

この点については次の報告にて述べる。尙取鍋やノズルの寸法と流出熔鋼流の状況との関係或は注入熔鋼流による浮遊や空気の巻き込み程度が鋼塊の部位によつて異なること等熔鋼の流体力学的研究もまたきわめて重要であり、この点についても次回に報告する予定である。

本研究は、富永研究所長および上司各位の御指導により実施せられたものであり、ここに深く感謝の意を表する次第である。なほ実験の遂行に当り化学分析は千葉富雄君の、またX線分析は伊藤健三君の労を煩わしたもの

で、併せてお札を申上げる。(昭和 31~5 月寄稿)

· 文 献 ·

- 1) Dickenson: J. of the Iron and Steel Inst.  
113 (1943) 197
  - 2) 小平: 八幡製鐵研究報告 Vol. XVI No. 1, 129
  - 3) Beilin: Carnegie Sch. Met 1926 1
  - 4) Ralston: U. S. B Mines 1929, 172
  - 5) 小池: 鉄と鋼, 41 (1955) No. 6, 587
  - 6) 小池: 鉄と鋼, 33 (1947) 12

## 匍匐実験式に対する理論的考察\*

河 合 正 吉\*\*

## THEORETICAL CONSIDERATION ABOUT EXPERIMENTAL FORMULA OF CREEP

Masayoshi Kawai

#### Synopsis:

Creep is considered to appear as the result of deformation of crystal grains and movements at crystal boundaries; but, as the effect of the latter is secondary, and its theoretical treatment is very difficult, it may be disregarded in the first approximation.

In this report, adopting the effect of dislocation in crystal in qualitative meaning, the author defines the rate of work-hardening as the mutual reaction of dislocations and represents the usual experimental formula of creep as the function of stress and rate of work-hardening. He discusses the stationary state of creep as the application of this theory, and describes the rapid method of measuring the creep rate of the stationary state.

## I. 緒 言

飼育の理論に関する半定量的な考察に関しては昭和17年の日本鉄鋼協会秋期講演大会で報告した事があるが、更に飼育の実験結果に基いてその定量化を試みた。又理論の応用として飼育の定常状態に於ける飼育速度の迅速測定法に就て述べる：

## II. 加工硬化度

偏晶現象は一般的に結晶粒の変形と結晶粒界における結晶粒間の移動によるものと考えられている。併し後者の効果は第二義的であり、その理論的な取扱いも困難であるから、以下の議論においては一次の近似として無視する事とする。

転位論に依れば、金属の結晶に応力を与えて塑性変形せしめると、結晶内に転位が発生し、塑性変形が進むに従つて転位密度が増加するものと考えられている。今後

用する応力として単純引張の際の応力を考え、変形量としては伸 $\epsilon$ を採用する事とする。然る時転位密度 $N$ は変形量の函数として表されるのであろう。即ち

また金属結晶が塑性変形すると硬化するが、転位論の立場からは、塑性変形によって転位密度が増加し、転位間の相互作用が大となり、変形の基礎現象としての転位の移動が障害を受けるものと解釈される。他方加工硬化した金属結晶を其の儘放置するか、或は高温に加熱すると或程度軟化する。これは一旦生成した転位が時間と共に減少するためと考えられる。

さて金属の漸屈現象は、金属が一定応力の下に、時間と共に塑性変形量を増す現象であるが、之を転位の消長と関連させて現象論的に考察してみる事とする。先ず軟

\* 日本鉄鋼協会昭和 26 年秋期講演大会に於て講演

\*\* 三菱製鋼長崎製鋼所



Table 1. Observed values of creep coefficients.

Kind of steel	Temp. °C	Range of stress kg/mm <sup>2</sup>	Creep coefficient			
			a	b	C × 10 <sup>6</sup>	m
Ni-Cr steel	485	7~20	0.416	-0.028	2.53	1.57
Cr-Mo steel	485	7~20	0.399	-0.151	1.35	1.51
13% Cr Steel	530	≤2.65	0.440	0.250	20.75	0.90
		>2.65	0.800	0.140	16.48	1.10

$$u_{t \rightarrow \infty} = 0$$

となり、実際に観測される結果と矛盾しない。

#### IV. $u=u(\sigma, \delta)$ の決定

(10) 式を軟化が起らない場合の匍匐の実験式とすれば  $\delta = \epsilon$

と置く事が出来る。即ち

$$\delta_{t \rightarrow \infty} = C/\alpha$$

また、 $u_{t \rightarrow \infty} = 0$  であるから、(7)式における  $\delta_g$  の定義より

$$\delta_g = C/\alpha = c/\alpha \cdot \sigma^m / (\alpha \log_{10} \sigma + b) \quad \dots \dots \dots (11)$$

