

3) $(\partial \ln \gamma_i / \partial N_j)_{a_i} = \varepsilon_i^{(j)} a_i$ を相互作用活量母係数, $(\partial \log f_i / \partial X_j)_{a_i} = e_i^{(j)} a_i$ を相互作用活量助係数, $(\partial N_i / \partial N_j)_{a_i} = m_i^{(j)}$ を溶解度母係数, $(\partial X_i / \partial X_j)_{a_i} = m_i'^{(j)}$ を溶解度助係数という。

3. Taylor 展開による活量係数と相互作用係数あるいは相互作用パラメータとの関係

成分が 1, 2...k から成る k 元系溶体における i 成分の活量係数を一定の濃度点で Taylor 展開し 2 次以上の偏微分項を省略した式から次の各式が得られる。

$$\ln \gamma_i = \sum_{j=2}^k \ln \gamma_i^{(j)}, \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \gamma_i^{(j)} &= \frac{\gamma_i(N_2^\circ, N_3^\circ, \dots, N_{j-1}^\circ, N_j, N_{j+1}^\circ, \dots, N_k^\circ)}{\gamma_i^\circ} \\ &= \frac{\gamma_i(N_2^\circ, N_3^\circ, \dots, N_{j-1}^\circ, N_j, N_{j+1}^\circ, \dots, N_k^\circ)}{\gamma_i(N_2^\circ, N_3^\circ, \dots, N_{j-1}^\circ, N_j, N_{j+1}^\circ, \dots, N_k^\circ)} \\ &= (N_j - N_j^\circ) \left(\frac{\partial \ln \gamma_i}{\partial N_j} \right)_{N_l, l \neq 1, j}, \quad j \neq i \quad (9) \end{aligned}$$

$$\gamma_i^{(i)} = \gamma_i(N_2^\circ, N_3^\circ, \dots, N_{i-1}^\circ, N_i, N_{i+1}^\circ, \dots, N_k^\circ) \quad (10)$$

$$\gamma_i^\circ = \gamma_i(N_2^\circ, N_3^\circ, \dots, N_k^\circ) \quad (11)$$

ただし上添字の ° は定数を示す。

$\ln \gamma_i$ を各成分のモル数で展開した場合には次の関係式が得られる。

$$\ln \gamma_i^{(j)} = \beta_i^{(j)} (1 - N_j^\circ) (N_j - N_j^\circ), \quad j \neq i \quad (12)$$

$$\ln \gamma_i^{(i)} = \ln \gamma_i^\circ + \beta_i^{(i)} (1 - N_i^\circ) (N_i - N_i^\circ) \quad (13)$$

$$\ln \gamma_i = \ln \gamma_i^\circ + \sum_{j=1}^k \beta_i^{(j)} (1 - N_j^\circ) (N_j - N_j^\circ) \quad (14)$$

相互作用濃度比助係数と $f_i^{(j)}, f_i^{(i)}, f_i$ との関係式は次のとおりである。

$$\log f_i^{(j)} = b_i^{(j)} (1 - X_j^\circ / 100) (X_j - X_j^\circ), \quad j \neq i \quad (15)$$

$$\log f_i^{(i)} = \log f_i^\circ + b_i^{(i)} (1 - X_i^\circ / 100) (X_i - X_i^\circ) \quad (16)$$

$$\log f_i = \log f_i^\circ + \sum_{j=1}^k b_i^{(j)} (1 - X_j^\circ / 100) (X_j - X_j^\circ) \quad (17)$$

さらにモル分率が表わした Henry 基準の活量係数 λ_i とは次の関係が成立する。

$$\ln \lambda_i = \ln (\gamma_i^\circ / \gamma_i) + \sum_{j=1}^k \beta_i^{(j)} (1 - N_j^\circ) (N_j - N_j^\circ) \quad (18)$$

