合に相当し, ガウス分布を適用することが許されるが, 実際の LD 転炉内のような高温のふん囲気中で実操業のランス高さの場合には, ガウス分布を考えると

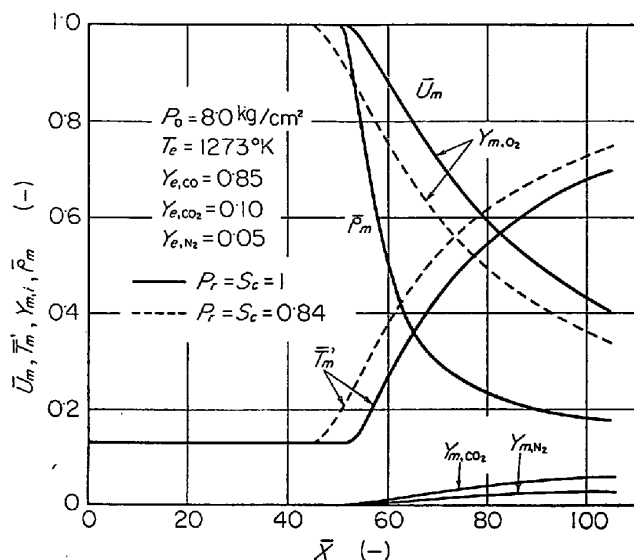


Fig. 8A. Axial distributions of velocity, temperature, mass fractions and density.

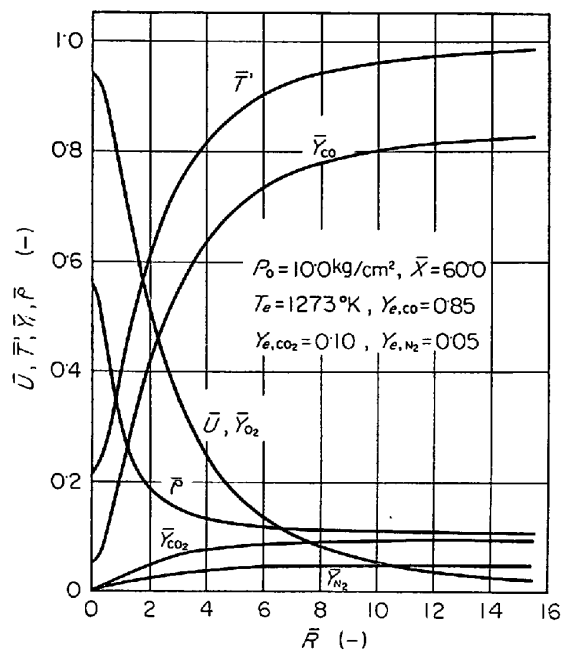


Fig. 8B. Radial distributions of velocity, temperature, mass fractions and density.

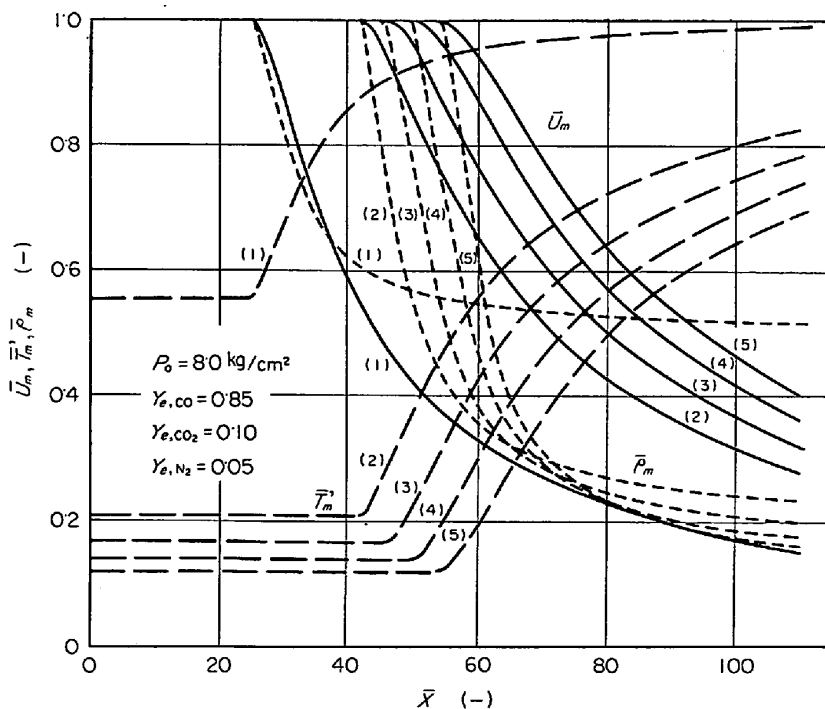


Fig. 9A. Influence of gas temperature around a jet on axial distributions of velocity, temperature and density (Parameter-(1) : $T_e = 300^\circ\text{K}$, (2) : 800°K , (3) : 1000°K , (4) : 1200°K , (5) : 1400°K)