となる。また (10) 式より  $t$  を消去すれば

$$u = \frac{n\alpha^{1/n}}{\delta_g} \cdot \frac{(\delta_g - \delta)^{(1+n)/n}}{\delta^{(1-n)/n}} \quad \dots \dots \dots (12)$$

更に簡単の為に

$$\left. \begin{aligned} k &= n\alpha^{1/n}/\delta_g \\ \nu &= (1-n)/n \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (13)$$

と置けば (12) 式は

$$u = k(\delta_g - \delta)^{2+\nu}/\delta^\nu \quad \dots \dots \dots (12')$$

となる。しかして (12') 式は軟化が起らない場合に対して求められたものであるが、 $t$  が explicit に這入っていないから、一般の場合にも成立するものとする。即ち (12') 式は (6) 式を具体的な形式で表したものに他ならない。

#### V. 匍匐方程式の解

(5) や (12') 式

$$\left. \begin{aligned} d\delta/dt &= \left\{ \begin{array}{ll} u & \delta \leq \delta^* \\ u - \eta(\delta - \delta^*) & \delta > \delta^* \end{array} \right. \\ u &= k(\delta_g - \delta)^{2+\nu}/\delta^\nu \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (14)$$

より  $\delta$  を求める事が出来る。

(1) 軟化が起らない場合:— この場合には (14) の解が (10) 式となる事は云う迄もない。即ち

$$\delta = \epsilon = Ct^n/(1+\alpha t^n)$$

$$u = nCt^{n-1}/(1+\alpha t^n)^2$$

(2) 軟化の起る場合:— (14) 式より

$$d\delta/dt = \begin{cases} k(\delta_g - \delta)^{2+\nu}/\delta^\nu & \delta \leq \delta^* \\ k(\delta_g - \delta)^{2+\nu}/\delta^\nu - \eta(\delta - \delta^*) & \delta > \delta^* \end{cases}$$

先ず  $\delta \leq \delta^*$  なる範囲では

$$\delta = \epsilon = Ct^n/(1+\alpha t^n)$$

この関係は

$$\delta^* = Ct^n/(1+\alpha t^n) \quad \dots \dots \dots (15)$$

を満足する時刻  $t = t^*$  近成立する。 $t > t^*$  に対しては

$$d\delta/dt = k(\delta_g - \delta)^{2+\nu}/\delta^\nu - \eta(\delta - \delta^*) \quad \dots \dots \dots (14')$$

の解  $\delta = \delta(t - t^*)$   $\dots \dots \dots (16)$

に従つて  $\delta$  は増加する。この函数形を explicit に表す事は困難であるが、その大体の特性は次の様にして把握される。 $\delta$  は時間の経過と共に増加するが

$$k(\delta_g - \delta)^{2+\nu}/\delta^\nu - \eta(\delta - \delta^*) = 0 \quad \dots \dots \dots (17)$$

を満足する正根  $\delta_s (< \delta_g)$  に漸近する。

他方匍匐速度  $u$  に就て考えれば  $t \leq t^*$  近は

$$u = k(\delta_g - \delta)^{2+\nu}/\delta^\nu = nCt^{n-1}/(1+\alpha t^n)^2$$

に従つて減少するが、 $t^*$  より軟化が始まり、 $u$  の減少は軟化に依つて緩和されるようになる。併し  $\delta$  の増加に伴い依然として減少を続けるが、 $\delta$  が  $\delta_s$  に漸近すれば  $u$  は

$$u_s = u(\sigma, \delta_s) > 0$$

なる値に漸近する。換言すれば定常状態に漸近する事になる。即ち前述の定常状態は軟化現象の関与の結果顕現するのである。

次に (14') 式の近似解を求める為には

$$\begin{aligned} k(\delta_g - \delta)^{2+\nu}/\delta^\nu - \eta(\delta - \delta^*) \\ = p(\delta_s - \delta)(\delta + q)/(\delta + r) \end{aligned}$$

