

技 藝 料

66915-192:548.4-165

鉄合金の固溶強化(置換型固溶について)*

竹 内 伸**

On the Substitutional Solid-Solution Strengthening in Iron Alloys

Shin TAKEUCHI

1. 緒 言

一般に、金属を強化する機構として、次のような種々のものが考えられている。すなわち、(1)固溶元素の添加による固溶体硬化、(2)分散する析出物または分散相による硬化、(3)加工硬化、(4)粒界による硬化(細粒化による強化)、(5)組織の微細化による硬化(変態などによる)、(6)点欠陥の導入による硬化(急冷あるいは放射線照射による)、(7)低温時効による転位の固着による硬化、などである。実用的に用いられている金属の強度を決めているのは、これらの強化機構が複雑にからみ合つたものと考えられる。(たとえばマルテンサイト変態による強化も上に述べた機構の複合であろう。)

この小文は、鉄に置換型固溶元素を添加したときの α 相固溶体についての、強化の挙動およびその強化機構について述べようとするものである。鉄の場合は、炭素による強化(いわゆる鋼)が実用的な面では圧倒的に優位を占め、純粋な固溶強化という形で用いられることが多い。しかし多くの実用鋼の強化機構を論ずる場合に、固溶体をなしている α 相の強度に関する知識は不可欠であろう。また、転位論の一大目的である結晶の強度の解明という点からしても、最も基本的な硬化機構である固溶体硬化現象を、転位論的な立場から考察することは大きな意義を持つと考えられる。

固溶体硬化機構を基礎的な立場から論ずるために、まず高純度の純金属に高純度の固溶元素を添加した試料で、更に単結晶を用いて、その機械的性質を調べたデータが要求される。ところで、鉄合金については、baseとなる純鉄として、ほかの f.c.c. 型の純金属に比べて高純度のものが得にくい。通常「純鉄」といわれるもので、その純度は three nine からせいぜい four nine 程度である。しかも、微量の炭素や窒素の侵入型不純物が強度に大きな影響を与えるため、鉄の置換型合金の研究には一般にパーセントの order の添加をしなければ、その添加の影響を正確に知ることはできない。

α 鉄中に室温付近でパーセントの order の固溶度を有する合金元素としては、Al, As, Be, Co, Cr, Ga, Ge,

Ir, Mn, Mo, Ni, P, Pd, Pt, Re, Rh, Sb, Si, Sn, Ti, V, W, Zn の二十数種類である¹⁾。(室温では固溶度はほとんどないが高温では数 % あるものに Fe-Cu, Fe-Au などがある。) これらのうち、鉄との二元合金として降伏強度の研究が行なわれているのは著者の知るかぎり 16 種で、その内单結晶に関する実験は 10 種について行なわれている。ここでは、まず置換型固溶元素以外の因子が強度におよぼす影響について述べ、次いで多結晶のデータ、続いて单結晶のデータを総括的に述べ、最後に鉄の固溶強化機構について論ずる。ここで問題とするのは主として引張(あるいは圧縮)試験での降伏強度が中心で、双晶変形や脆性の問題については詳しく述べない。

2. 置換型固溶元素以外の因子の影響

二元系の固溶体金属の強度を考える場合に、その固溶元素以外の諸因子の影響がどの程度あるかを常に考慮する必要がある。考えられる因子としては、(1)粒界の影響、(2)侵入型不純物原子の影響、(3)置換型不純物原子の影響、(4)マトリックスの転位密度の変化の影響などがある。これらの内、(1)以外は多結晶にかぎらず单結晶の場合にも考慮すべき問題である。

まず粒界の影響であるが、よく知られているように降伏応力 σ_y は結晶粒径 d によって PETCH の関係、すなわち

$$\sigma_y = \sigma_i + k_y / \sqrt{d}$$

に従つて変化する。そのため、一般に多結晶で機械的性質を比較する実験をする場合には、一定の粒度の試料で行なわれるが、その結果を解釈する場合には、上式の k_y 値が試料によつてあまり変わらないという仮定が要求される。この仮定が、広い合金濃度範囲の合金に対しても成立するという実験的な保証はないと思われるが、合金化による σ_y の変化が主として σ_i の変化によることは認めてよからう。いずれにしろ、合金化による硬化を正確に評価するには单結晶を用いて実験すべきことはいう

* 昭和43年10月3日受付(依頼技術資料)

** 金属材料技術研究所

までもない。なお、多結晶試料での実験で、ある試料は均一変形で降伏が起こり、別の試料ではリューダース帶の伝播を伴つて起こるというような場合に、それらの下部降伏応力を比較することは問題であり、このような場合には、リューダース伸び以後の変形応力を用いて比較すべきである。

侵入型不純物原子がどのように鉄合金の降伏応力に影響を与えるかについては、最近 LÜTJERING と HORNBOGEN による研究が報告されている²⁾。彼らは(C+N)量が 18, 120, 180 および 300 各 at. ppm (wt. ではこれらの数値の 1/4 弱) 含んだ純鉄と、これらと Co, Mo, Cr, Ni, P との合金を作り、(C+N)量の機械的性質に及ぼす影響を調べている。その結果、急冷した試料の降伏応力は、侵入型不純物(C+N)の濃度Cの2乗に比例して増加することが認められた。図1にFe-Mo,

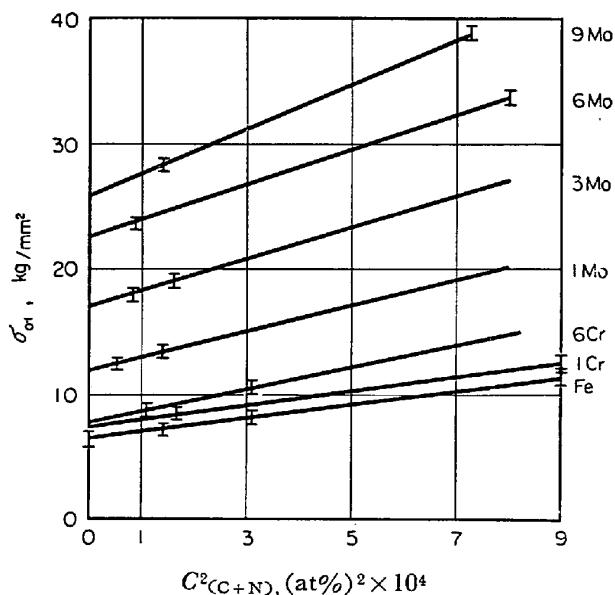


図1 Fe-Mo および Fe-Cr 合金多結晶の降伏応力(室温, 0.1%変形応力)の(C+N)量依存性。Fe-6at%Mo と Fe-9at%Mo は 1100°C より急冷、他の試料は 800°C より急冷。
(LÜTJERING ら²⁾)

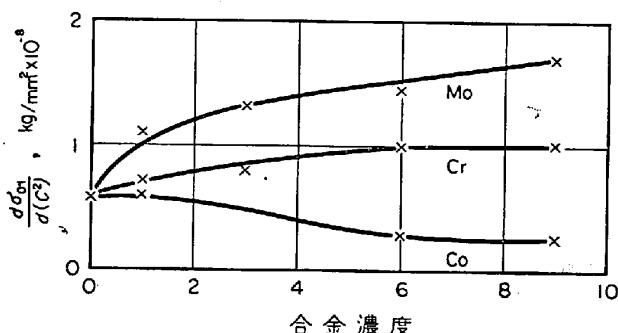


図2 図1の勾配を Fe-Mo, Fe-Cr, Fe-Co 合金について合金濃度に対してプロットしたもの。
(LÜTJERING ら²⁾)

Fe-Cr 合金についての結果の一部を示す。図2は、図1の直線の包配を合金濃度に対してプロットしたものである。彼らは、(C+N)による降伏応力の上昇は析出したコヒーレントな小炭化物や窒化物の分布と大きさによつて決まるとしている。彼らはまた、マクロな降伏現象以前の、これらの析出物による加工硬化も重要視している。(特に Fe-Ni 合金の場合に顕著で、マクロな降伏以前の微小歪の問題については後述する。) 要するに、真の二元系の降伏強度としては、C+N=0 に外挿した値を取るべきであり、侵入型不純物が 0.01 wt% も入つていても試料での実験結果は、置換型鉄合金の固溶強化のデータとしては信用できないものといえる。

次に置換型不純物の影響であるが、LACY と GENSAMER によるデータのように、二種以上の置換型固溶元素による固溶強化が、それぞれ単独の場合の強度への影響が加算的にきくとすれば³⁾(後述) これはそれほど問題にならない。事実、二種の置換型固溶原子間の相互作用が、強度に大きな影響を与えていているというデータは見当たらぬ。

最後に、単結晶の場合によく問題となるマトリックス中の転位密度(あるいは下部組織)の影響であるが、合金の種類によって焼鈍状態の転位密度が変化するとしても $10^8/cm^2$ の桁以上にはならないと考えられる。転位密度と変形応力の関係を与える BAILEY-HIRSCH の関係、すなわち

$$\sigma_f = \alpha \mu b \sqrt{N}$$

(μ : 剛性率, b : バーガースベクトルの大きさ)において係数 α として鉄についての KEH らの得た値⁴⁾ 0.4 を用い、 $N = 10^9$ とすると $\sigma_f = 2.5 \text{ kg/mm}^2$ となり、鉄合金の固溶体硬化の大きさに比べるとそれほど大きくはならない。

以上述べたことから、主として結晶粒径と侵入型不純物原子の影響が大きいわけであるが、これらの強度に及ぼす影響を充分考慮して結果を眺める必要がある。

3. 多結晶鉄合金のデータ

3.1 室温の降伏強度

置換型鉄合金に関して、最も系統的に合金元素の機械的性質におよぼす影響を調べたのは LACY および GENSAMER による古い実験⁵⁾(1944年)で、これはその後たびたび引用されている。彼らは 30 種の二元合金と 12 の三元合金および四元合金を作り、引張試験を行なつてある。引張試験のデータとしてはその後 REES, HOPKINS ら^{5)~7)} STOLOFF, DAVIES ら⁸⁾⁹⁾ BOLLING と RICHAMAN¹⁰⁾ (圧縮試験)などによる実験が報告されている。硬度の測定による固溶元素の影響に関する実験は、古くは AUSTIN¹¹⁾により、また最近では中川ら¹²⁾により系統的に行なわれている。