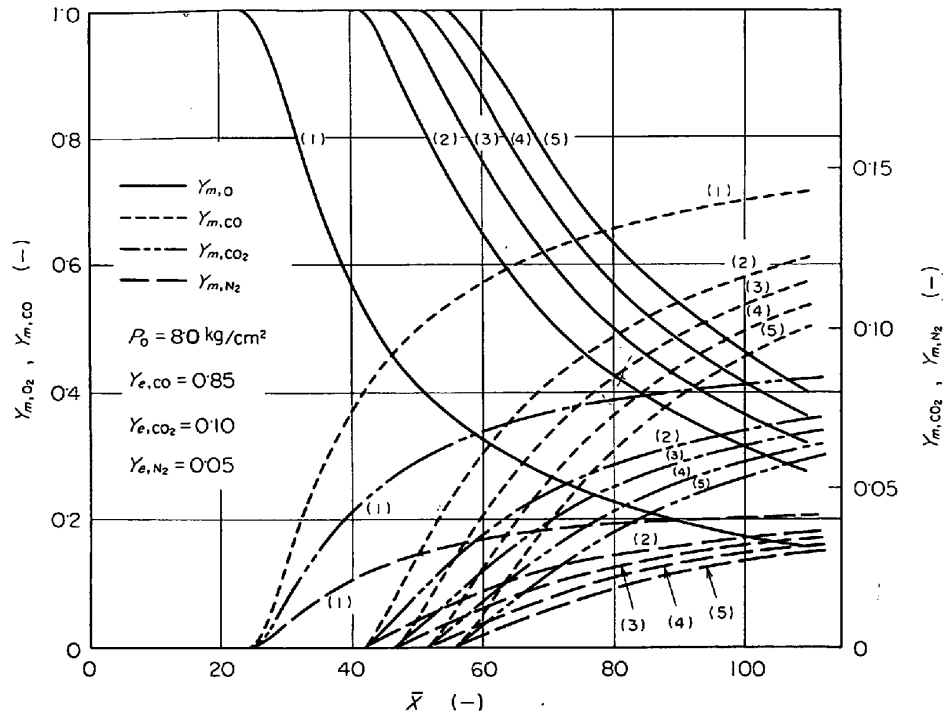


Fig. 9B. Influence of gas temperature around a jet on axial distributions of mass fractions (Parameter-(1) : $T_e=300^\circ\text{K}$, (2) : 800°K , (3) : 1000°K , (4) : 1200°K , (5) : 1400°K)

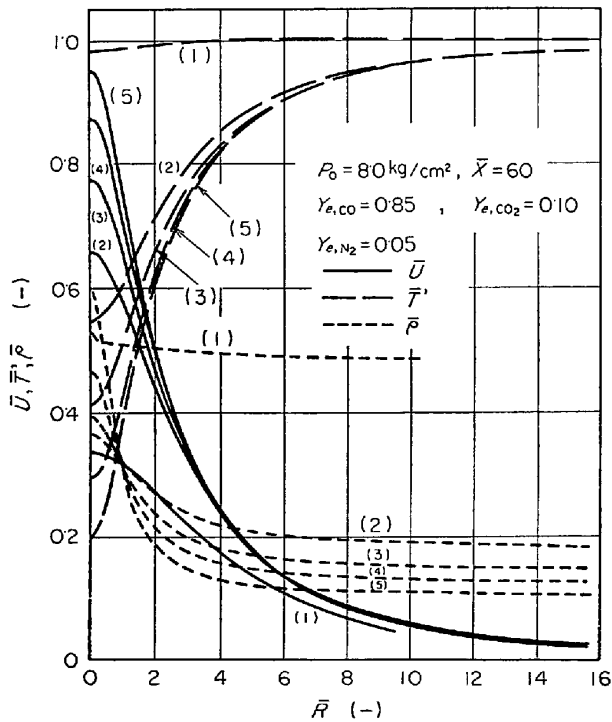


Fig. 9C. Influence of gas temperature around a jet on radial distributions of velocity, temperature and density (Parameter-(1) : $T_e=300^\circ\text{K}$, (2) : 800°K , (3) : 1000°K , (4) : 1200°K , (5) : 1400°K)