と置けば

$$(\delta_s - \delta)^P (\delta - q)^Q = (\delta_s - \delta^*)^P (\delta^* + q)^Q e^{-p(t-t^*)} \quad \dots \dots \dots (18)$$

が得られる。ここに

$$\left. \begin{aligned} P &= (\delta_s + r)/(\delta_s + q) \\ Q &= (q - r)/(\delta_s + q) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (19)$$

## VI. 理論の応用

以上の結果を用いて、従来得られている結果が如何に記述されるかに就て考察する事とする。先ず考察を便にするために時間を除き他の量を不名数化する。

今  $\sigma_0$  任意の一定応力として

$$\Sigma = \sigma / \sigma_0$$

と置く。 $\sigma_0$  に対応する  $n$  を  $n_0$  とすれば (9) 式より

$$n = n_0 + \alpha \log_{10} \Sigma$$

$$\text{また } C = c\sigma^m / n = c\sigma_0^m \Sigma^m / n$$

(11) 式より

$$\delta_g = C / \alpha = (c\sigma_0^m / \alpha) (\Sigma^m / n)$$

となるから

$$\delta_0 = c\sigma_0^m / \alpha$$

$$A = \delta / \delta_0$$

と置けば、 $\delta_g$  に対応する  $A$  は

$$A_g = \delta_g / \delta_0 = \Sigma^m / n$$

次に軟化が起らない場合には

$$\delta = Ct^n / (1 + \alpha t^n) = \delta_g t^n / (1/\alpha + t^n)$$

$$\therefore A = A_g t^n / (1/\alpha + t^n)$$

また  $U$  に関しては

$$U = dA / dt$$

と置けば

$$U = (n A_g / \alpha) t^{n-1} / (1/\alpha + t^n)^2 = A (A_g - A)^{2+\nu} / A^\nu$$

$$A = n\alpha^{1/n} / A_g$$

然る時 (14) 式は

$$dA / dt = \begin{cases} U & A \leq A^* \\ U - \eta(A - A^*) & A > A^* \end{cases} \quad \dots (20)$$

$$U = A (A_g - A)^{2+\nu} / A^\nu$$

なお (14) 式を求める場合には混乱を避けるために触れなかつたが、 $A^*$ 、 $\eta$  は一般的には  $\Sigma$  に依る筈であり、定性的には  $\Sigma$  が大なる程前者は小、後者は大になる事が期待される。併し現在の議論の段階では、これを正確に議論する事は不可能であるから、計算の簡略化のために正確度を犠牲にして

$$A^* = \text{const.} \quad \eta = f\alpha^{1/n} \quad f = \text{const.} \quad \dots (21)$$

と置く。然る時 (20) の第一式で  $A > A^*$  なる場合には

$$dA / dt = A [(A_g - A)^{2+\nu} / A^\nu - f A_g / n \cdot (A - A^*)]$$

(1) 軟化の影響:— 軟化の影響が  $A$  および  $U$  に対して如何に現れるかを知るために、次の様な例に対して計算を行つてみる。即ち

$$f = 1, \quad \alpha = 0.1, \quad A^* = 5.5$$

しかして  $\Sigma$  が 2 および 6 なる時、 $A_g$  の値が夫々 5.15

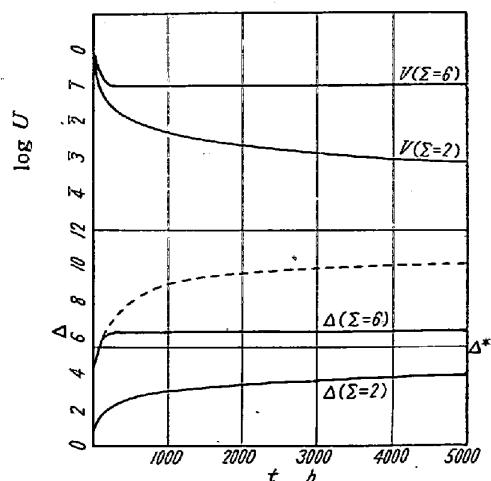


Fig. 2. Calculated figures showing softening effect.