図3に、いろいろな人達による引張または圧縮による

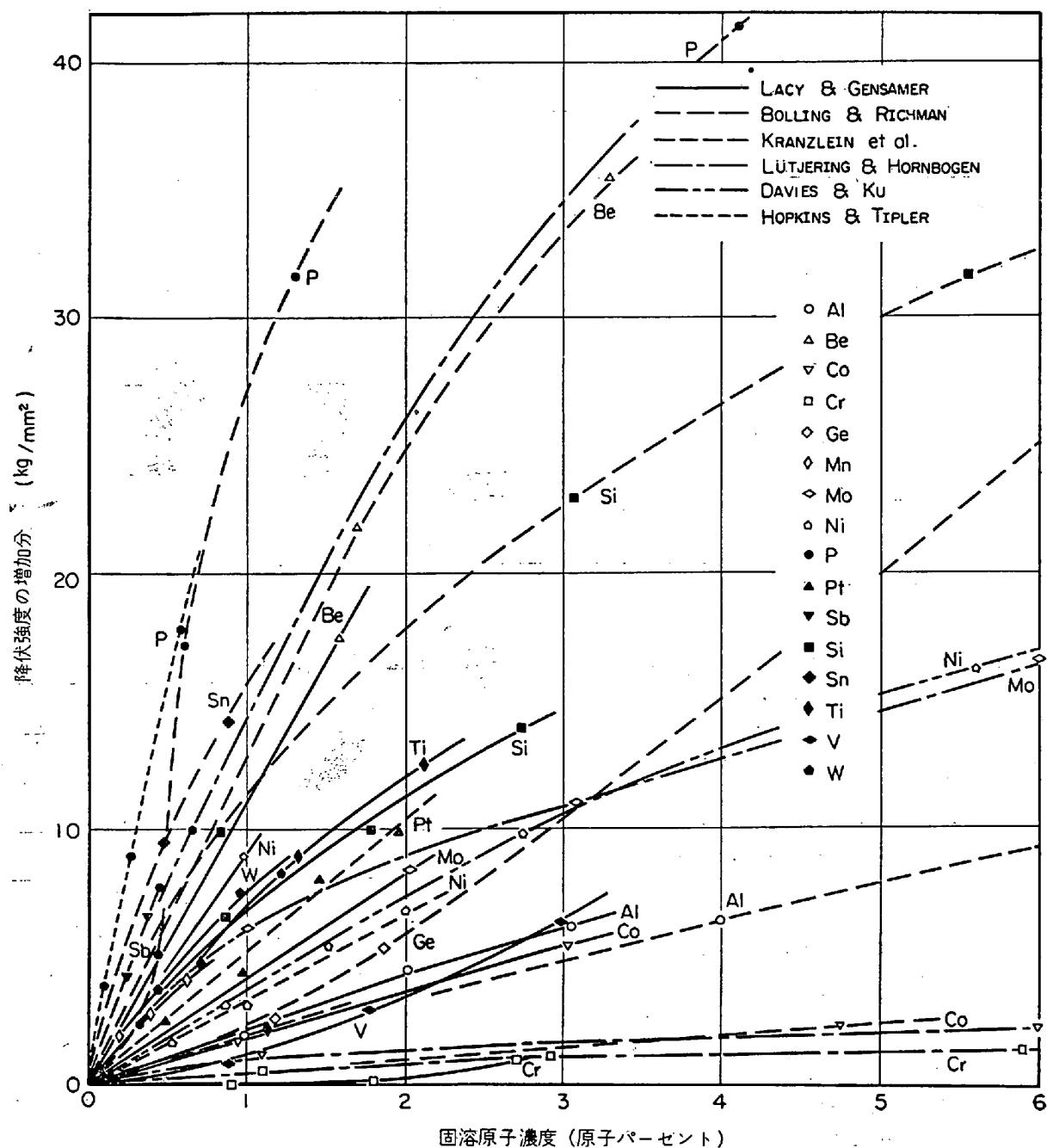


図3 いろいろな人達による鉄の固溶体硬化のデータを集めてプロットしたもの、縦軸は合金の降伏応力から純鉄の降伏応力を差し引いた値を示す。(表1参照)

二元合金の降伏応力のデータをまとめてプロットする。この図では、baseの鉄の降伏応力が研究者により異なるので、合金の降伏応力から純鉄の降伏応力を差し引いた値を縦軸にとった。横軸の合金濃度は原子パーセントで表わした。(強化機構を論ずる場合は重量パーセントで表わすことはあまり意味がない。)合金元素によっては、室温での固溶限以上の濃度のデータがあるが、いずれも高温から急冷した固溶状態の結果である。これらのデータの研究者、文献、baseの鉄の純度、結晶粒径、純鉄の降伏応力、降伏応力の定義を表1に表示する。これらのはかに、REESら^{5,6)}によるFe-Si, Fe-Ni, Fe-Cr, Fe-Moお

よりFe-Mn, STOLLOFFらのFe-Co, Fe-V, GREENらによるFe-Al¹⁴⁾に関する実験などがあるが、baseの鉄の降伏応力が10 kg / mm²以上のものは省略した。なお表1に示すように、LACYらの純鉄の降伏応力が異常に低いことがわかるが、これはおそらく徹底的な脱炭処理のためと考えられる。

図3から、合金化による強化率が固溶元素の種類によつて著しく異なることがよくわかる。同時に、同一元素に対しても、研究者の間でかなり差が見られるものが多い。たとえば、Fe-Si, Fe-Ni, Fe-Tiなどである。これらの合金系での差は結晶粒径の差のみからは説明できそうも

表1 図3のデータの内容の表示

研究者	文献	合金系(固溶元素)	鉄の純度	降伏応力の定義	純鉄の降伏応力	結晶粒径
LACY ら	3	Al, Be, Co, Cr, Mn, Mo, Ni, Si, Ti, V, W	低炭素ホール用鋼 板湿水素中で脱炭 $C < 0.01\%$	0.2%歪の応力	4.2 kg/mm ²	0.05 ~0.15 mm
HOPKINS ら	7	P	電解鉄, $C \leq 0.003\%$	下部降伏応力ま たは0.5%歪の 応力	7.0 kg/mm ²	0.15~ 0.6 mm
KRANZLEIN ら	13	Ni, Pt	ゾーン精製鉄, 99.98 %湿水素処理	0.1%歪の応力ま たは下部降伏応力	7.7 kg/mm ²	0.025 mm
DAVIES ら	9	Ni	V: 0.5%, ほかは 50 ppm以下	0.1%歪の応力	8.0 kg/mm ²	0.04 mm
BOLLING ら	10	Al, Co, Be, Ge, P, Sb, Si, Sn, Ti	99.99%	0.2%歪の応力を $d^{-1/2} = 2.0 \text{ mm}$ $-1/2$ に normalize	9 kg/mm ² (外挿値)	0.04~1 mm
LÜTJERING ら	2	Co, Cr, P, Mo	電解鉄およびゾーン 精製鉄, 各々の(C+ N)量のものを使用	0.1%歪の応力, Fe-Pを除き(C+ N)量を0に外挿 した値	6 kg/mm ²	Fe-Niを除き 0.1~0.2 mm Fe-Ni; 0.06 mm

注: 不純物の濃度は wt% で示す。

なく、おそらく純度の影響が大きいと思われる。そういう意味では、より低い値のデータの方を信用すべきである。なお、合金元素については、分析精度の問題も関係すると考えられるが、粒度や純度の影響に比べて、それほど大きな因子になるとは考えられない。

降伏強度の合金濃度依存性は、直線的あるいは上に凸の曲線が多い。図3から固溶強化作用の大きな添加元素はP, Sn, Sb, Beであり、次いでW, Ti, Si, Pt, Mo, Mn, Ni, Geなどが中間に属し、Al, Vがそれに次いで小さく、Cr, Coは強度作用が非常に小さい。この結論は、合金濃度を原子パーセントで表わした場合であるが、重量パーセントで表わすと、Beの強化作用はPを抜いてトップになり、同様に原子量の小さいAl, Siの強化作用が相対的に上がり、原子量の大きいPt, W, Sb, Snの作用が下がることになる。

図3は合金濃度 6 at%までのデータであるが、さらに固溶度の大きな合金系について、濃度の高い所まで行なつた実験は、BOLLING と RICHMAN によって数種の合金系について報告されている¹⁰⁾。図4に彼らの結果を示す。(最終の熱処理は固溶領域から急冷している。)図からわかるように、強度上昇は多くの場合 40 kg/mm² ぐらいで止まつてしまい、それ以上濃度を増しても一般に双晶変形のため強度がそれほど上昇しない。(Fe-Si Fe-Be, Fe-Al では規則格子による硬化と考えられる強度上昇が高濃度で見られる。)

3.2 加工硬化および抗張力(室温)

辺り変形の場合の加工硬化を最も系統的に調べたデータは、やはり LACY と GENSAMER による古い報告である³⁾。それによると、真応力-真歪で表わした応力歪曲線では、降伏強度の大きなものほど加工硬化率は大きく

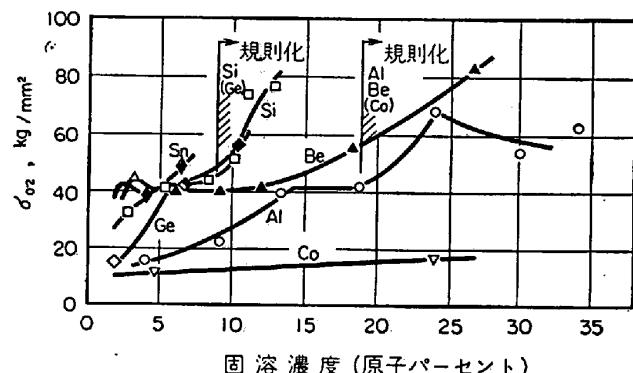


図4 固溶濃度の大きな合金に対する多結晶の降伏応力(0.2%変形応力), 黒印は双晶変形を示し, 半黒印は双晶と辺りの共存を意味する, 濃度 5%以下の詳細は図3参照, (ただし印が異なることに注意) (BOLLING ら¹⁰⁾)

なっている。その結果、降伏強度の高いものほど引張り強さも高いという結果になつてている。したがつて、図3の縦軸を引張り強さでプロットしても、図3とほぼ相似の結果が得られている。後で述べるように、単結晶の場合の加工硬化は多結晶の結果と一致しない。なお、双晶変形が起こるほど固溶体硬化が大きくなると、一般に脆性破壊を起こしやすくなり伸びがなくなる。

3.3 多元合金固溶体の強度(室温)

三元あるいは四元の鉄の多元合金の固溶体に関する実験は、やはり LACY と GENSAMER³⁾によって報告されている。Ni, Si, Cr, V, Co などと鉄との三元または四元合金の引張り強さの値は、表2に示すように、個々の固溶元素単独での引張り強さへの寄与を加算した値によく一致するという興味ある結果が得られている。ところが、降伏応力については、彼らの表から計算してみると

表2 三元または四元の鉄合金の引張り強さと各固溶元素による二元合金としての引張り強さへの寄与を加算した値との比較 (LACYらによる³⁾)

