軸受用鋼の壓壞試驗に對する材料力學的考察

（日本鐵鋼協會第 29 回講演大會講演　昭 18.4 於東京）

柏　原　方　勝*

CRUSHING TEST OF BEARING STEEL FROM VIEWPOINT OF MECHANICS OF MATERIALS

Masakatu Kasiwabara

SYNOPSIS:—The crushing test is defined by the Army and Navy Aeronautical Standard Specifications and the Japan Bearing Makers Association Standard Specification, as a strength specification for the use of high carbon and high-chromium bearing steel (イ 501) for the outer and inner bearing races. The present test requires that a ring-form specimen of a certain dimension is crushed and the maximum crushing strength should be more than 4000 kg. However, as the method of calculating the stress is not indicated in the aforementioned specification, specimens outside the specified dimensions are not qualified to be used. Recently it becomes customary that ingots are first made into steel tubing, from which the outer and inner races for bear ing manufactured. Hence, it becomes necessary to know the required strength in case of the irre gular specimen outside the specified dimensions. Therefore, the author made a mechanical cons ideration on the crushing test from standpoint of the elasticity theory, and since a prospect of application of calculating formulae has been obtained from the elasticity theory, he derived the required equations which in turn proved to be practical by experiment.

I. 緒　　言

軸受用鋼たる高炭素高クロム鋼（イ 501）の壓壞試驗は，陸海航空規格に次の如く定められてゐる．

第十三條　壓壞試驗　軸受用鋼材ニ對シテハ其ノ一部ヨリ採取セル試料ヨリ外徑 80 mm, 內徑 60 mm, 高サ 20 mm ノ輪狀試驗片ヲ作リ之ニ第十一條第四號ノ熱處理ヲ施シタモノニ付適當ノ試驗機ニテ試驗片ノ徑ノ方向ニ荷重ヲ加ヘテ壓壞試驗ヲ行ヒ之ヲ壓壞スルニ至ルマデノ荷重 4000 kg 以上ナルコトヲ要ス．

第十四條　軸受用鋼材ニ在リテハ壓壞試驗ニ供シタル破片ヲ用ヒ「ロックウェル」硬度試驗機ニテ硬度ヲ測定シ第 7 表ノ規定ニ適合スルコトヲ要ス．

第　7　表

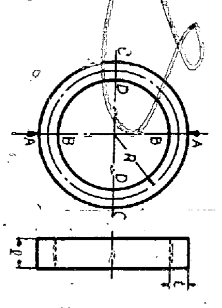
種　　別	硬度（C 目盛）
高炭素高クロム鋼	63 以上

日本軸受製造工業組合の規格にも字句に多少の相違があるが，同樣な壓壞試驗が定められてゐる．

上記の規格により，從來鋼片より所要寸法の試驗片を採取して壓壞試驗を行つて居つたが，最近鋼片より製管機械により鋼管を作り，軸受用內輪及び外輪を製作する事が研究されるに至つた　而して鋼管の場合は，規格寸法の試驗片を作れない場合がある．然るに規格の限界は應力で示されて居らず，又應力の算出方法も示されてゐないので，かゝる場合所要の强度を知る事が出來ない．著者はこの材料の試驗狀態に於ける性狀が極めて硬く，破壞直前まで殆ど塑性變形をしないと云ふ事から，彈性理論による計算により計算式をそのまゝ用ひて見た．その結果は實用上には大なる不都合は認められなかつたので，こゝに發表する事とした．