4. 任意の濃度における相互作用パラメータ間の関係

温度および圧力が一定の条件の下では (2) 式より

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \mu_i}{\partial n_j} \right)_{n_l, l \neq j} &= -\frac{RT}{\sum_{l=1}^k n_l} \left[\left(\frac{\partial \ln \gamma_i}{\partial N_j} \right)_{N_l, l \neq 1, j} \right. \\ &\quad \left. - 1 - \sum_{s=2}^k \left(\frac{\partial \ln \gamma_i}{\partial N_s} \right)_{N_l, l \neq 1, s} N_s \right], \quad j \neq 1 \quad (19) \end{aligned}$$

が得られる。ただし n_l は l 成分のモル数、左辺の添字は j 成分以外のモル数を一定に保つことを示す。

ここで Maxwell の交叉関係

$$(\partial \mu_i / \partial n_j)_{n_l, l \neq j} = (\partial \mu_j / \partial n_i)_{n_l, l \neq i} \quad (20)$$

を用いれば、

$$\left(\frac{\partial \ln \gamma_i}{\partial N_j} \right)_{N_l, l \neq 1, j} - \sum_{s=2}^k \left(\frac{\partial \ln \gamma_i}{\partial N_s} \right)_{N_l, l \neq 1, s} N_s$$

$$= \left(\frac{\partial \ln \gamma_i}{\partial N_i} \right)_{N_l, l \neq 1, i} - \sum_{s=2}^k \left(\frac{\partial \ln \gamma_i}{\partial N_s} \right)_{N_l, l \neq 1, s} N_s \quad i, j \neq 1 \dots (21)$$

つぎに Gibbs-Duhem の式

$$\sum_{s=1}^k n_s d\mu_s = 0 \quad (22)$$

からは

$$\sum_{s=1}^k \left(\frac{\partial \ln \gamma_s}{\partial N_p} \right)_{N_l, l \neq 1, p} N_s = 0, \quad p \neq 1 \dots (23)$$

が得られる。さらにモル分率のうち N_p, N_q のみを変化させた場合は

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \ln \gamma_i}{\partial N_p} \right)_{N_l, l \neq p, q} &= \left(\frac{\partial \ln \gamma_i}{\partial N_p} \right)_{N_l, l \neq 1, p} \\ &\quad - \left(\frac{\partial \ln \gamma_i}{\partial N_q} \right)_{N_l, l \neq 1, q}, \quad p \neq q, \quad p, q \neq 1 \dots (24) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\partial \ln \gamma_i / \partial N_p)_{N_l, l \neq p, q} &= -(\partial \ln \gamma_i / \partial N_q)_{N_l, l \neq p, q}, \quad p \neq q \dots (25) \end{aligned}$$

が得られる。

相互作用濃度助係数については同様にして

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \mu_i}{\partial n_j} \right)_{n_l, l \neq j} &= \frac{M_j RT}{\sum_{l=1}^k M_l n_l} \left[100 \left(\frac{\partial \ln f_i}{\partial X_j} \right)_{X_l, l \neq 1, j} \right. \\ &\quad \left. - 1 - \sum_{s=2}^k \left(\frac{\partial \ln f_i}{\partial X_s} \right)_{X_l, l \neq 1, s} X_s \right], \quad j \neq 1 \dots (26) \end{aligned}$$

より次の各式が得られる。

$$\begin{aligned} M_j \left[100 \left(\frac{\partial \log f_i}{\partial X_j} \right)_{X_l, l \neq 1, j} \right. \\ &\quad \left. - \sum_{s=2}^k \left(\frac{\partial \log f_i}{\partial X_s} \right)_{X_l, l \neq 1, s} X_s - \frac{1}{2 \cdot 303} \right] \\ &= M_i \left[100 \left(\frac{\partial \log f_j}{\partial X_i} \right)_{X_l, l \neq 1, i} \right. \\ &\quad \left. - \sum_{s=2}^k \left(\frac{\partial \log f_j}{\partial X_s} \right)_{X_l, l \neq 1, s} X_s - \frac{1}{2 \cdot 303} \right], \quad i, j \neq 1 \dots (27) \end{aligned}$$

$$2 \cdot 303 \sum_{s=1}^k \frac{X_s}{M_s} \left(\frac{\partial \log f_s}{\partial X_p} \right)_{X_l, l \neq 1, p} + \frac{1}{M_p} - \frac{1}{M_1} = 0, \quad p \neq 1 \dots (28)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \log f_i}{\partial X_p} \right)_{X_l, l \neq p, q} &= \left(\frac{\partial \log f_i}{\partial X_p} \right)_{X_l, l \neq 1, p} \\ &\quad - \left(\frac{\partial \log f_i}{\partial X_q} \right)_{X_l, l \neq 1, q}, \quad p \neq q, \quad p, q \neq 1 \dots (29) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\partial \log f_i / \partial X_p)_{X_l, l \neq p, q} &= -(\partial \log f_i / \partial X_q)_{X_l, l \neq p, q}, \quad p \neq q \dots (30) \end{aligned}$$