合金元素 (wt %)	引張り強さの測定値 (psi)	計算値 (psi)
0.97Ni, 0.97Si	48555	48850
0.99Ni, 0.99Cr	39450	39000
1.01Si, 0.99Cr	43200	43000
1.04Cr, 1.04Co	34400	34800
1.03V, 1.03Ni	39450	41000
1.04V, 2.06Ni	45250	44800
1.02V, 3.00Ni	48150	48000
1.03Mo, 0.92Cr	42400	42700
0.07Mn, 0.97Si	43550	43900
1.02Si, 0.66Al, 1.07V	44400	47000
1.03Ni, 1.01Cr, 1.01Si	48000	49300

加算値のほうが実験値よりも一般に大きな値となり、よい一致は見られない。

3.4 温度および変形速度の影響

面心立方金属の場合には、純金属の降伏応力の温度依存性はきわめて小さく、固溶元素を添加するに従つて温度依存性が強くなり、低温ほど固溶体硬化が顕著になるのが普通である。ところが、鉄のような体心立方金属では純金属でさえ降伏応力の大きな温度依存性が見られる。では鉄の固溶体がさらに大きな温度依存性を示すか

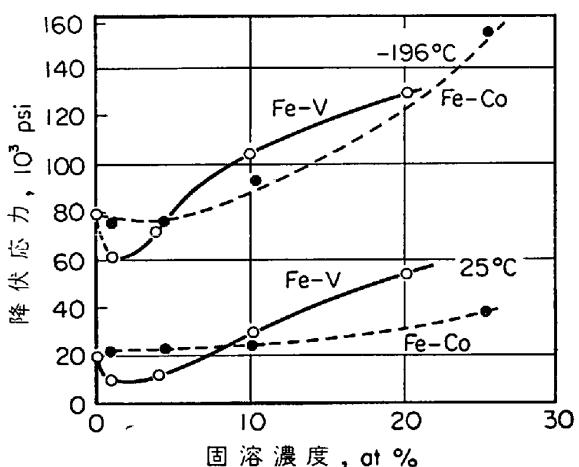


図6 Fe-V, Fe-Co多結晶の室温および液体窒素温度での降伏応力の濃度依存性 (STOLOFF ら⁸⁾)

というと必ずしもそうではなく、むしろ逆の場合が多い。図5に、ALLEN¹⁵⁾によつて REES らのデータ⁶⁾を温度に対してプロットした Fe-Mn, Fe-Cr, Fe-Ni, Fe-Mo の各合金の、合金化による降伏応力の温度依存性の変化を示す。Fe-Cr 合金以外は合金化によって温度依存性がむしろ小さくなっていることがわかる。Fe-Mo 合金では低温で強度が逆転していて、合金軟化といえる現象がみられる。図6には STOLOFF らによる室温と液体窒素温度での Fe-V, Fe-Co の降伏応力の濃度依存性を示すが、やはり数%の濃度で合金軟化現象が起こっている。同様の現象は Fe-Al 合金でも報告されている¹⁴⁾。合金化により温度依存性が小さくなる傾向は、後述のように単結晶の実験についても一般的にみられる。

降伏強度におよぼす変形速度の影響は純鉄の場合には1桁速度を上げると約2倍になるほど大きく変化する場合もあるが、固溶体硬化した合金の場合には、歪速度変化による強度変化量は、一般的にいえば強度の絶対値に比べてそう大きいではない。多くの場合、降伏応力と歪速度との関係は $\sigma_y = (\dot{\epsilon}/\dot{\epsilon}_0)^{1/m}$ という形で表わされ、合金化に伴い m が増大する。室温では、純鉄で約 10, Fe-3wt%Si 合金で 40 程度である。

多結晶の合金で歪速度を変化させた実験で興味があるのは矢田らによる報告である¹⁶⁾¹⁷⁾。彼らは、歪速度を1桁ずつ変えて求めた降伏強度の変化量がほぼ等比級数的になることに着目し、歪速度を無限小にしたとき降伏強度がある一定値に近づくことを見い出した。彼らはこの収斂値を合金化による真の硬化量であると

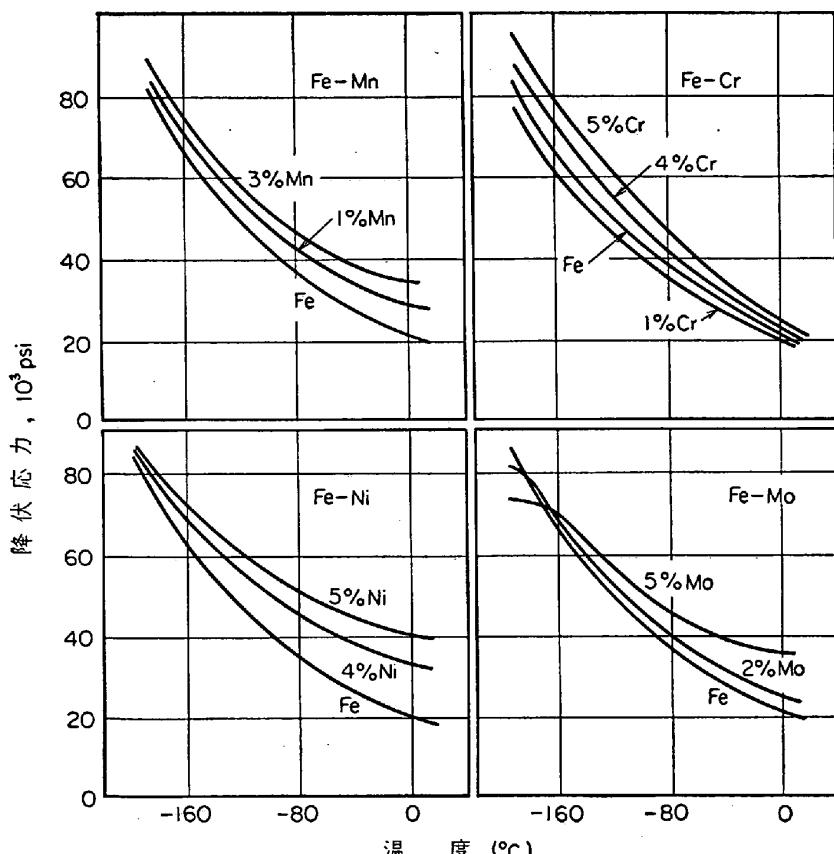


図5 REES らの Fe-Mn, Fe-Cr, Fe-Ni, Fe-Mo の降伏強度のデータ⁶⁾を ALLEN が温度に対してプロットした図 (ALLEN¹⁵⁾)

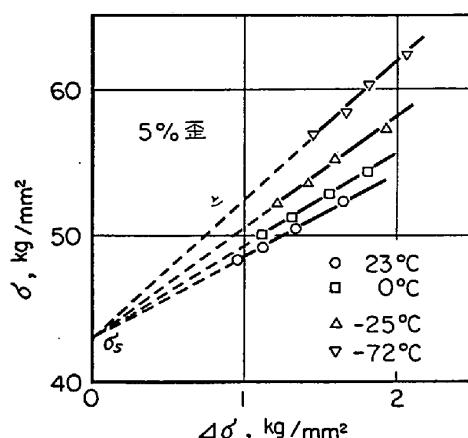


図7 Fe-3wt% Si 多結晶において、変形速度を1桁ずつ変えたときの応力変化量 $\Delta\sigma$ とそのときの変形応力 σ との関係を示す。(YADAら¹⁷⁾)

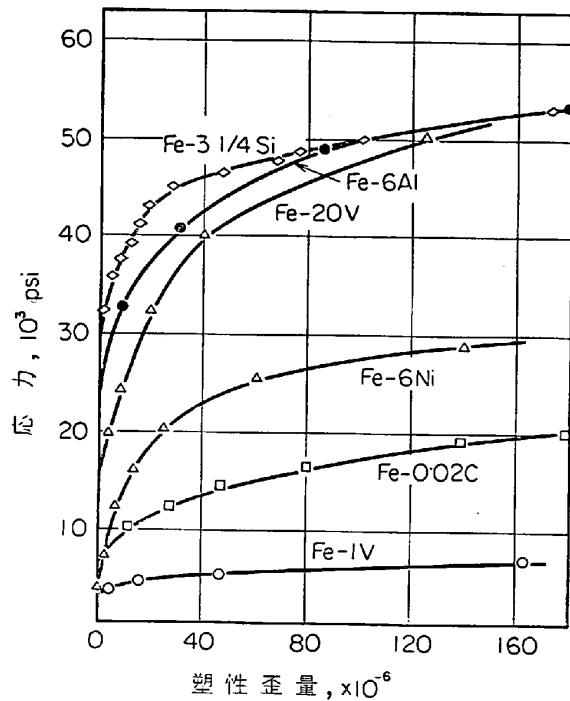


図8 種々の合金の微小歪領域での応力-歪曲線(室温), 合金濃度は wt% で示してある。(DAVIESら⁹⁾)

している。図7にFe-3wt%Siに関する結果を示す。この図で横軸、 $\Delta\sigma$ は変形速度を1桁変えたときの応力変化を示し、縦軸はそのときの応力の値を示す。変形速度を小さくするほど $\Delta\sigma$ が下がり、それと同時に応力 σ も下がり、その外挿値は各温度とも一点に収斂している。

いずれにしろ、通常の引張り試験速度の範囲 $\epsilon = 10^{-3} \sim 10^{-4} \text{ sec}^{-1}$ で少しぐらい変形速度を変えてても、室温では 1 kg/mm^2 程度の変化しか起こらず、実際の試験ではほとんど問題にならない。

3.5 微小歪の測定

巨視的な降伏以前の微小塑性歪の測定が、高感度の歪

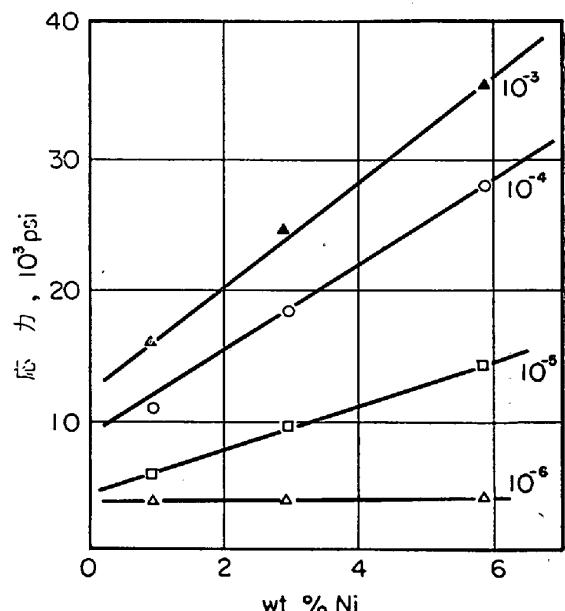


図9 Fe-Ni合金における巨視的降伏以前のいろいろな微小塑性歪量での変形応力のNi濃度依存性(室温), 10^{-6} 歪では全く固溶体硬化がないことになる。(DAVIESら⁹⁾)