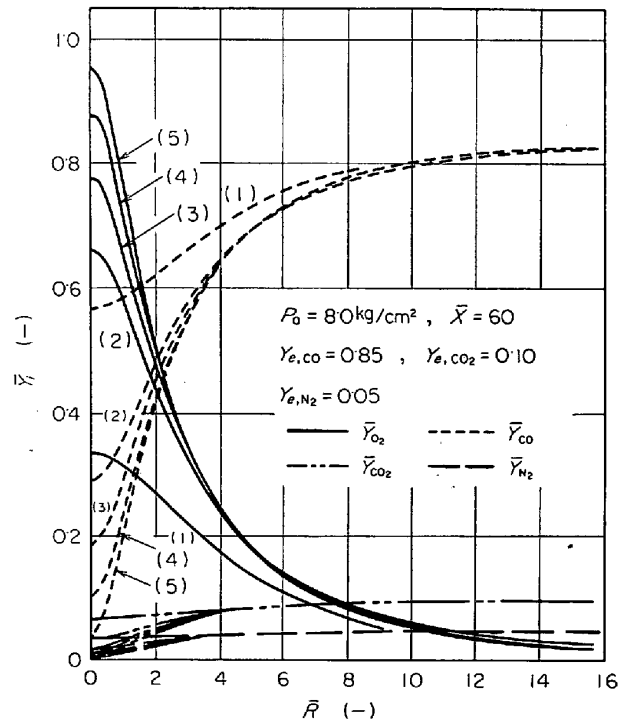


Fig. 9D. Influence of gas temperature around a jet on radial distributions of mass fractions. (Parameter-(1) : $T_e=300^\circ\text{K}$, (2) : 800°K , (3) : 1000°K , (4) : 1200°K , (5) : 1400°K)

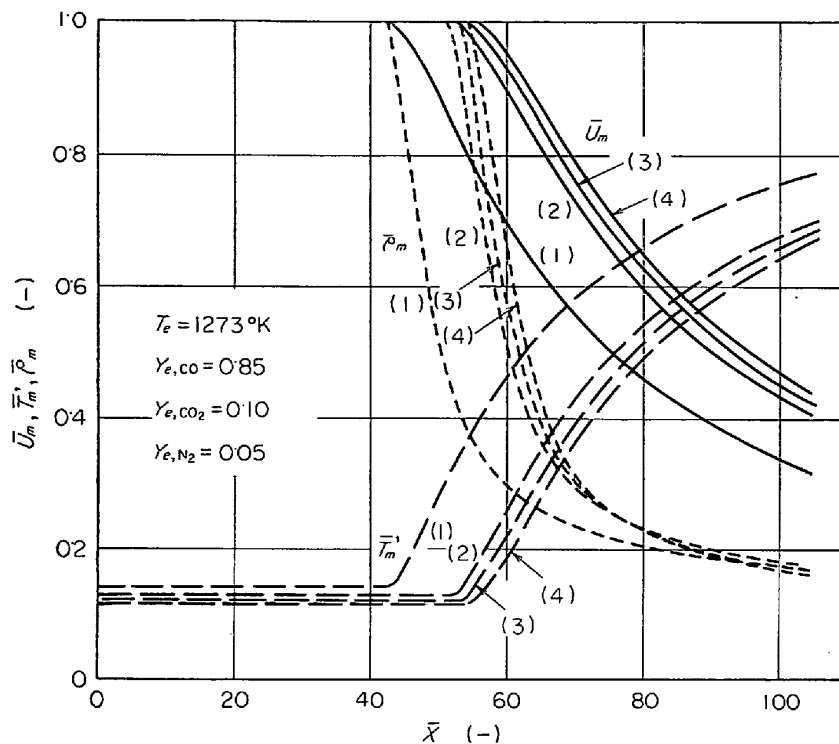


Fig. 10A. Influence of back pressure on axial distributions of velocity, temperature and density (Parameter-(1) : $P_0 = 6.0 \text{ kg/cm}^2$, (2) : 8.0 kg/cm^2 , (3) : 10.0 kg/cm^2 , (4) : 12.0 kg/cm^2).