II. 壓壞試驗に於ける應力の計算と破斷の狀況

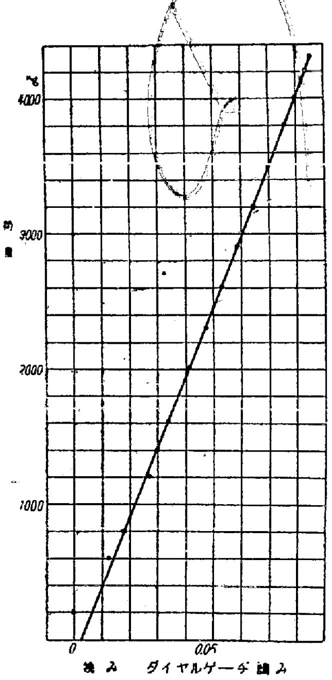
規格で明示されてある通り，壓壞試驗片は第 1 圖に示すやうな輪狀試驗片である．かゝる形狀の試驗片をその直徑方向に加壓すれば次第に變形する．而して荷重點の斷面 AB に於て，外側 A 側には壓縮應力が作用し，內側 B 側には引張應力が作用する．又水平方向の斷面 CD に於てはこの應力の正負が反對となり外側が引張で內側が壓縮となる．これ等の應力の大きさは，彈性理論よりに計算する事が出來る．而してそれ等の應力の內，絕對値の最大なものはB點に於ける引張應力である．ところで彈性理論を用ひ得る範圍は，B 點に於ける應力の大きさが材料の降伏點に達するまでである．從つて壓壞試驗のやうに，材料の破壞の强さを比較する場合には適用出來ない筈である．處



第 1 圖
壓壞試驗片の形狀

* 日本鋼管株式會社技術硏究部

が，この軸受用鐵の試驗狀態に於ける性狀は極めて硬く規格によりロツクウエル硬度目盛 63C 以上定められてゐる．かゝる狀態に於ては材料は，殆んど塑性變形をなさずして破壞することは周知の通りである．塑性變形を行はなくても，荷重と變形との關係が直線で示されなければ，彈性論は用ひられない．この材料は炭素鋼であるから，彈性變形の範圍内に於て，このことが成立する事は想像されるのであるが，實際の壓壞試驗片に就て撓みの測定を行つて見た．その結果の一例を第2圖に示してある．



第2圖 壓壞試驗に於ける荷重と撓みの關係

第2圖によれば，壓壞試驗に於て荷重と變形との關係は，先づ直線と認めて差支へない．

上記の通りこの材料は，破壞直前まで彈性論を適用し得る如き性狀を示してゐるので，彈性理論による計算により破壞應力を算出する事とした．

今 σ_B＝最大引張應力（B 點に於ける應力）kg/mm^2

R＝平均半徑 mm

t＝肉厚 mm

l＝高さ mm

P＝荷重 kg

とすれば σ_B は次式で與へられる．（この式の誘導に就ては後で述べる）

$$\sigma_B=(6RP/\pi lt^2)\{1+(t/3R)\} \cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

今試みに(1)式に規格の寸法を代入して計算すれば

$$\left.\begin{aligned}R&=35\ \text{mm}\\ t&=10\ \text{mm}\\ l&=20\ \text{mm}\end{aligned}\right\}$$

なるが故に

$$\sigma_B=\{(6\times35\times P)/(3.1416\times20\times100)\}\{1+(10/105)\}$$

$$=0.0366P\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

となる．

通例 P の値は 4400 kg 前後である．この値を代入すれば，

$$\sigma_B=161\ kg/mm^2$$

となる．σ_B は材料の抗張力に相當するとすれば，硬度から推定すれば，161 kg/mm^2 は少し小さ過ぎるやうに思はれる，尙曾つて直接引張試驗によつてこの材料の抗張力を求めた所，160～199 kg/mm^2 の値を得た．從つて(1)式により得られる σ_B の値は材料の實際の抗張力より 1 割位小さいものと見るのが妥當であらう．

荷重が次第に增加して，B 點に於ける最大引張應力 σ_B が、材料の耐え得る最大限に達すれば，この部分より材料の破斷が起り，試驗片は遂に破斷するに至る．この破斷は瞬間にして起るが，その機構は次の如くであると考へられる．即ち最大引張應力は，斷面の最内側のB點で起るから，先づB點に龜裂が生ずる．この龜裂は材料の引張破損によつて起るので，その龜裂の方向は直徑方向と一致する．而して應力の中性線より外側は，壓縮應力が作用してゐるから，この引張による龜裂は中性線で停まらうとし，それより外側は壓縮によつて破損しようとする筈である．實驗の試驗片に就て見るに材質，熱處理とも良好で十分なる壓壞値を示したものは，破面の内側は直徑方向の平面で割れて居り，外側は壓縮による破損が起るために，直徑方向とある傾きを持つた曲面で割れてゐる場合が多い．然るに壓壞値の不良な材試驗片の破面は，内外側とも直徑方向の平面になつてゐる．これは不良な材料では，内側に最大引張應力による裂目が生じた時，材料の裂目に對する敏感性のために，その龜裂が直ちに全斷面を貫通して外側に達し，試驗片は全く引張破損のみで破壞するのであると考へられる．