および 11.25 になつたものとする。しかる時は、 $\Sigma=2$  なる時は

$$A_g(\Sigma=2) < A^*$$

なるために軟化は起らない。

また  $\Sigma=6$  なる時は

$$A_g(\Sigma=6) > A^*$$

であるから、 $A$  が  $A^*$  に達すれば軟化が起り、 $A_s = 6.35$  に漸近し、 $U$  は  $U_s = 0.01$  に漸近する。この状態を Fig. 2 に示す。図により重ねて説明すれば、 $\Sigma=2$  なる時は  $A$  は時間と共に増加し  $A_g = 5.15$  に漸近するが、この値は  $A^* = 5.5$  より小であるから軟化は起らない。これに対して  $U$  は  $A$  の増加と共に減少するが、 $A$  が  $A_g$  に近づくにつれて 0 に漸近する。他方  $\Sigma=6$  なる場合には、軟化が起らなければ  $A$  は時間と共に増加して  $A_g = 11.25$  に漸近する。これを図中点線で示す。しかし実際には  $A$  が  $A^*$  に達すると軟化が起り、 $A$  の増加は抑制され  $A_s = 6.35$  に急速に漸近し、 $U$  は  $U_s = 0.01$  に急速に漸近し、所謂定常状態が成立するようになるのである。

(2) Jurzeck の析点<sup>2)</sup>:— H. Jurzeck 等によれば 頑屈速度および応力に対して両対数座標を用いれば Fig. 3 のように析点 C が現れ、しかも C 点の位置は  $\log \sigma$  座標に関し殆んど時間によらない事が知られている。なお Fig. 3 は Table 1 に掲げた 13Cr 鋼に対する実測値(黒点)と、その頑屈係数より求めた  $\sigma = 2.65 \text{ kg/mm}^2$  に析点を有する直線群とを表すものである。以下かかる現象が (14) 式の解に依つて記述し得るか否かについて吟味することとする。

<sup>2)</sup> Zeits f Phys., 83 (1933), 483

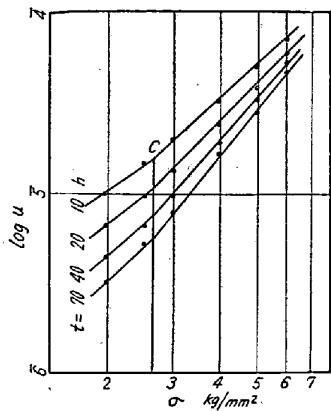


Fig. 3. Jurzeck's breaking points of creep rate for 13% Cr steel at 530°C.

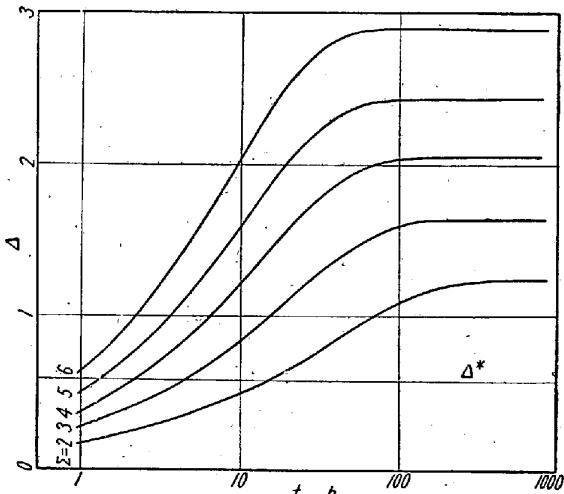


Fig. 4. Variation of rate of work hardening.

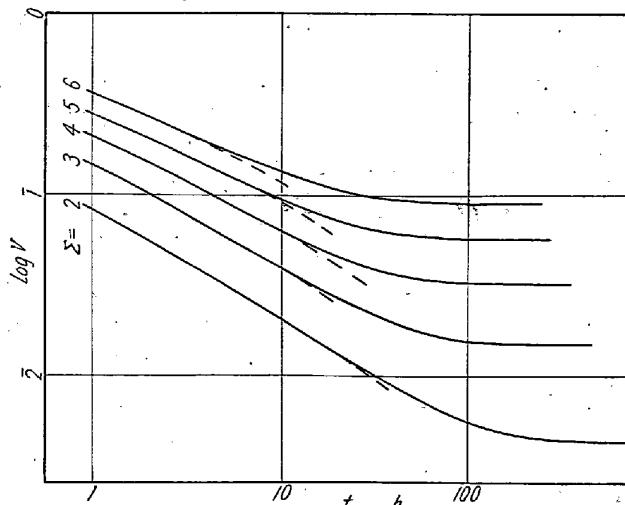


Fig. 5. Variation of creep rate.