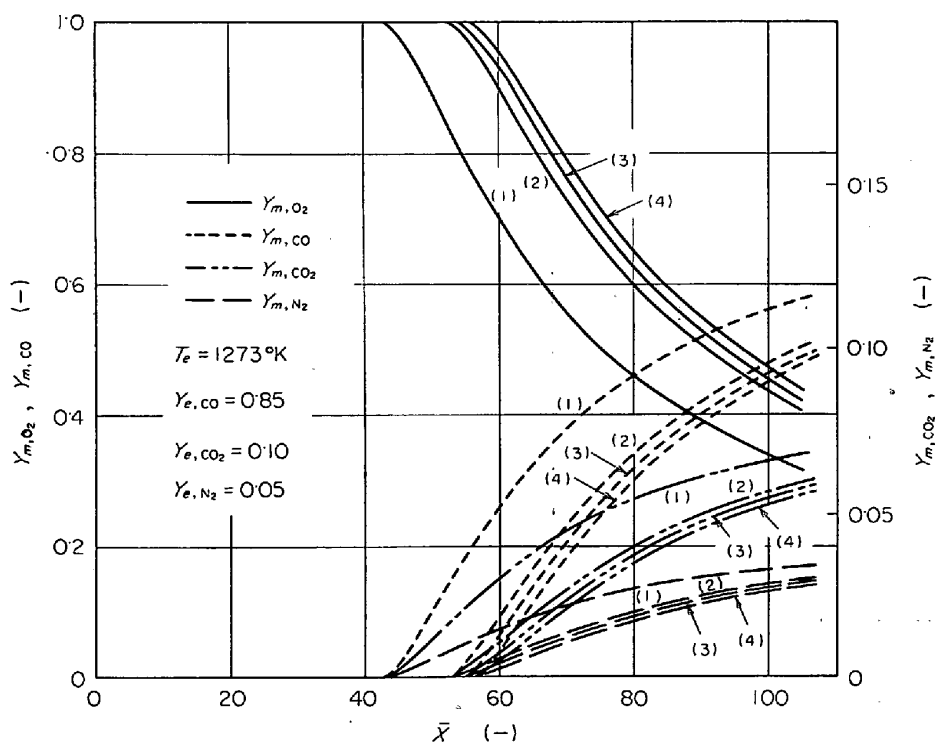


Fig. 10B. Influence of back pressure on axial distributions of mass fractions (Parameter-(1) : $P_0 = 6.0 \text{ kg/cm}^2$, (2) : 8.0 kg/cm^2 , (3) : 10.0 kg/cm^2 , (4) : 12.0 kg/cm^2).

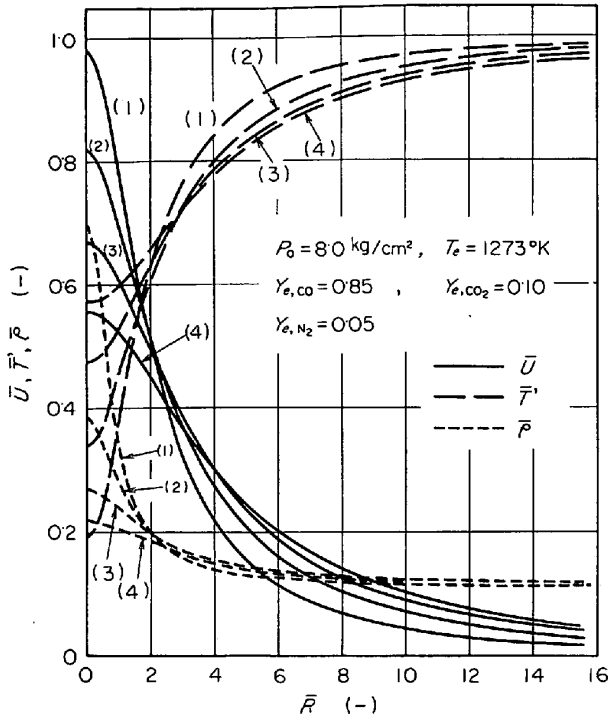


Fig. 11. Influence of axial distance on radial distributions of velocity, temperature and density (Parameter-(1) : $\bar{X}=85$, (2) : 75, (3) : 65, (4) : 55).