尙若し軟鋼の如き柔軟性材料の輪を壓縮すれば，材料の最初の降伏點は，B 點で初まるけれども，その後永久變形を起して，試驗片は次第に楕圓形になる。さうして，接觸部Aの面積が大となり，水平斷面 CD の曲率半徑が小となる．そのため AB 斷面の應力は小となり，かへつて，彈性理論上で最大でない，C 點より破壞が起ることになる．

III. 寸法の異なる壓壞試驗片に對する計算式並びに試驗の實例

先に示した壓壞試驗の算式(1)に於て，σ_B を假に 161 kg/mm^2 とし，l, t, R に任意の寸法を代入すれば，容易にその時の壓壞値 P の値を算出し得る．この P の値は，若し規格寸法の試驗片を用ふれば，4400 kg の壓壞値を得る筈の壓壞値である．處が，このやうにして任意に P を變化すれば，場合により P の値が大きくなり過ぎる惧れがある．壓壞試驗は材料を急激に破壞するので，試驗機の受け

る衝撃が大きい．從つてあまり大なる荷重で壓壞せしむることは，試驗機の保守の上から好ましくない．そこでむしろ P を規格通り一定とし，規格と同一荷重で壓壞せしめ，且 σ_B が規格寸法と同一になるやうに，l, R, t の各の値を變化するのが適切であると考へる．そこで次のやうな計算式を誘導することゝした．今 l_1, R_1, t_1 をそれぞれ任意の寸法の場合の記號とし，l_0, R_0, t_0 を規格寸法の場合の記號とすれば，兩者が同一の荷重 P で壓壞するものとし，又その時の材料の引張强さ σ_B が等しいものであると假定すれば(1)式より

$$(6R_1P/\pi l_1t_1^2)\{1+(t_1/3R_1)\}=(6R_0P/\pi l_0t^2)\{1(t_0/3R_0)\} \cdots\cdots (3)$$

なる關係が成立する．

實際の場合に於ては，R_1, t_1 は鋼管の寸法より自ら定まるので，l_1 を適宜決定するのが便利である．そこで(3)の關係を次の様に書き改める、

$$(R_1/l_1t_1^2)\{(3R_1+t_1)/3R_1\}=(R_0/l_0t_0)\{(3R_0+t_0)/3R_0\}(3R_1+t_1)/l_1t_1^2=(3R_0+t_0)/l_0t_0^2=115/2000=23/400$$

即ち $l_1=\{(3R_1+t_1)/t_1\}\times(400/23) \cdots\cdots (4)$

(4) 式により任意の R_1, t_1 に對して l_1 を計算することが出來る．次に試驗片の外直徑を D_1 とすれば(4)式より

$$l_1=\{(3D_1-t_1)/t_1^2\}(200/23) \cdots\cdots (5)$$

又試驗片の內徑を d_1 とすれば(4)式より

$$l_1=\{(3d_1+5t_1)/t_1^2\}(20/23) \cdots\cdots (6)$$

又は $l_1=\{(5D_1+d_1)/(D_1-d_1)^2\}(400/23) \cdots\cdots (7)$

なる關係式が誘導出來る．(6) 式により內直徑と肉厚より l_1 が計算出來る．又(7)式により肉厚を用ひず內外直徑より l_1 が求められる．

次に實際の試驗によつて，上記の計算式の適合性を調查した．その結果を第1表及び第2表に示してある．第1表及び第2表に示したものは，各々全部同一鋼塊より作つたものである．規格寸法のものは，鋼片を旋削して作つた．又素管と云ふのは，製管機によつて鋼管としたものを，多少內外面を旋削して試驗片としたもので，試驗片の高さ l_1 は上記の計算式によつて定めた寸法である．尙 第1表には比較のため素管と同一寸法に鋼片より，旋削した試驗片の結果を附記してある．尙これ等の試驗結果は，全部當研究所に於ける研究上の試驗結果であつて，製品としての檢查試驗の結果ではない．