さて

$$\begin{aligned} a &= 0.202, \quad b = 0.334, \quad m = 0.70, \\ \alpha &= 1/27, \quad f = 8, \quad \sigma_0 = 1 \text{ kg/mm}^2, \quad A^* = 0.6 \end{aligned}$$

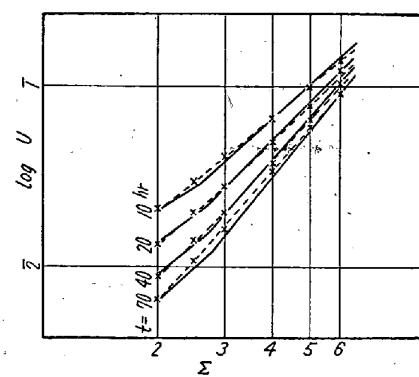


Fig. 6. Comparing calculated values with observed ones.

と置けば、 $\log t$  対  $A$  および  $\log t$  対  $\log U$  曲線が Fig. 4 や Fig. 5 の様に得られる。Fig. 5において  $t = 10, 20, 30, 40, 70$  h に対する  $\log U$  を求めて、 $\log \Sigma$  対  $\log U$  曲線を画くと Fig. 6 の点線が得られる。図中実線および (x) 印は夫々 Fig. 3 における計算によって求めた直線群および実測値の  $\log U$  より  $4.69$  を差引いたものであるが、三者の間には略々満足な一致が見られる。これより  $c$  の値が求められる。即ち

$$U = u/\delta_0$$

$$\delta_0 = c\sigma_0^m/\alpha = c/\alpha$$

$$\therefore \log U = \log u - \log c + \log \alpha$$

$$\log u - \log U = \log c - \log \alpha = 4.69$$

$$c = 18.14 \times 10^{-5}$$

以上の結果より析点の現れる理由を考えれば次の通りである。先ず軟化域に入る迄に要する時間  $t^*$  を各応力に就て求めると Fig. 7 が得られる。即ち  $t^*$  は  $\sigma$  が小になると急激に増大する。また  $\sigma$  が小なる場合には仮令軟化域に這入つても軟化効果が比較的小である。他方軟化が起れば軟化が起らない場合に比して  $U$  の値が大となるから、特に  $t$  が小なる場合には  $\sigma$  の大なる値に対応する  $U$  の値が相対的に大である。また  $t$  が比較的大となつても  $\sigma$  が小なる場合には軟化効化効果が比較的小であるから<sup>3)</sup>、 $t$  が小なる場合の傾向が或程度残る。斯様な傾向は  $\log \sigma$  対  $\log u$  曲線に於て下方に凸なる彎曲となつて現れるのである。即ち析点の出現は軟化現象の関与と密接な関係のある事が了解されるであろう。

(3) 定常状態の早期現出法：一 須需試験においては定常状態における須需速度  $u_s$  を求める事が必要となる場合が屢々ある。応力が相当大なる場合には比較的短時

<sup>3)</sup> Fig. 5において点線は軟化が起らない場合の  $U$  に相当するが実線との差は  $\Sigma$  が大なるほど顕著である。

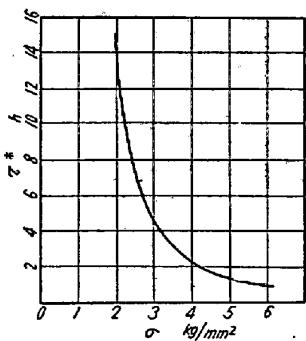


Fig. 7. Relation between stress and time  $\tau^*$ .

間で定常状態に達する事が出来るが、実際上問題となるのは  $\alpha$  が比較的小なる場合であり、定常状態に達するには長時間を要し、1000 h 以上を必要とする場合が多い。前述のように定常状態とは  $A$  が軟化効果の影響を受けつゝ増加し、遂に

$$A = A_s$$

なる条件が成立する状態である。依つて早期に定常状態に到達する為には、何等かの方法に依つて  $A$  を急速に増加せしめ  $A_s$  に近い  $A$  を与える様な方法を講ずればよい。斯様な方法を考案するために Fig. 4 を援用する。