計を用いて鉄についてはBROWNら¹⁸⁾¹⁹⁾によって行なわれていたが、鉄合金についてもDAVIESらが行なっている⁹⁾。彼らの、種々の合金についての結果を図8に示す。この結果が示すように、 10^{-6} の歪が検出できる歪計を用いて測定される真の弾性限は、巨視的な降伏応力の実に数分の1である。Fe-Ni合金の場合には図9に示すように、 10^{-6} 歪では応力が一定になり、全く固溶体硬化がないことになる。結局、微小歪でのある種の加工硬化が巨視的な降伏応力を上げているとDAVIESらは解釈している。このような低応力での微小塑性歪の現象は、固溶体硬化機構を論ずるときに説明されねばならない問題である。

4. 単結晶鉄合金のデータ

単結晶について実験することは、固溶体硬化機構を明らかにするための基礎データを得るためにぜひ必要なことである。しかし、多くの合金について単結晶を作製して系統的な実験をすることは大変な仕事であり、当然多結晶に比較してデータが少ない。鉄の固溶体硬化に着目した単結晶の実験は、HORNEらによるFe-Cr²⁰⁾, KRANZLEINらによるFe-Ni, Fe-Pt¹³⁾, 鈴木らによるFe-V, Fe-Tiの実験²¹⁾および著者らによるFe-Beなど7合金系に関する実験^{22)~24)}のみである。

4.1 単結晶の室温での降伏強度

単結晶の場合は、降伏強度が結晶方位によつて異なるため、特定の辺りの分解剪断応力で相互に比較する必要がある。図10に単結晶のデータから得た臨界分解剪断応力(CRSS)と濃度との関係を示す。表3には、これらの

データの研究者、文献、純度、CRSS の定義などを表示する。単結晶は鈴木らのデータを除き歪純法で作製したもので、引張り試験によるデータである。鈴木らはゾーン溶融法で単結晶を作り、圧縮試験を行なつてある。図

10の単結晶の結果を図 3 の多結晶の場合と比較すると、単結晶ではほとんど直線関係になつてゐるのが特徴である。しかし、各元素による強化作用の大小は、多結晶の場合でもそれほど大きな相違がないことがわかる。

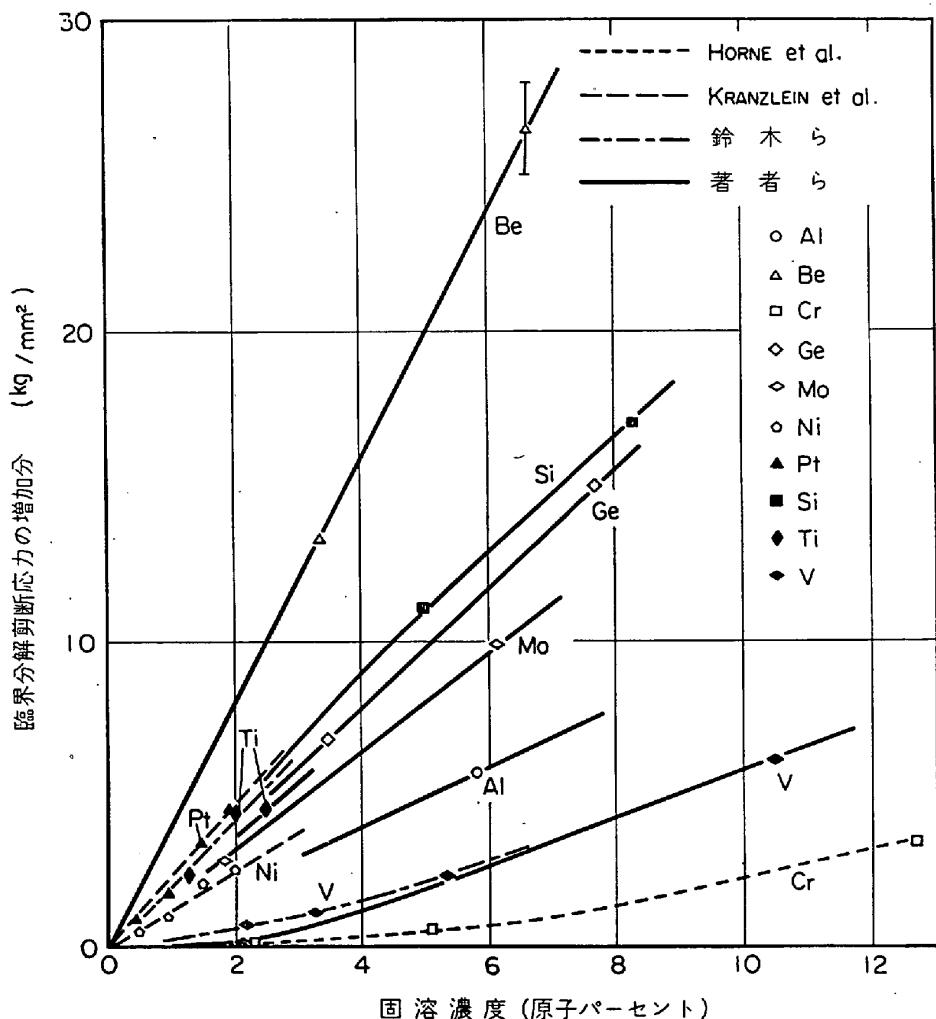


図10 鉄合金の単結晶による固溶体硬化のデータ、縦軸は合金の分解剪断応力から純鉄の分解剪断応力を引いた値を示す。(表3参照)

表3 図10のデータの内容

研究者	文献	合 金 系	鉄の純度	CRSS の定義	純鉄のCRSS	変形速度
HORNE ら	20	Cr	ゾーン精製鉄 C : 0.001~0.01	歪0への外挿応力を<111>方向最大剪断応力面へ分解	0.8 kg / mm²	$1.7 \times 10^{-4} \text{ sec}^{-1}$
KRANZLEIN ら	13	Ni, Pt	99.98% ゾーン精製鉄、湿水素処理	下部降伏応力または0.1%歪応力を<111>方向最大剪断応力面に分解	2.7 kg / mm²	$3.3 \times 10^{-4} \text{ sec}^{-1}$
鈴木ら	21	V, Ti	C : 0.001~0.005 N : 0.001	歪0への外挿応力を{110}<111>へ分解	1 kg / mm² (濃度0への外挿値)	$0.5 \times 10^{-4} \text{ sec}^{-1}$
著者ら	22	Al, Be, Ge, Mo, Si, Ti, V	電解鉄 C : 0.001~0.005	{110}<111>にり系の最もにりやすい結晶方位を用い、下部降伏応力をそのにり系へ分解	1.75 kg / mm²	$1.7 \times 10^{-4} \text{ sec}^{-1}$

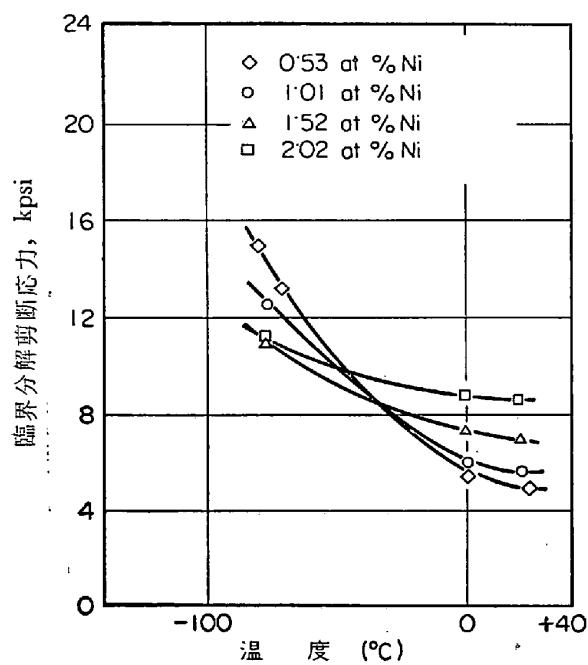


図11 Fe-Ni合金単結晶のCRSSの温度依存性
(KRAZLEINら¹³⁾)

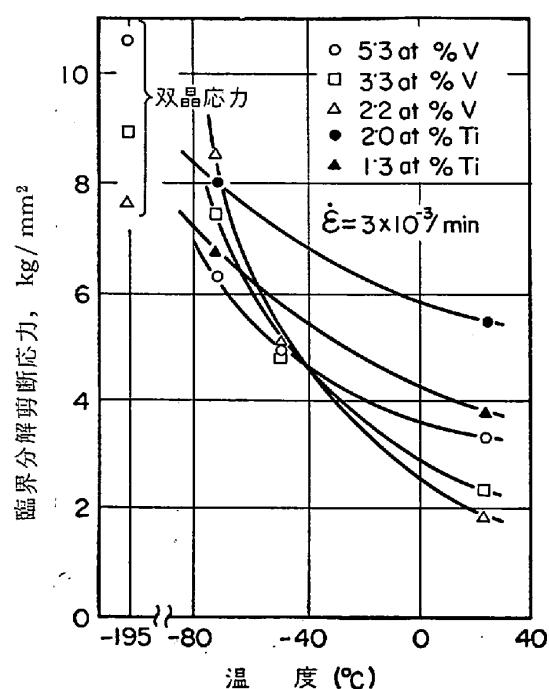


図12 Fe-V, Fe-Ti合金のCRSSの温度依存性
(鈴木ら²¹⁾)