相互作用濃度比助係数の場合には次の各式が成立する。

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \mu_i}{\partial n_j} \right)_{n_l, l \neq j} &= \frac{M_j RT}{\sum_{l=1}^k M_l n_l} [2 \cdot 303 b_i^{(j)} (100 - X_j) - 1] \\ &\dots (31) \end{aligned}$$

$$M_j [2 \cdot 303 b_i^{(j)} (100 - X_j) - 1] = M_i [2 \cdot 303 b_i^{(i)} (100 - X_i) - 1] \dots (32)$$

$$\sum_{s=1}^k \frac{X_s}{M_s} [2 \cdot 303 b_s^{(p)} (100 - X_p) - 1] + \frac{100}{M_p} = 0 \quad (33)$$

次に各相互作用パラメータ間の交換式を列挙する。

相互作用濃度母係数と相互作用濃度助係数

$$m_2^{(3)} = -\frac{2 \cdot 303 (\partial \log f_3 / \partial X_2)_{X_2} X_3}{1 + 2 \cdot 303 (\partial \log f_3 / \partial X_3)_{X_2} X_3} \quad \dots (53)$$

$$\epsilon_3^{(2)} a = -\frac{(\partial \log f_3 / \partial X_2)_{X_3}}{1 + 2 \cdot 303 (\partial \log f_3 / \partial X_3)_{X_2} X_3} \quad \dots (54)$$

また(34)あるいは(35)式を3元系について書き下せば同一測定値を重量%とモル分率により整理することによって $(\partial \ln \gamma_3 / \partial N_3)_{N_2}$ あるいは $(\partial \log f_3 / \partial X_3)_{X_2}$ が求められる。

5. 特殊な条件のもとにおける関係

以上の式は任意の濃度で成立する関係であるが、これらに特殊な条件(主に無限希薄)を入れれば従来求められている式がすべて得られる。ここではそれらを省略して従来得られていない関係式を述べるにとどめる。

3元系の場合 a_1 が Raoult の法則に従がう領域では

$$\left(\frac{\partial \ln \gamma_2}{\partial N_3} \right)_{N_2} = \left(\frac{\partial \ln \gamma_3}{\partial N_2} \right)_{N_3} \\ = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial \ln \gamma_2}{\partial N_2} \right)_{N_2} \left(\frac{\partial \ln \gamma_3}{\partial N_3} \right)_{N_2}} \quad \dots (55)$$

が成立する。これは最初 Wagner が導びいたが、無限希薄の条件で成立するものであつた。

$$\beta_i^{(j)} = \beta_j^{(i)}, \quad \text{at } N_i = N_j \quad \dots (56)$$

この式も無限希薄でなくとも成立する。(56)式より2元系では $N_1 = N_2 = 0.5$ で成立することがわかる。SPEISER et al による Fe-N_j 2元系溶体の a_{Fe} および a_{Ni} の実測値からこの式の関係を Fig. 1 に示した。これより

$$\partial \log \gamma_{Fe} / \partial N_{Ni} = \partial \log \gamma_{Ni} / \partial N_{Fe} = -0.17 \\ \text{at } N_{Fe} = N_{Ni} = 0.5$$

が得られる。

さらに3元系において

$$\epsilon_3^{(2)} a = (\partial \ln \gamma_3 / \partial N_2)_{N_2} \quad \text{at } N_3 = 0 \quad \dots (57)$$

$$l_3^{(2)} a = (\partial \log f_3 / \partial X_2)_{X_3} \quad \text{at } X_3 = 0 \quad \dots (58)$$