例えば  $\Sigma = 5$  で 5 h 荷重を掛けば  $A$  の値はほど 1.18 となる。かかる  $A$  を生ぜしめるためには、 $\Sigma = 6$  では 3 h で済み、 $\Sigma = 4, 3, 2$  なる場合には夫々 9, 23, 165 h を必要とする。即ち  $\Sigma = 2$  に於ては定常状態に到達するには 400 h 程度を必要とするが、 $\Sigma = 5$  における 5 h は 160 h だけ時間を節約する事になるのである。即ち一定の応力に対し速かに定常状態に到達するためには、これよりも大なる応力を適当時間掛ければ良いのである。かくして定常状態の早期現出法に対する一つの手懸りを得ることができたのである。

次に  $\Sigma = 3$  に就て更に正確な早期現出法を考えてみる。先ず Fig. 8 において  $\Sigma = 5$  で 5 h 荷重を掛けた場合に  $A$  は  $P_1$  点に達する。次に応力を  $\Sigma = 4$  に下げ 13 h 保持すれば  $A$  は  $P_1 - P_2$  に沿つて増加する。(16 h 保持すれば  $P_3$  に到る。) この  $A$  の値は最初から  $\Sigma = 3$  に保持した場合には、 $P_2'$  点に相当する時間即ち 130 h 後に得られる。即ち約 110 h の節約が行われる。次に更に荷重を減し  $\Sigma = 3$  にすれば、 $A$  は  $P_2Q$  に沿つて増加し約 80 h で準定常状態に到達する。 $(P_3$  点より出発する場合には  $A$  は減少しつゝ  $A_s$  に近づく。) こゝに荷重を階段的に減少したのは、荷重が大であると  $A$  が求める  $A_s$  に対し過大になるおそれがあるからである。

著者は斯様な着想が実現するか否かを確めるために、

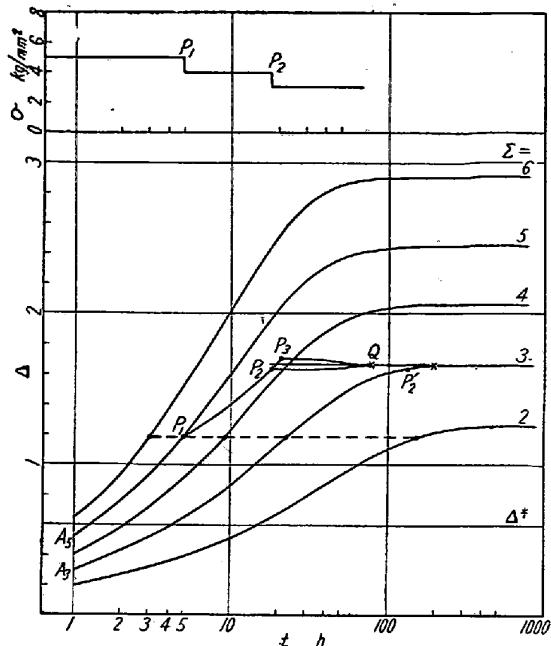


Fig. 8. Effect of over stress for rapid elevation of rate of work-hardening.

Cr-Mo 鋼に就て飼育試験を行つた。その結果 Table 2 の様な飼育係数を得た。

Table 2. Observed values of creep coefficient.

$a$	$b$	$c$	$m$	$\alpha$	$f$	$A^*$	$\sigma_0$
0.301	0.298	$20.01 \times 10^{-5}$	1.01	1/30	10	0.5	1

Fig. 9 に  $\Sigma = 2, 6$  の場合の  $A$  やび  $U$  を示す。また  $\Sigma = 6$  で 9 および 20 h 保持し、次に  $\Sigma = 2$  迄荷重を減じた場合の  $A$  やび  $U$  の値を夫々  $P, Q, P_2Q$  やび  $\bar{P}_1R, \bar{P}_2R$  で示す。以上の様にして求められた  $U$  と実測値との比較を Fig. 10 に掲げる。即ち計算値と実測値との一致は極めて良好であり、上述の階段荷重の操作は矛盾なく施行し得ることが判る。

さてこの場合問題となる事は適當なる過荷重と荷重時間の選び方である。即ち一般には  $t$  対  $A$  やび  $t$  対  $U$  特性は求められていないから、予備荷重により求める荷重に対する  $A_s$  を得る事は効果的に行ひ難い。この難点を解決するためには経験に頼る他はないが、大体次の様な方針に従つて実験するのが合理的である。