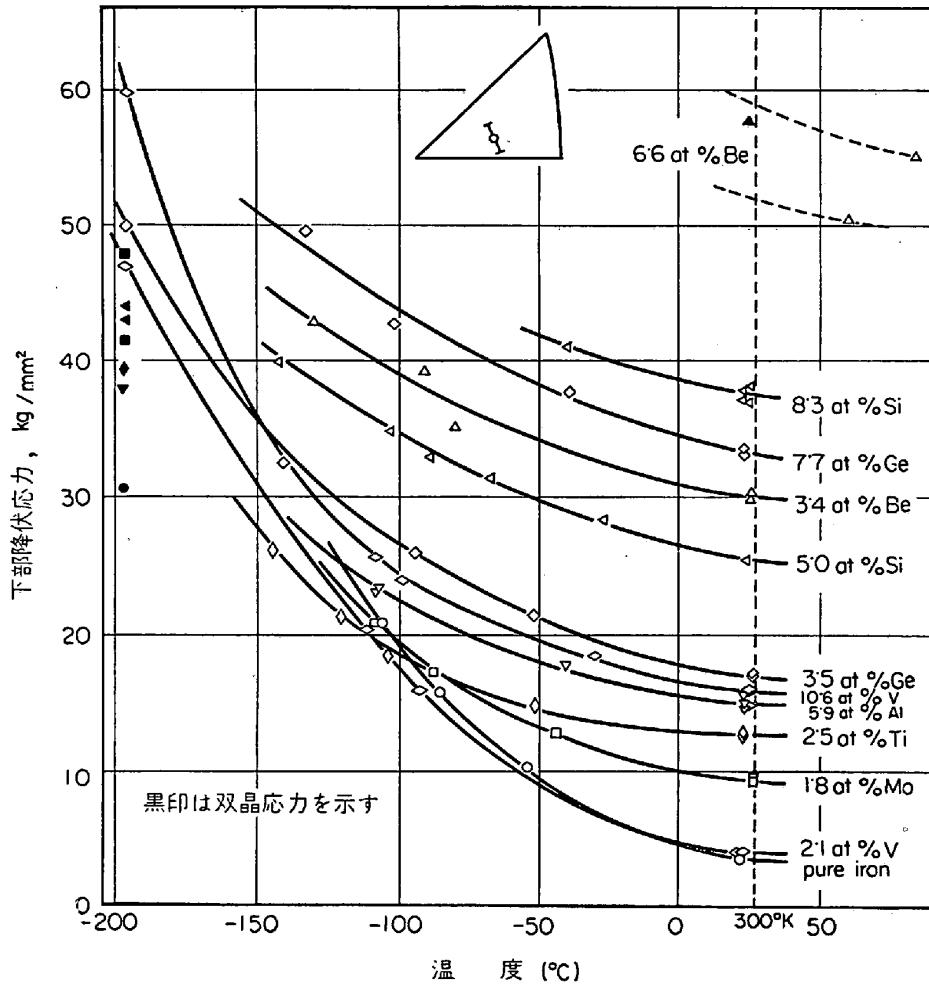


図13 種々の合金単結晶の下部降伏応力の温度依存性、結晶方位は図中に示す。(著者ら²²⁾)

なお、著者らは $\{110\}\langle111\rangle$ に沿う系よりも $\{112\}\langle111\rangle$ に沿う系に対する固溶体硬化のほうが大きいという結果を得ているが詳細は省く²³⁾。

4.2 単結晶の降伏強度の温度および変形速度依存性

降伏強度の温度依存性は、多結晶の場合と同様、少なくともある合金濃度範囲では合金化により弱まる傾向を示している。いわゆる合金軟化現象は $-70^{\circ}\sim-100^{\circ}\text{C}$ ぐらいの温度範囲で、Fe-Ni, Fe-Pt¹³⁾, Fe-Ti²²⁾, Fe-V²¹⁾²²⁾で見られている。図11にFe-Niの結果、図12にFe-V, Fe-Ti, 図13に著者らの種々の合金単結晶の降伏強度の温度依存性を示す。今まで得られている降伏強度のデータはせいぜい液体窒素温度までで、それよりさらに低温での温度依存性がどうなるかは、強度を支配する機構を考える上に興味ある問題であるが、双晶変形が沿うによる降伏に先立つて起こるためデータを得ることができない。

室温での変形速度の違いによるCRSSの変化を図14に示す²⁴⁾。これは、各合金につき1本の単結晶を引張り中に変形速度を種々に変化させ、それぞれの変形速度に対応した変形応力を下部降伏点まで外挿して求めたものである。この図からわかるように、一般に1桁程度の変形速度の変化による降伏応力の変化は降伏強度に比べれば大きくならない。なお、変形速度依存性を合金単結晶について低温まで系統的に測定したデータは見当たらない。

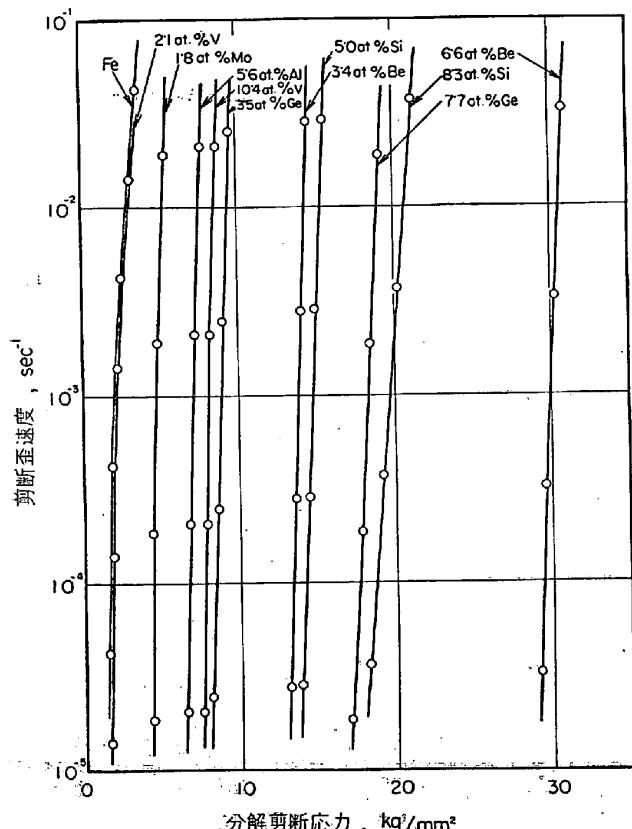


図14 変形速度変化に伴う合金単結晶の下部降伏点での分解剪断応力の変化を示す。(著者²⁴⁾)

4.3 単結晶の加工硬化

固溶体硬化した合金の荷重-伸び曲線は純鉄にくらべてその勾配は小さくなる。しかし、これは応力レベルが上昇したための見かけ上のもので、真応力-真歪あるいは分解剪断応力-分解剪断歪でみると話は変わってくる。合金化による加工硬化を単結晶についてそれほど系統的に行なった例はないが、図15に著者らが得たCRSS-RSS曲線を示す。このデータからは、多結晶に関するLacyら²³⁾のデータのような系統的な変化はみられない。

以上、鉄合金の塑性に関する実験データを一通り見わたしたことになるが、次に合金化による強度の変化がどのような機構で起こるのかを考察する。

5. 鉄の固溶体硬化機構

固溶体硬化の問題は析出硬化と並んで、転位と欠陥(広い意味での)との相互作用の問題として早くからMOTTら多くの人達によって取り扱われている。一方実験の面では、銅合金固溶体の実験が多く、それに続いてNi合金、銀合金、Mg合金などで行なわれており、特に最近は高純度の完全性の高い単結晶を用いて実験が行なわ

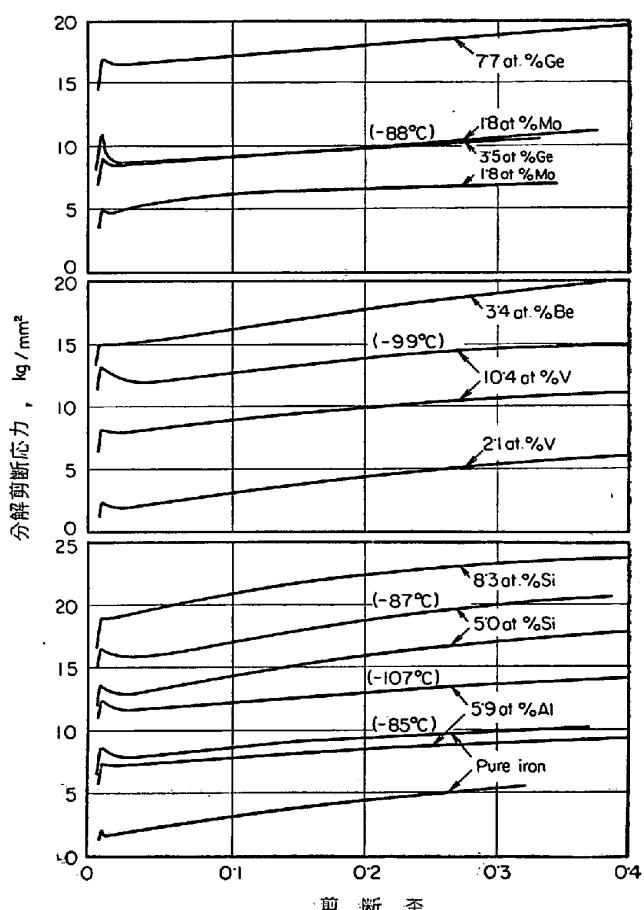


図15 種々の合金単結晶の $\{110\}\langle111\rangle$ に沿うに対する剪断応力-剪断歪曲線を示す。カッコ内に温度が記してあるもの以外は室温の結果である。(著者ら²³⁾)

れつつある。鉄についても、昔から LACY らの系統的な実験があるが、f.c.c. 金属と比べて、前章で述べたように、純度のよい単結晶を用いた実験は現在なお不十分である。近年はむしろ鉄以外の他の b.c.c. 金属、たとえば Ta, Nb などの合金単結晶の実験がかなり行なわれている。

ところで f.c.c. 金属の合金においても、基本的な実験事実さえ必ずしも一致したデータが得られておらず、固溶体硬化機構に対しても基本的な考え方においていまだに対立が見られる状態である。ましてや、元来基礎的な実験データの乏しい b.c.c. 金属合金の固溶体強化機構は現在のところ十分にはわかつていない。

ここでは、まず固溶体硬化に対する考え方を一通り述べ、次に鉄合金の実験データ(主として単結晶の)についてその強化機構の考察を行なう。

5.1 転位と固溶原子の相互作用

転位の運動に対する固溶原子の影響を考えるとき、2種類の作用に分類される。一つは転位の近くに固溶原子が拡散によって集まり転位を固着する作用であり、他はマトリックスに分布する固溶原子が運動する転位と相互作用して抵抗力を与える作用である。

転位の近傍に固溶原子が集まることにより転位の自由エネルギーを下げる機構として、(1)転位の弾性的エネルギーを下げる作用(COTTRELL interaction)²⁵⁾と(2)化学的エネルギーを下げる作用(SUZUKI interaction)²⁶⁾とが有名である。(1)は鉄中の侵入型不純物が転位のまわりに作る Cottrell 雰囲気としてよく知られ、以前は鉄の上降伏現象や低温強度の説明に用いられてきた。Cottrell 雰囲気の形成は、もちろん置換型固溶原子に対しても考えられる。(2)の化学的相互作用は、転位の拡張している f.c.c. あるいは h.c.p. 金属に対して主として適用される。(最近の HIRSCH らの考えのように²⁷⁾鉄などの b.c.c. 金属でも転位が拡張しているとすれば、鉄合金に対しても適用されることになろう。)