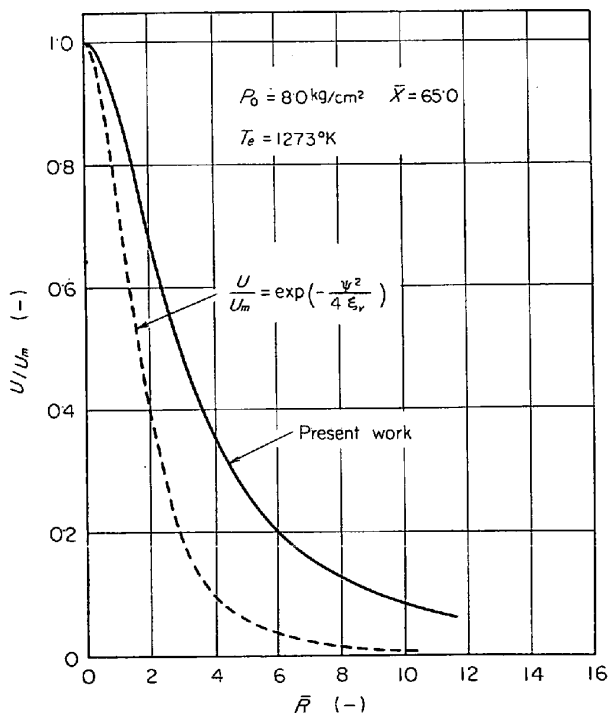


Fig. 12. Comparison between actual and Gaussian distribution.

かなりの誤差が生じる結果になることが推察されよう。

Fig. 12 に, (23)式から計算された半径方向分布と, 同じ条件下で (55) 式から計算した結果との比較を示し

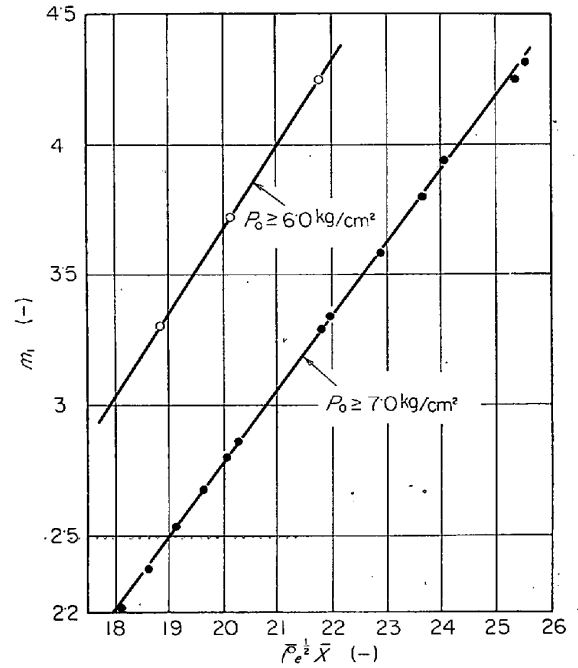


Fig. 13. Relations between m_1 and axial distance.

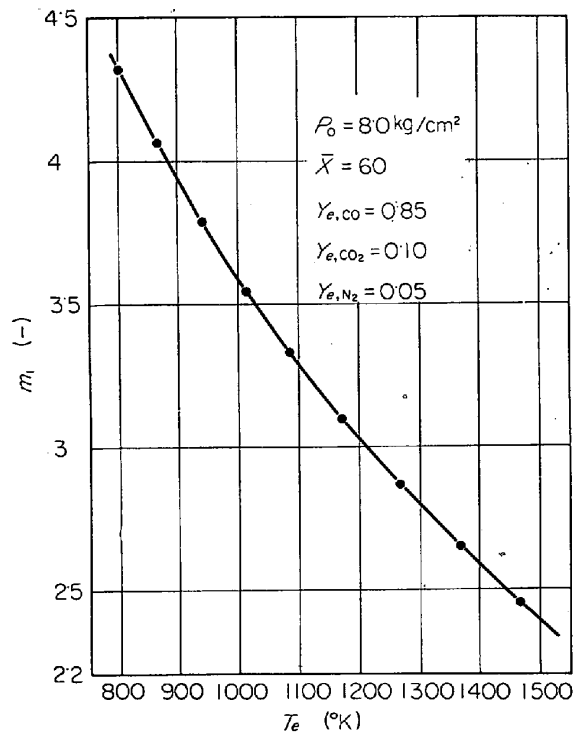


Fig. 14. Influence of gas temperature around a jet on m_1 .