が成立するが、これもそれぞれ a_3 あるいは $a_3(\%)$ が Henry の法則に従がう領域でも成立する。

相互作用濃度比助係数は無限希薄溶体で

$$b_i^{(j)} = [(230 \cdot 3 b_j^{(i)} - 1) M_i / M_j + 1] 230 \cdot 3 \quad \dots (59)$$

が成立する。

6. 総括

任意の濃度においても WAGNER 形式の活量係数の展開ができる事を示し、また任意の濃度における多元系溶体の相互作用パラメータ間の関係を求めた。この関係式は合金鋼の熱力学的研究に有力な手段を与えたものといえる。

文 献

- 1) C. WAGNER: Thermodynamics of Alloys, Addison-Wesley Press., Cambridge, 1952.
- 2) H. SCHENCK, M. G. FROHBERG u. E. STEINMETZ: Arch. Eisenhüttenw., 31 (1960), s. 671.
- 3) ibid. 34 (1963), s. 43.
- 4) R. SPEISER, A. J. JACOBS and J. W. SPRETNAK, Trans. Met. Soc., Amer. Inst. Min., Met. & Pet. Eng., 215 (1959), p. 185.

(84) スラグ-メタル間物質移動の数式モデル

名古屋大学工学部

工博 ○森 一美・大野 勇一

Mathematical Model for Mass Transfer between Slag and Metal.

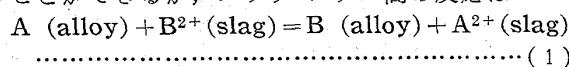
Dr. Kazumi MORI and Yuichi ONO

1. 緒 言

従来、スラグ-メタル間の反応速度は主として DARKEN¹⁾, WAGNER²⁾, KING³⁾ などによる理論式により検討されてきたが、反応進行にともなう各成分の変化を表わすのにはきわめて不十分なものであつた。著者らは液液系の物理移動論にもとづき、従来の理論よりももつと一般的な立場でスラグ-メタル間の反応速度を表わす数式モデルを与え、とくに同時反応の進行を理論的に取扱うことができたので報告する。

2. 従来の理論の検討

液-液系において一つの溶質の移動のみを問題とする場合は、界面平衡の仮定から普通の物質移動論で簡単に扱うことができるが、スラグ-メタル間の反応は



のような置換反応であり、しかもいくつかの同時反応の進行を問題にしなければならない。DARKEN, WAGNER, KING らの理論では界面平衡を仮定し、一つの反応をいくつかの段階にわけ、そのうちの一つを律速段階とするものであるが、次のような諸点に問題が残されている。

1. 律速段階が反応途中で不变であるとしていること。元来、移動速度は物質移動係数、平衡恒数のほか、各成分の濃度にも支配されるもので、濃度変化に応じて律速段階が変化することを考慮しなければならない。

2. たとえば Mn の酸化反応では、(1)のような置換反応のほかに、スラグから溶鋼への酸素の移動もおこるはずであり、これが考慮されていない。

3. 同時反応を取扱うことができない。これは物質移動速度式のなかに入れるべき平衡的因子に他成分の影響を考慮していないためである。

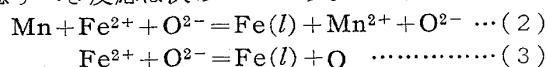
これらの点を考慮し、本研究ではあらかじめ律速段階を指定することをやめて、各段階をすべてとりいれた速度式をつくり、界面における平衡を通して各反応を関連させようとするものである。

3. 数式モデル

DARKEN らと同じように、反応は移動律速でスラグ-メタル界面では平衡が成立しているものとする。

3.1 酸化性スラグ溶鉄間の Mn の反応

考慮すべき反応は次の二つである。



メタルおよびスラグ中の各成分の濃度を C' , C'' [mole/cm³], 界面における濃度を C'_i , C''_i [mole/cm³], 物質移動係数を k' , k'' [cm/sec] で表わし、界面積を A [cm²] とすれば、各段階の移動速度 \dot{n} [mole/sec] は次のように表わされる。ただしメタル中の Fe の移動は律速段階にはならないと考えられるので