一方、運動する転位に対する摩擦力の原因となる相互作用としては(1)弾性的相互作用(MOTT, NABARRO による原子直径効果²⁸⁾および FLEISCHER による剛性率効果²⁹⁾、(2)電子的相互作用³⁰⁾、(3)短範囲規則格子を転位が横断するときの抵抗³¹⁾の三種がおもなものである。

ところで図3、図10の鉄の固溶体硬化がどのような機構で起こるかを知る手がかりとして、各合金系の硬化作用の強さと、固溶元素の性質あるいは合金化に伴う種々の物理的性質の変化との相関関係を調べることが必要である。古くは AUSTIN ら¹¹⁾ LACY ら³⁾ また最近では中川ら¹²⁾ は硬化率と固溶限濃度との関連を論じている。例外はあるが固溶量の小さい元素(たとえば P, Sn, Sb など)は強化作用が大きく、固溶量の大きい元素(Co, V, Cr など)は強化作用が小さいという傾向がある。また、BOLLING ら¹⁰⁾ は各合金系の融点における平衡分配係数(固相と液相の溶解度の比)との相関を論じており、図16に示すよ

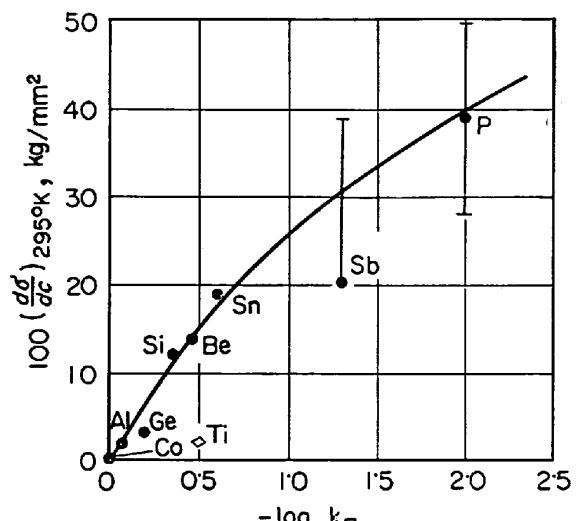


図16 各合金系の融点での平衡分配係数 k_m と多結晶の初期固溶体硬化率との関係(BOLLING ら¹⁰⁾)

うに彼らの多結晶のデータでは Fe-Ti 系を除けばかなりよい相関が認められる。(著者らの単結晶の結果でも同様であった²²⁾) これらの相関関係を直接転位と固溶原子との相互作用に結びつけることはむずかしいが、固溶限や分配係数は鉄格子中の固溶元素の不整合度というようなものを意味すると考えられ、定性的には理解できる。

さらに、直接転位との相互作用を示すパラメーターとしては、原子直径効果に対しては合金化による格子定数の変化が対応し、剛性率効果に対しては剛性率の変化が対応し、電子的相互作用に対しては元素の価電子数というものが対応することになる。図10に示した単結晶のデータから得た固溶体硬化率 $d\tau/dC$ (τ と C が直線関係でない Cr, V に対しては 10at%までの平均の勾配を取る) と格子定数変化率($1/a_0$) (da/dc) との関係を図17に示す。図からわかるようによい相関は存在しない。次に著者が得た²⁴⁾剛性率効果を示すパラメーター ϵ'_μ * と固溶体硬化率との関係を図18に示す。この図は2次曲線に近い相関関係を持っている。なお最もよい相関関係は図19に示すように、 $d\tau/dc$ と $\epsilon'_\mu + 1.5\epsilon_a$ の間に存在する。

固溶元素の価電子数(あるいは外殻電子数)と硬化率との間には全く相関を見い出すことはできない。短範囲規則格子の存在は Fe-Si, Fe-Al などで低濃度の合金でも確認されているが、それを定量的に評価したり、そのエネルギーを知る実験もない。そのため強度への影響の程度は不明である。著者らは最初固溶体硬化のうち原子直径効果で説明できない部分を短範囲規則格子の存在に帰して説明した²²⁾。しかし、試料を急冷しても強度が変わらないことや濃度依存性が直線的であること(短範囲

* 剛性率パラメーターとしては、size effect によるマトリックスの剛性率変化を補正した次式を用いた³²⁾。

$$\epsilon'_\mu = \frac{\epsilon_\mu + 4.2\epsilon_a}{1 - 1/2(\epsilon_\mu + 4.2\epsilon_a)}, \text{ただし } \epsilon_\mu = -\frac{1}{\mu_0} \frac{d\mu}{dc}$$

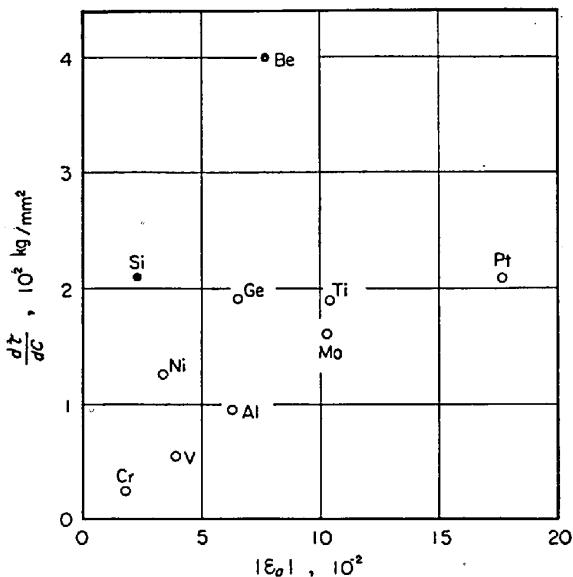


図17 単結晶の室温での固溶体硬化率($d\tau/dc$)と原子直径パラメータ $\varepsilon_a (=1/a_0 \cdot da/dc)$ との関係、黒丸は ε_a が負値であることを示す。

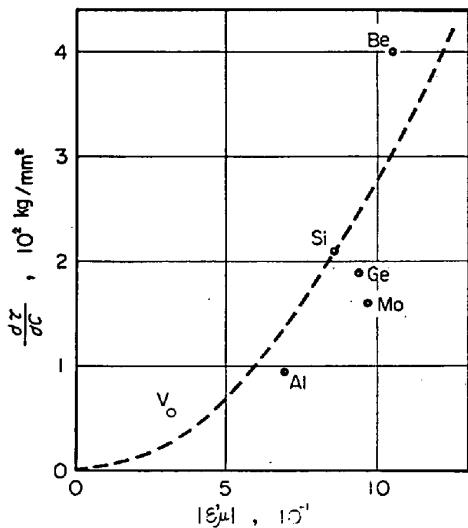


図18 単結晶の室温での固溶体硬化率と剛性率パラメーター ϵ'_μ との関係、黒丸は負値を示す。
(著者²⁴⁾)

規則格子による硬化が支配的であるとすれば、大体濃度の二乗で強度が上昇することが理論的に示されているなどから規則格子の強度への寄与は大きくないと考えるほうが妥当であろう。

以上のような結果からは、鉄の固溶体の強度を決めているのは、転位と固溶原子との剛性率効果による相互作用が支配的な因子であることになる。このことはらせん転位と固溶原子との弾性的相互作用が支配的であることになる。なぜなら、刃状転位に対しては原子直径効果がもつと大きくなりはずだからである³³⁾。なお f.c.c. 合金の銅合金、銀合金についても同様の結論が FLEISCHERによって得られている³³⁾。

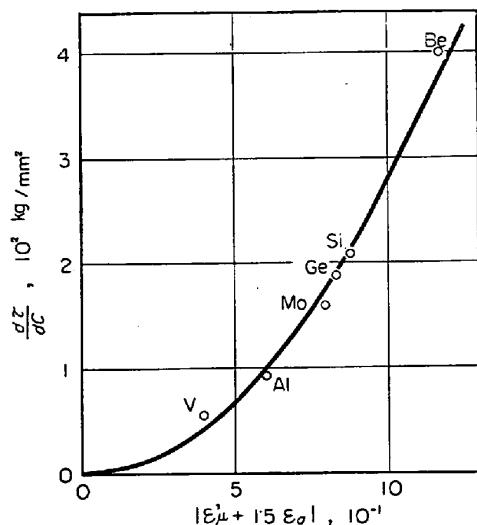


図19 単結晶の室温での固溶体硬化率と $|\varepsilon'_\mu + 1.5\varepsilon_a|$ の関係. 実線は2次曲線(著者²⁴⁾)

5.2 降伏現象

転位と個々の固溶原子との相互作用がわかつたとしてもそれは直ちに降伏応力とは結びつかない。巨視的な降伏現象は、転位の集団の長距離の運動で起こるからである。前節で述べたように、固体硬化理論は大別して固着理論と摩擦理論に分けられる。以前は、鉄の強度は COTTRELL の固着理論で説明されていた。しかし、その後、鉄など交叉辯りの起りやすい金属では二重交叉辯り³⁴⁾³⁵⁾により容易に転位の増殖が可能であることや、降伏応力に対する活性化エネルギー、活性化体積が変形応力に対する活性化エネルギー、活性化体積と等しいことが示されたこと³⁶⁾などから、鉄やその合金の強度は転位の摩擦力が支配的であると考えられている。

一方, JOHNSTON と GILMAN は降伏現象を動力学的に取り扱い有名な JOHNSTON-GILMAN の降伏理論を提唱し³⁷⁾³⁸⁾, HAHN³⁹⁾や武内⁴⁰⁾はそれを鉄の降伏に対しても適用した. いま, 単結晶についてその剪断歪速度 $\dot{\gamma}$ は次式の歪速度方程式により表わされる.

ここで n は可動転位密度, b はバーガースベクトルの大きさ, v は平均の転位速度である. 降伏現象は, この塑性歪速度の値が試験機のクロスヘッドの速度と同程度の値になつたときに起こることになる. ところで, 一般に n は歪 γ の増加関数, v は転位に働く有効応力 τ_e の増加関数である. (JOHNSTON らは $n = n_0 + \alpha\gamma$, $v = (\tau_e/\tau_0)^m$, $\tau_e = \tau_a - H\gamma$ という関数形を用いて応力-歪曲線を解析している) したがつて, 同一の γ を与えるためには, 変形初期の n が小さい場合は応力を上げて v を大きくしなければならないが, 変形が進み n が増すと v は小となり応力が小さくてもよいわけで, このことが上降伏現象をもたらすことになる. (降伏の問題は鈴本(秀次)の解説にくわしく述べてあるので参照されたい⁴¹⁾⁴²⁾.