第 1 表 壓壞試驗の實例

試驗片記號	試驗片寸法 mm			硬度(平均)ロツクウエル C	壓壞値 kg	壓壞値平均 kg	備考
	D_1	d_1	l_1				
A	80	60	20	63.3	4320	5420	鋼片(規格寸法)
B	〃	〃	〃	63.4	5500		
B-2	〃	〃	〃	63.6	6450		
0-1	90	75	40.6	63.3	5400		素管
0-2	〃	〃	〃	62.3	6100		〃
0-3	〃	〃	〃	62.8	5600		
0-1′	〃	〃	〃	63.3	5250	5120	
0-2′	〃	〃	〃	62.7	5100		
0-3′	〃	〃	〃	62.7	5600		
P0-1A	〃	〃	〃	62.8	4400		
P0-1B	〃	〃	〃	62.8	4940		
P0-2A	〃	〃	〃	63.0	4700		
P0-2B	〃	〃	〃	63.0	5200		
P0-3A	〃	〃	〃	62.7	3950		
P0-3B	〃	〃	〃	62.7	5200		
B-3	〃	〃	〃	62.8	5750	5780	鋼片
B-4	〃	〃	〃	62.5	5800		
I-1	63	48	28	64.3	4950		
I-2	〃	〃	〃	63.7	5000		素管
I-3	〃	〃	〃	64.2	6100		
PI-1A	〃	〃	〃	63.0	6100	4790	
PI-1B	〃	〃	〃	63.0	4960		
PI-2A	〃	〃	〃	63.3	5200		
PI-2B	〃	〃	〃	63.3	5060		
PI-3A	〃	〃	〃	63.3	5810		
PI-3B	〃	〃	〃	63.3	3700		
FI-3′	〃	〃	〃	62.7	4700		
PI-3″	〃	〃	〃	62.7	4100		
B-5	〃	〃	〃	62.7	6150	5800	鋼片
B-6	〃	〃	〃	63.4	5450		

第 2 表 壓壞試驗の實例

試驗片記號	試驗片寸法			硬度平均ロックウエル C	壓壞値 kg	壓壞値平均 kg	備考
	D_1	d_1	l_1				
5-1	80	60	20	63.3	4700	4700	鋼片(規格寸法)
5-2	〃	〃	〃	63.0	4650		
5-3	〃	〃	〃	63.0	4750		
D-1	100	84	39.7	63.0	4650		素管
D-3	〃	〃	〃	63.0	3680		
D-4	〃	〃	〃	63.1	4600	4530	
D-5	〃	〃	〃	63.0	4900		
D-6	〃	〃	〃	63.0	4800		
C-1	59	46	35.1	63.0	4500		素管
C-2				63.0	4100	4350	
C-3				63.0	3800		
C-4				63.0	4950		

第1表に於ては，規格寸法の標準試驗片の平均値 5420kg に對し，素管の平均値はそれぞれ 5120 kg 及び 4900kg となつてゐる．又鋼片より作つた素管と同一寸法の試驗片の結果は，やゝ大きく，それぞれ 5780 kg 及び 5800 kg となつてゐる．又第2表に於ては標準試驗片の 4700 kg に對し，素管の平均値はそれぞれ 4530 kg 及び 4350 kg となつてゐる．以上の試驗結果を見るに，素管の平均壓壞値は4種ともほゞ規格寸法に較べて 10% 程度の相異を示してゐる．この程度の相異は，壓壞試驗の性質から云つても

過大ではないと考へられるから，上の計算式は十分實用に用ひ得るものと考へる．

IV. 公式 (1) の誘導

計算式 (1) は曲り梁の計算理論より，誘導することが出來る．その求め方は著名な內外の彈性論の書物に出てゐるが，[1] (1)式の型まで計算してゐるものは見當らないやうに思はれるので，次にその導き方を示すことゝした．