た. 軸方向距離 $\bar{X}$ が大きくなるにつれて, この2つの分布の間の誤差は減少する。

次に, (23)式から求められた半径方向の速度分布に関する計算データと(39)式から, ジェット外周のガスの巻き込みによる流量変化率 m_1 を求め, Fig. 13 にプロットして示した. 図から明らかなように, m_1 は $\bar{\rho}_e^{1/2} \bar{X}$ に

対して直線関係となることがわかる。これらの各点に基づいて、最小二乗法で m_1 を計算すると、それぞれ、(57)、(59)式が得られる。さらに、コア領域に対しても、 m_1 と $\bar{\rho}_e^{1/2} \bar{X}$ との間に直線関係が成立するものと仮定すると、(58)、(60)式が得られる。

$$P_0 \leq 6.0 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\bar{\rho}_e^{1/2} \bar{X} \geq 13.6367 : m_1 = 0.3265 \bar{\rho}_e^{1/2} \bar{X} - 2.8549 \quad \dots\dots\dots (57)$$

$$\bar{\rho}_e^{1/2} \bar{X} \leq 13.6367 : m_1 = 0.0438 \bar{\rho}_e^{1/2} \bar{X} + 1.0 \dots\dots\dots (58)$$

$$P_0 \geq 7.0 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\bar{\rho}_e^{1/2} \bar{X} \geq 15.9036 : m_1 = 0.2811 \bar{\rho}_e^{1/2} \bar{X} - 2.8480 \quad \dots\dots\dots (59)$$

$$\bar{\rho}_e^{1/2} \bar{X} \leq 15.9036 : m_1 = 0.0391 \bar{\rho}_e^{1/2} \bar{X} + 1.0 \quad \dots\dots\dots (60)$$

また、 $\bar{X}=60$ 、 $P_0=8.0 \text{ kg/cm}^2$ のとき、 m_1 に与えるふん囲気温度の影響を計算し Fig. 14 に示した。やはり、ふん囲気温度の効果の大きなことが特徴である。

さらに、ふん囲気温度をパラメータとして、Fig. 13 で算出した m_1 の値を(40)式に採用して、巻き込みエンタルピーの軸方向変化を計算し、その結果を Fig. 15 に示した。この図から、単位送酸量当たりの H_{et} が軸方向距離の増加に伴って増加する比率は、 T_e が高いほど大となることがわかる。

このような巻き込み量と巻き込みエンタルピーは、ジェットの構造を変える重要な因子であり、LD 転炉の吹錬経過に伴うプロセス変数の推移に大きな影響を及ぼす

ものと推察される。

さて、以上述べてきた組成の半径方向分布は、すべて質量分率で表わしてある。ここでは、とくに酸素に着目して、その質量流量が半径方向に関して、どのように分布しているかを(61)式に基づいて調べ、その計算結果を Fig. 16 に示した。縦座標は半径 R の円形断面を通過する酸素の質量流量を、ノズル出口の酸素流量で無次元化した値であり、横座標の無次元半径距離に対し、軸距離をパラメータとして表わしてある。たとえば、 $\bar{X}=65$ の位置では、ジェット中心軸から半径方向距離 $\bar{R}=8$ までの部分に、ノズル出口酸素流量の約 90% が集中して流れていることがわかる。この知見は、全送酸素のうち、凹み界面に到達する酸素の割合を知る重要な手がかりとなるが、この酸素の割合については別に報告する。

$$G_{R,O_2} = 2\pi \int_0^R \rho U R Y_{O_2} dR \quad \dots\dots\dots (61)$$

4. 結 言

本研究では、乱流圧縮性の自由ジェットの解析を転炉内のような閉じた系に直接適用したこと、ジェット内の静圧を大気圧としていること、あるいは、渦粘性係数の評価に関してもまだ多少の問題があるが、純酸素上吹転炉における超音速ジェットについて、運動量、熱および物質の輸送を、工学的立場から理論的に解析して、多くの重要な知見を得ることができた。