さて、鉄合金に対してもこのような降伏の考え方を適用するとどうなるであろうか。STOLOFF, DAVIES らは、微小歪の測定(たとえば図8, 9参照)から、合金の真の降伏応力はかなり低いもので、合金化により巨視的な降伏応力が高くなるのは、交叉にりが困難になることすなわち転位の増殖が困難になることに原因していると考えた^{8,9)}。ところでマクロな降伏の段階では(1)式の γ の値はどの合金でも同じ値を持つはずである。もしも固溶体硬化が転位の増殖に主要原因があるとすれば、合金化により強度の高くなつた試料ほどマクロな降伏点での転位密度は小さくなければならない。実際に電子顕微鏡で転位の直接観察を行なうと、一般にはむしろ強度の高いもののほうが下部降伏点での転位密度は大きくなつてい

る²⁴⁾。(写真1は室温で約1%変形した合金単結晶の結果で、どの合金でも大体らせん転位になつてゐる)したがつて、合金化した材料では γ が小さくてもよいにもかかわらず、その γ を与えるのに大きな応力を必要とすることになる。

それでは低応力での微小歪が生じる原因は何かということになるが、(1)転位速度が $(\tau/\tau_0)^m$ で表わされるとするとどんな低応力でも歪が生じる(ただし合金では m が大きく、これのみからは定量的に説明できない)(2)粒界や介在物の周辺での応力集中による転位発生、増殖¹⁸⁾、(3)易動度の大きな刃状転位の運動による歪¹⁹⁾、(4)多結晶中で外力に対してにりやすい結晶方位の粒中のにり⁴⁴⁾、などで説明できよう。

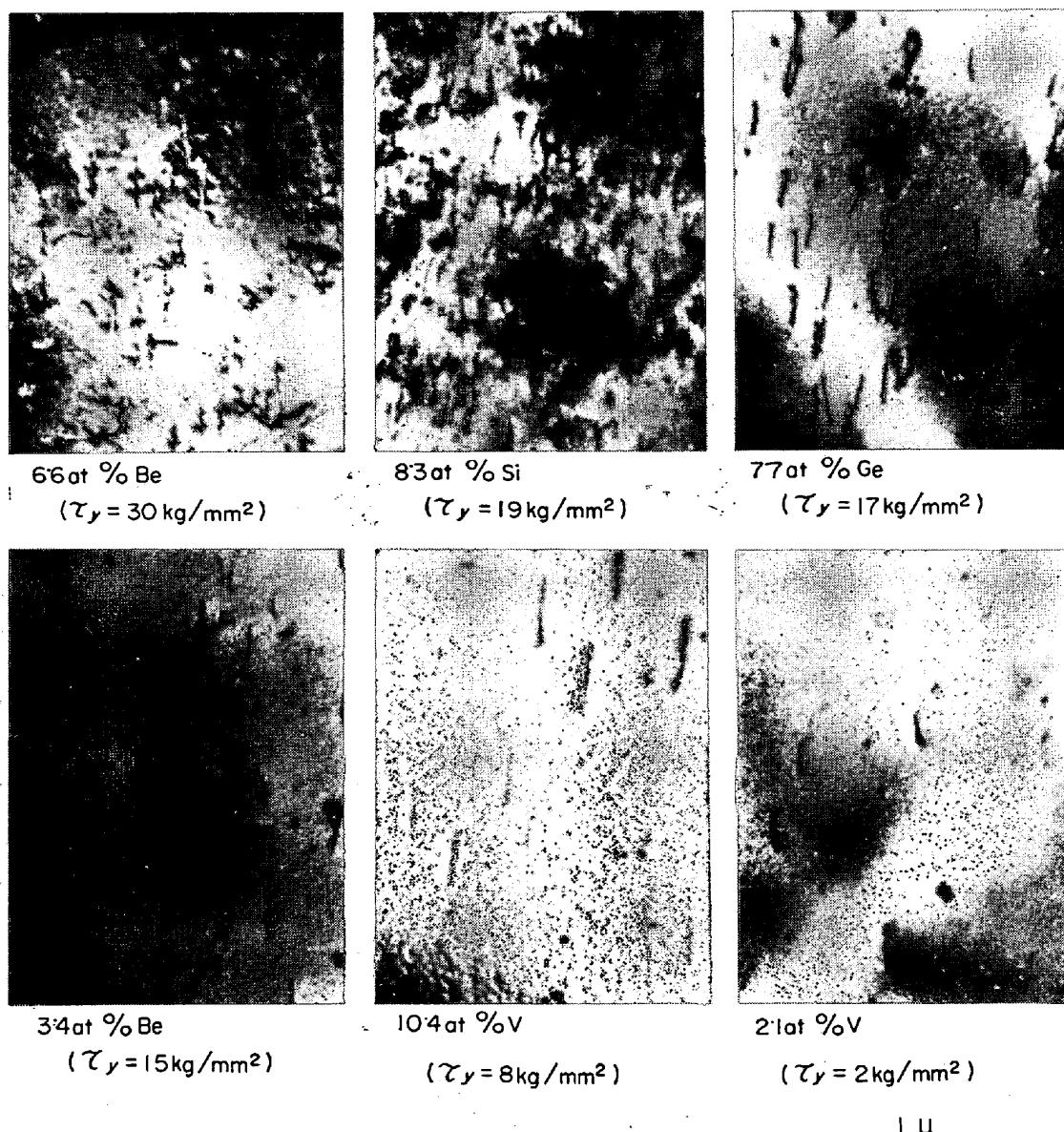


写真1 種々の合金単結晶を室温で約1%変形したときの転位配列。結晶方位は一重にりの方位で、にり方向の投影方向はいずれも上下の方向である。したがつて転位はほとんどらせん転位であることがわかる。(著者²⁴⁾)



図20 転位と固溶原子との相互作用、(a)は長距離の周期的な内部応力場中の転位の運動(b)は転位芯と固溶原子が強く相互作用する場合の運動を示す。

結論として、合金化によるマクロの降伏応力の上昇は一定の転位速度をもたらすための応力上昇に対応していると看えられる。

5.3 室温の強度

降伏応力の温度依存性の曲線が室温付近で大体平らになることや²⁰⁾²²⁾室温では変形速度依存性も小さいことなどから、室温での降伏応力はほとんど熱活性化を伴わない転位の摩擦力で決まつているといえる。

転位と固溶原子の相互作用から、転位の運動にどのような抵抗が生じるかを論じた理論はいくつかあるが、大別して、図20(a)のように固溶原子の長距離の弾性場による内部応力の周期的な波の中を転位が動く場合の考え方⁴⁵⁾⁴⁶⁾と、(b)のように固溶原子が転位芯近傍で強く相互作用し、転位がジクザグ型をとりながら運動するという考え方^{45)47)~49)}に分けられる。(a)の場合は転位の運動はほとんど熱エネルギーを伴わない。(b)のように相互作用が短距離の場合には、当然転位の運動は熱活性化過程を伴うので、降伏応力は強い温度依存性を示すことになる。しかし(b)の場合でも一つの安定位置から次の安定位置に移る過程で、長距離の弾性応力の影響を受けて温度に依存しない抵抗力ももたらすことになる⁴⁸⁾⁴⁹⁾。(a)と(b)の中間的ともいえる理論は FLEISCHER によるもので⁵⁰⁾、彼の理論は f.c.c. 金属の固溶体硬化をかなりよく説明できる。

ところで鉄合金の場合は、前節で述べたように、固溶原子とらせん転位の弾性的相互作用、特に剛性率効果が強度を決める主因子と考えられる。剛性率効果は原子直径効果に比べ短範囲の相互作用なので MOTT, NABARRO の(a)の型の理論⁴⁵⁾⁴⁶⁾をそのまま適用することはできない。また(b)の理論では、転位芯での相互作用エネルギーが $0\cdot5$ eV 程度とすると、安定位置間の距離が、1% の濃度の合金では数原子距離になつてしまうことから、この型の理論がそのまま適用できるのは希薄合金に限ることになる。FLEISCHER の理論⁵⁰⁾でも同様のことがいえるが、彼の理論は強度が濃度の平方根に比例するので、鉄の単結晶のデータとはもともと一致しない。したがつて、現在のところ鉄合金の室温の強度を従来の理論で定量的に説明することは困難である。

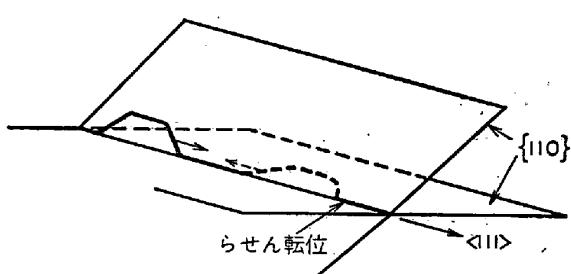


図21 らせん転位上の別々の部分で、別の面に double kink を形成することによって生じる ジョグを示す。

ところで、最近鈴木(秀次)は b.c.c. 金属固溶体の強度に関し b.c.c. 金属特有のらせん転位のパイエルス機構に関連してユニークな理論を提唱している⁵¹⁾⁵²⁾。パイエルス機構ではらせん転位は double kink の形成とキンク(kink)の運動で移動するわけであるが、double kink の形成される面は特定の面に限られない。キンクは一般に非常に動きやすいが、固溶原子があると、それとの相互作用で動きにくくなる。キンクが動きにくい場合は、図 21 のように、1 本のらせん転位の別々の場所で、別の面上に発生したキンク同志がぶつかってショグを作る頻度が増していく。このようにして、合金化によりらせん転位上にショグの密度が増し、ショグによる抵抗が固溶体硬化の原因となると考えるのである。ショグの密度は、double kink 形成の頻度とキンクの移動速度(これらはいずれも応力の関数となる。)とのかね合いで決まることがあるであろうが、理論の詳細は未発表である。

5.4 低温での合金の強度

f.c.c. 金属と異なり, b.c.c. 金属では純金属でも降伏応力の温度依存性が非常に強い。この点については、現在では b.c.c. 金属の低温の変形がパイエルス機構に基づくものであるという考え方による説明が有力である。(詳細は他の解説を参照されたい。⁵²⁾⁵³⁾) したがつて、合金化による鉄の低温強度への影響は、パイエルス機構への固溶原子の影響という形ではいつてくる。

さて、鉄固溶体の低温強度の特徴である温度依存性の減少はどのように説明されるであろうか。ごく少量の侵入型不純物の存在が、ある程度低温の強度上昇に寄与していることは実験的に示されている⁵⁴⁾。したがつて、鉄合金において温度依存性が弱まる現象を置換型固溶原子によって侵入型不純物の固溶量を下げる効果(scavenging effect)で説明する場合もあるが、しかし b.c.c. 合金で低温での固溶軟化現象が非常に一般的に見い出されていくことから、やはりパイエルス機構に結びつけて解釈すべきものと思われる。