即ち最初に求める荷重の 2 倍程度の応力を与えて数時間保持し、次に求める荷重迄下げる 50 h 程度保持し、その間の  $U$  の変化を観測する。この際

- (1)  $U$  の変化が小なる場合
- (2)  $U$  が相当急速に増加する場合
- (3)  $U$  が相当急速に減少する場合

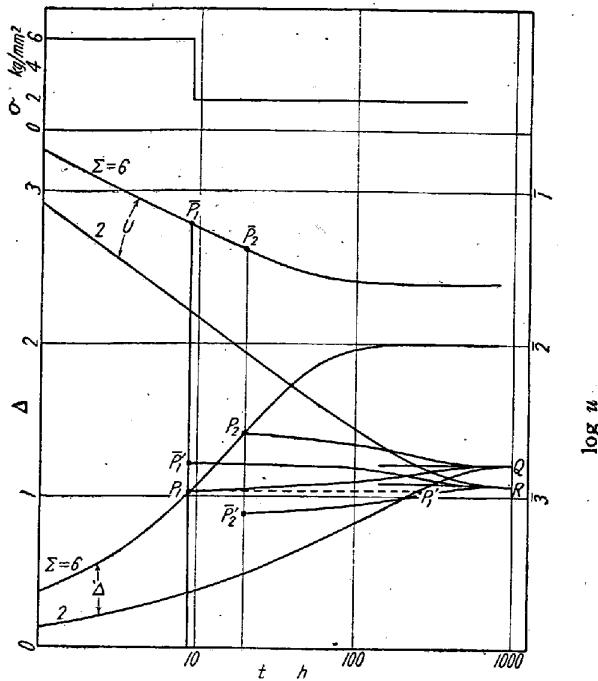


Fig. 9. Program for examining effect of over stress.

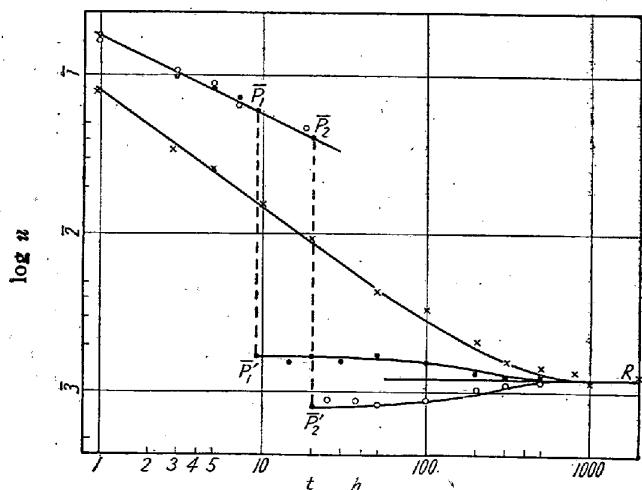


Fig. 10. Comparing calculation with observation about creep rate.

の何れかが起る。第一の場合は予備荷重が適切であつた事を意味するから、そのまま保持して  $A_s$  に漸近させれば良い。第二の場合は予備荷重の結果、得られた  $A$  が不足した事を意味する。よつて次に最初の荷重と求める荷重との中間の荷重に上げ数時間保持し、場合によつては更に低い中間荷重迄下げて数時間保持した後求める荷重に戻して  $A_s$  に漸近させる。第三の場合は予備荷重が不適であり  $A$  が過大になつた事を意味する。斯様な場合には余り有利な結果は得られないが、次善の方法として荷重を全く除き軟化効果を大にして数時間保持した後に、求める荷重に戻し、再び  $U$  の変化を観測して処置する。以上のような方法に習熟すれば定常状態の測定時間はほど3分の1に短縮されるのである。また正確度を犠牲にすれば 100h 程度で定常状態における飼育速度を測定する事も可能である。

## V. 結 言

転位論を定性的に援用して、金属の加工硬化の状態を表わすべき加工硬化度なる量を定義した。然る時、飼育速度は応力と加工硬化度の函数として表わされる。他方軟化による硬化度の変化に対する微分方程式を仮定し、また飼育の実験式より飼育速度と応力および加工硬化度との関係を求め、飼育方程式を解いた。かくして半理論的に求められた飼育式に依り、飼育の実験結果が矛盾なく記述し得る事を示し、Jurzeck の析点は軟化現象の関与によつて現れる事が判り、終りに飼育の定常状態における飼育速度の迅速測定法に就て述べた。

(昭和 30~5 月寄稿)