ここで得られた超音速ジェットの解析結果は、有用な

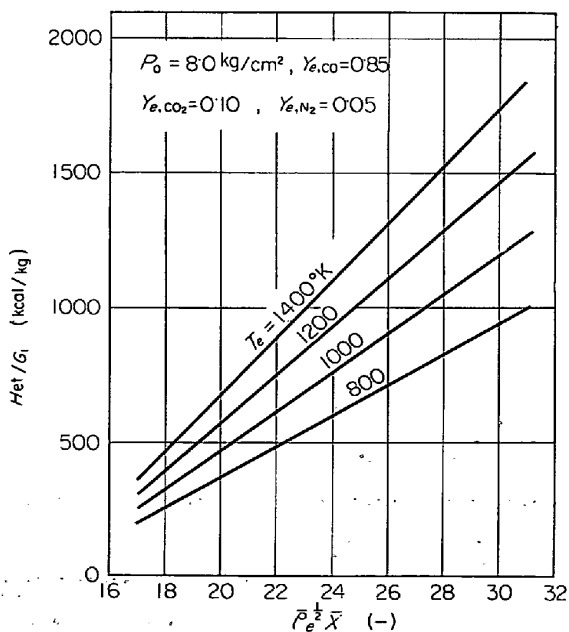


Fig. 15. Relation between enthalpy transmitted by entrainment from gas around a jet and axial distance.

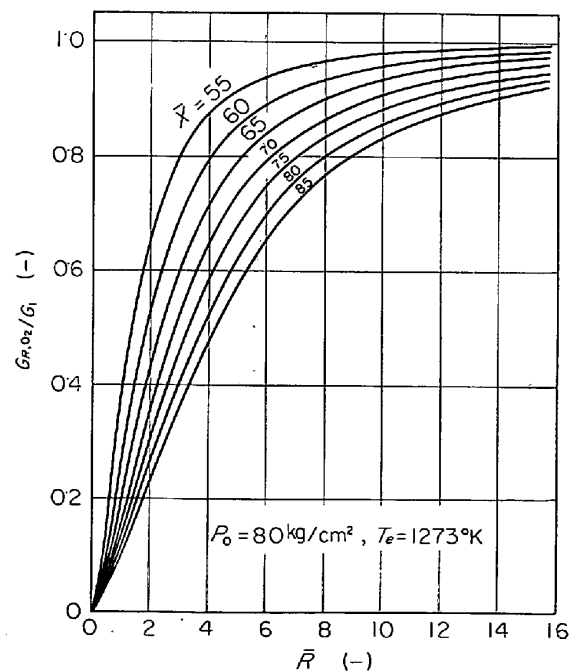


Fig. 16. Relations between $(G_{R,O_2}/G_1)$ and radial distance.

基礎資料としてLD転炉における数学的モデルに組み込むことができる。

本報で示した解析結果の中でも、とくに重要な点は、ジェット特性がふん囲気温度によつて大きな影響を受けることであり、実際のLD転炉で、吹錬時間の経過とともに、ジェットの構造が大きく変化してくることが予想される。

ジェットを圧縮性流体として取り扱った本解析によれば、実験データをよく説明できるが、とくにマッハ数 M_1 が1.5以上での温度と濃度に関する実験データが不足しているため、 Pr と Sc の正確な値を把握することが困難である。したがつて、今後、LD転炉の超音速ジェットの解析を進展させる上で、この方面の実験データの蓄積が必要となろう。

本研究の計算に当たつては、東京大学のデジタル電算機 HITAC5020E および京都大学の FACOM230-60 を使用した。

記号

- a_i, b_i, c_i : 比熱温度関数式の各係数, [kcal/kg·°K], [kcal/kg·°K²], [kcal/kg]
 E_K : U, H, Y_i の代表記号
 E_K^* : $\bar{E}_K/E_{K,m}$ [-]
 F : 断面積 [m²]
 g_c : 換算係数 [kg·m/Kg·sec²]
 G_1 : ノズル出口酸素流量 [kg/sec]
 G_R : ジェット軸に垂直な半径 R の円形断面を通過する混合ガスの流量 [kg/sec]
 G_{R,O_2} : ジェット軸に垂直な半径 R の円形断面を通過する酸素の流量 [kg/sec]
 H : 岐点エンタルピー [kcal]
 $\bar{H}$: 無次元化された岐点エンタルピー $(H-H_e)/(H_1-H_e)$ [-]
 H_{et} : ふん囲気からジェットへ巻き込まれたエンタルピー [kcal]
 I_0 : ゼロ次の変形第一種ベッセル関数
 J : 熱の仕事当量 [kg·m/kcal]
 L_e : 乱流のルイス数 $=(\rho\epsilon_y)/(\rho\epsilon_h)$ [-]
 m_1 : ジェットの巻き込みによる流量変化率 [-]
 M_1 : ノズル出口マッハ数 [-], あるいは酸素の分子量 [kg/kgmol]
 M_i : i 成分の分子量 [kg/kgmol]
 P : 圧力 [kg/cm²]
 Pr : 乱流のプラントル数 $=(\rho\epsilon_v)/(\rho\epsilon_h)$ [-]
 R : 半径方向距離 [m]
 R' : 気体定数 [kg·m/kg·°K]
 $\bar{R}$: 無次元化された半径方向距離 $=R/R_1$ [-]
 Sc : 乱流のシュミット数 $=(\rho\epsilon_v)/(\rho\epsilon_y)$ [-]
 T : 静的温度 [°K]
 $\bar{T}$: 無次元化された静的温度 $=T/T_1$ [-]
 $\bar{T}'$: 無次元化された静的温度 $=T/T_e$ [-]
 U : ジェットの軸方向速度 [m/sec]