パイエルス機構による変形速度 $\dot{\epsilon}$ は

と表わされる。ここで A は一素過程で転位の動く面積

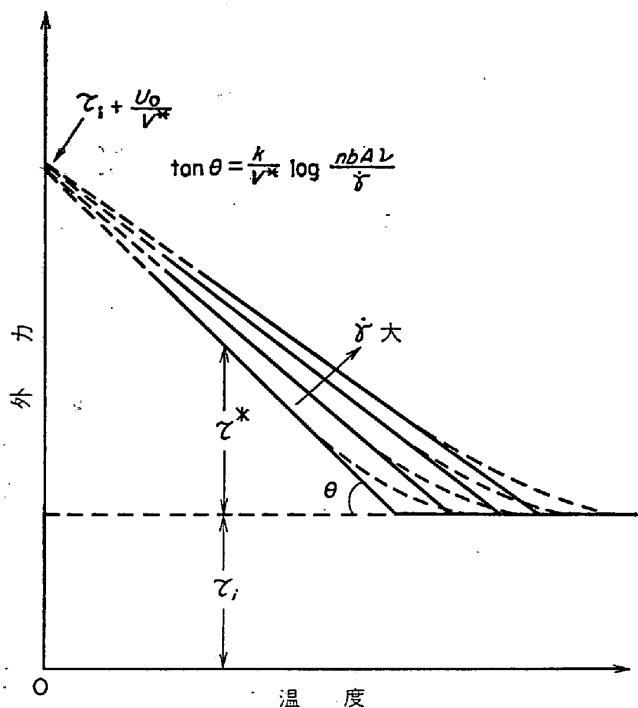


図22 単純な熱活性化過程による降伏応力の温度依存性を模式的に示す(本文参照)

(キンクの運動距離を L とすると大体 $L b$), ν は頻度因子, k はボルツマン定数, T は絶対温度, U は有効応力 τ^* 下での double kink の形成のための活性化エネルギーである。近似的に活性化体積 V^* が応力によらず一定であるとすると $U(\tau^*) = U_0 - V^*(\tau_a - \tau_i)$ と書ける*。(τ_a は外力, τ_i は温度に依存しない摩擦力) この式と(2)式を用いて、外力 τ_a を温度の関数として図示すると図22のようになる。固溶体軟化を説明するには、この図から次のような可能性が考えられる。(1)合金化により U_0 (キンクの形成エネルギー) が小さくなることにより τ^* が小さくなる。(2)可動転位密度 n が大きくなり他が不変であれば、絶対零度の外挿点が変わらず勾配が大きくなるので τ^* が小さくなる(3)そのほか、 A や ν が合金化によって大きくなる。現在、(1)⁵²⁾, (2)⁵³⁾の可能性が論じられているが、結論を下すには今後さらに低温での詳細な実験データが必要である。(1)の考えはパイエルス応力自体が低くなると考えるのではなく、固溶原子の応力場の助けで double kink の形成が容易になると考えるのが普通である⁵²⁾⁵⁶⁾。固溶軟化現象が、図6のように数%の濃度で最も顕著で、合金濃度が増すと再び温度依存性が強くなるということは、double kink の形成を助ける最適の濃度の存在を示しているように思われ、(1)の機構が理解しやすい。

6. 結 言

以上、大ざっぱに鉄の固溶体の強度に関する実験データ

* 実際は、パイエルス機構では V^* は応力の減少関数である。

タおよびそれらの解釈について述べてきたわけであるが著者の不勉強のために、重要な文献の見落としがありますかと心配である。また、第5章の内容は、著者の私見が強く入つてしまつたかと思われる所以、その点読者の公正な判断、ご批判を期する次第である。

固溶強化の機構については、現在なお基礎データが十分でなく(特に純度の点は問題である)、明確な議論を行なえる段階ではないようと思われる。事実、第5章の結論はすべてあいまいなものにならざるをえなかつた。今後、さらに高純度の単結晶で、低濃度からの実験が必要であろう。しかし、鉄合金では実験技術的な面での困難が多く、むしろ溶融法で容易に単結晶が得られ、極低温の変形も可能なほかの b.c.c. 金属(Nb, Taなど)の合金での実験データから鉄の場合の固溶強化機構を類推するのも一つの方法かも知れない。

この稿を終るに当たり、著者の鉄合金の塑性の研究をご指導いただいた田岡忠美、吉田秀彦両博士に感謝の意を表する。また、この稿のために、未出版のデータをご提供下さった八幡東研の鈴木洋夫氏に感謝する。

文 献

- 1) M. HANSEN: Constitution of Binary Alloys, (1958), [McGraw-Hill Book Co., Inc.]
- 2) G. LÜTJERING and E. HORNBØGEN: Z. Metallk., 59 (1968), p. 29~46
- 3) C. E. LACY and M. GENSMER: Trans. Amer. Soc. Metals, 32 (1944), p. 38~110
- 4) A. S. KEH and S. WEISSMANN: Electron Microscopy and Strength of Crystals, (1963), p. 231 [Interscience Publishers, New York]
- 5) W. P. REES, B. E. HOPKINS and H. R. TIPLER: J. Iron Steel Inst., 169 (1951), p. 157~168
- 6) W. P. REES, B. E. HOPKINS and H. R. TIPLER: ibid., 177 (1954), p. 93~110
- 7) B. E. HOPKINS and H. R. TIPLER: ibid., 188 (1958), p. 218~236
- 8) N. S. STOLOFF, R. G. DAVIES and R. C. KU: Trans. AIME, 233 (1965), p. 1500~1508
- 9) R. G. DAVIES and R. C. KU: Trans. AIME, 236 (1966), p. 1691~1698
- 10) G. F. BOLLING and R. H. RICHMAN: Can. J. Phys., 45 (1967), p. 541~557
- 11) C. R. AUSTIN: Trans. Amer. Soc. Metals, 31 (1943), p. 321~339
- 12) Y. G. NAKAGAWA and K. HIRANO: Proc. International Conf. on Strength of Metals and Alloys, Suppl. J. Inst. Metals, (1968), p. 702~707
- 13) H. H. KRANZLEIN, M. S. BURTON and G. V. SMITH: Trans. AIME, 233 (1965), p. 64~70
- 14) H. T. GREEN and R. M. BRICK: Trans. AIME, 200 (1954), p. 906~913
- 15) N. P. ALLEN: Iron and its Dilute Solid Solutions, edited by Spencer and Werner, (1963), p. 271, [Interscience Publishers, New York]

- 16) H. YADA: Acta Met., 15 (1967), p. 1255~1257
 17) H. YADA and H. MIMURA: J. Phys. Soc. Japan, 24 (1968), p. 1269~1278
 18) N. BROWN and A. EKVALL: Acta Met., 10 (1962), p. 1101~1107
 19) R. KOSOWSKY and N. BROWN: Acta Met., 14 (1966), p. 131~139
 20) G. T. HORNE, R. B. ROY and H. W. PAXTON: J. Iron Steel Inst., 203 (1963), p. 161~167
 21) 鈴木, 矢田, 佐藤: 日本金属学会講演概要 (第58回東京), (1966), p. 35
 22) S. TAKEUCHI, H. YOSHIDA and T. TAOKA: Proc. International Conf. on Strength of Metals and Alloys, Suppl. J. Inst. Metals, (1968), p. 715~719
 23) S. TAKEUCHI, T. TAOKA and H. YOSHIDA: Trans. ISIJ. 発表予定
 24) S. TAKEUCHI: 未発表
 25) A. H. COTTRELL: Dislocations and Plastic Flow in Crystals, (1953), p. 123 [Oxford Univ. Press, London]
 26) H. SUZUKI: Sci. Rep. Res. Inst. Tohoku Univ., A4 (1952), p. 455
 27) たとえば M. S. DUESBERRY and P. B. HIRSCH: Dislocation Dynamics, edited by Rosenfield et al., (1968), p. 57~85
 28) N. F. MOTT and F. R. N. NABARRO: Proc. Phys. Soc., (London), 52 (1940), p. 86
 29) R. L. FLEISCHER: Acta Met., 9 (1961), p. 996~1000
 30) A. H. COTTRELL, S. C. HUNTER and F. R. N. NABARRO: Phil. Mag., 44 (1953), p. 1064~1067
 31) J. C. FISHER: Acta Met., 2 (1954), p. 9~10
 32) S. TAKEUCHI: Scripta Met., 2 (1968), p. 481~484
 33) R. L. FLEISCHER: Acta Met., 203 (1963), p. 203~209
 34) J. S. KOEHLER: Phys. Rev., 86 (1952), p. 52~59
 35) W. G. JOHNSTON and J. J. GILMAN: J. Appl. Phys., 31 (1960), p. 632~645
 36) H. CONRAD: J. Iron Steel Inst., 198 (1961), p. 364~375
 37) W. G. JOHNSTON and J. J. GILMAN: J. Appl. Phys., 30 (1959), p. 129~144
 38) W. G. JOHNSTON: J. Appl. Phys., 33 (1962), p. 2716~2730
 39) G. T. HAHN: Acta Met., 10 (1962), p. 727~738
 40) T. TAKEUCHI and S. IKEDA: J. Phys. Soc. Japan, 18 (1963), p. 488~495
 41) 鈴木(秀次): 鉄と鋼, 50 (1964), p. 2351
 42) 鈴木(秀次): 鉄と鋼, 53 (1967), p. 64~80
 43) J. HOLDEN: Acta Met., 8 (1960), p. 424~430
 44) J. C. SUITS and B. CHALMERS: Acta Met., 9 (1961), p. 854~860
 45) N. F. MOTT and F. R. N. NABARRO: Report of Conf. on the Strength of Solids (Bristol), (1948), p. 1~19 [Physical Society, London]
 46) N. F. MOTT: Imperfections in Nearly Perfect Crystals, (1952), p. 173~190 [Wiley, New York]
 47) J. FRIEDEL: Electron Microscopy and Strength of Crystals, edited by THOMAS and WASHBURN, (1963), p. 605~649
 48) J. FRIEDEL: Dislocations, (1964), p. 379~383 [Pergamon Press, Oxford]
 49) T. SUZUKI: Dislocation Dynamics, edited by ROSENFIELD et al., (1968), p. 551~572. [McGraw-Hill, New York]
 50) R. L. FLEISCHER and W. R. HIBBARD JR.: The Relation between the Structure and Mechanical Properties of Metals, (1963), p. 261~297 [H.M.S.O., London]
 51) 鈴木(秀次): 日本物理学会第23回年会(1968), 講演予稿集, p. 170
 52) 鈴木(秀次): 統・格子欠陥と金属の機械的性質, (1966), 第6章[日本金属学会]
 53) 著者: 日本金属学会会報第7巻第1号(1968), p. 14~26
 54) D. F. STEIN and J. R. LOW, JR: Acta Met., 14 (1966), p. 1183~1194
 55) Y. NAKADA and A. S. KEH: Acta Met., 16 (1968), p. 903~913
 56) J. WEERTMAN: J. Appl. Phys., 12 (1958), p. 1685~1689