今第3圖に於て，

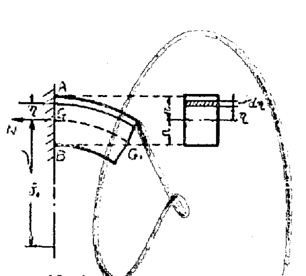
GG_1 = 曲り梁の微小部分の中心軸

ρ_0 = GG_1 の曲率半徑

M = 斷面 AB の曲げモーメント

N = 斷面 AB の軸力

A = 斷面 AB の斷面積



第3圖　曲り梁

とすれば，中心軸より η なる距離にある層に作用する應力は次式で與へられる．

$$\sigma=(N/A)+(M/A\rho_0)[1+(1/\kappa)\{\eta/(\rho_0+\eta)\}\cdots(8)$$

ここで κ は斷面 AB の形狀によつて，定まる常數であつて，次式により計算する事が出來る．

$$\kappa=-(1/A)\int\{(\eta/(\rho_0+\eta)\}dA\ \cdots\cdots\cdots\cdots(9)$$

今圓輪の壓縮される場合を考へ，記號を第1圖の如く定めると，先づ

$$A=tl\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(10)$$

又明かに　$N=0$ ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・(11)

次に第1圖の斷面 AB の B 點に於ける曲げモーメントは，t が R に較べて小さいと假定すると

$$M=-(PR/\pi)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(12)$$

で與へられる．[2]

斷面に對する常數 κ は，矩形斷面に對しては第3圖の記號を用ひると

$$\kappa=(1/3)(e/\rho_0)^2+(1/5)(e/\rho_0)^4+\cdots\cdots$$

で與へられる．この式は第2項以下が極めて小になるから省略し，第1圖の記號に書き改めると

$$\kappa=(1/3)\{(t^2/4)/R^2\}=(1/12)(t^2/R^2)\ \cdots\cdots(13)$$

となる．B點に於ては $\eta=-(t/2)\cdots\cdots\cdots\cdots(14)$

である．以上の (10), (11), (12), (13), (14) の關係を(8)式に代入すれば，B 點に於ける最大引張應力 σ_B が次の如くに求められる．

$$\sigma_B=-(PR/\pi)(1/tlR)[1-\{12R^2/t(2R-t)\}]$$

上式は型が複雜で取扱に不便であるので，更に次のやうに書き改める．即ち，括弧の外に $6R/t$ を乘じ，括弧の中に $t/6R$ を乘ずれば

$$\sigma_B=-(6RP/\pi lt^2)[(t/6R)-\{2R/(2R-t)\}]$$

$$\fallingdotseq-(6RP/\pi lt^2)[(t/R)-\{1+(t/2R)\}]$$

$$=-(6RP/\pi lt^2)\{1+(1/3)(t/R)\}\cdots\cdots\cdots(1)$$

通常 t は R に較べて相當小さいので $2R/(2R-t)=1+(t/2R)$ と置き，最後の簡單な形を導いた．從つて(1)式を用ひる場合 t が R に較べて相當小さい事が必要である．

尙斷面の凸部 A 點に於ける壓縮應力を計算すれば，(1)式に示した値より絕對値が小となる．壓壞試驗に於ては，材質上最大應力のみで破壞するものと考へられるので，A 點の壓縮應力に就ては考慮しなかつた．

V. 結　言

1. 軸受用鋼高炭素高クロム鋼の壓壞試驗に於て，材料は壓壞に至るまで殆ど塑性變形を行はない、荷重と變形との關係は直線的であり，從つて壓壞の際の應力を彈性理論により計算する事が出來た．

2. 彈性理論より誘導した計算式により，壓壞時に於ける最大引張應力を算出すれば，壓壞値 4400 kg の時約161 kg/mm^2 となる．この値は引張試驗により直接求めた材料の抗張力より 10% 程小さい．

3. 規格外寸法の試驗片を用ひた場合の材料の强さを知るために，便宜上規格試驗片と同一の壓壞値を得る如き試驗片の高さを，計算によつて決定し，比較試驗を行つた．その結果，規格寸法の試驗片の壓壞値との相違は 10% 程度であつた．從つて規格寸法以外の試驗片を用ひる場合は，彈性理論より誘導した計算式を用ひて差支ないと信ずる．

---

[1] 小野 "材料力學" 182頁，Timoshenko & Lessels Applied Elasticity 216 頁，その他 Bach, Morely 等

[2] (12) 式は精しくは $M=-(PR/\pi)\{1/(1+\kappa)\}$ となるが，の場合 $1/(1+\kappa)$ を1としても誤差は僅少である．