$\bar{U}$: 無次元化されたジェットの軸方向速度 $=U/U_1$ [-]

V : ジェットの半径方向速度 [m/sec]

$\bar{V}$: 無次元化されたジェットの半径方向速度 $=V/U_1$ [-]

X : 軸方向距離 [m]

$\bar{X}$: 無次元化された軸方向距離 $=X/R_1$ [-]

Y_i : i 成分の質量濃度 [-]

$\bar{Y}_i$: 無次元化された i 成分の質量濃度 $=(Y_i-Y_{e,i})/(Y_{i,1}-Y_{e,i})$ [-]

ρ : 密度 [kg/m³]

$\bar{\rho}$: 無次元化された密度 $=\rho/\rho_1$ [-]

γ : 比熱比 [-]

ϵ_v : 渦動粘性係数 [m²/sec]

ϵ_y : 渦拡散係数 [m²/sec]

ϵ_h : 渦熱伝導度 [m²/sec]

$\rho\epsilon_v$: 渦粘性係数 [kg/m·sec]

$\bar{\rho\epsilon_v}$: 無次元化された渦粘性係数 $=\rho\epsilon_v/\rho_1 U_1 R_1$ [-]

Ψ : 無次元流れ関数 [-]

ξ_K : 変換された無次元軸方向距離 [-]

添字

0 : タンク内, 1 : ノズル出口, * : ラバールノズルのスロート部, a : 大気圧, c : ジェットのポテンシャルコア領域, e : ジェット外周の炉内ふん囲気, h : エンタルピー, i : ガスの成分, $K : v, h, y$ の代表記号, m : ジェット中心軸上, v : 速度, y : 濃度

文献

- 1) 浅井, 鞭: 鉄と鋼, 55 (1969), p. 122
- 2) 内田: 流体力学の基本法則および定常一次元流, (1960), p. 33, [名古屋大学工学部航空学教室]
- 3) 藤本: 流体力学, (1953), p. 173, [養賢堂]
- 4) H. W. LIEPMAN: 気体力学, (1960), p. 61, [吉岡書店]
- 5) J. F. TOMICH and E. WEGER: A.I.Ch.E. Journal, 13 (1967), p. 948
- 6) G. KLEINSTEIN: Q. Appl. Mathematics, 20 (1962), p. 49
- 7) S. I. PAI: Q. Appl. Mathematics, 10 (1952), p. 141
- 8) P. A. LIBBY: A.R.S. Journal (Jet Propulsion), 32 (1962), p. 388
- 9) R. EDELMAN and H. ROSENBAUM: AIAA Journal, 2 (1964), p. 2104
- 10) G. KLEINSTEIN: J. Spacecraft Rockets, 1 (1964), p. 403
- 11) C. duP DONALDSON and K. E. GRAY: AIAA Journal, 4 (1966), p. 2017
- 12) W. R. WARREN: Princeton Univ. Aeronautical Engineering Lab. Rpt. 381, (1957)
- 13) R. von MISES: Z. Angew. Math. Mech., 7 (1927), p. 425
- 14) 川上: 鉄と鋼, 51 (1965), p. 708
- 15) 大槻, 鞭: 鉄と鋼, 53 (1967), p. 794
- 16) W. WURZBACH: Stahl u. Eisen, 87 (1967), p. 574
- 17) H. S. CARSLAW and J. C. JAEGER: Conduction of Heat in Solids, (1959), [Oxford Univ. Press]
- 18) J. CRANK: The Mathematics of Diffusion, (1959), p. 260, [Oxford Univ. Press]
- 19) J. I. MASTERS: J. Chemical Physics, 23 (1955), p. 1865